



УДК 542.67.+628.16

В. Л. Поляков

Теоретический анализ плоскорадиального фильтрации суспензии

(Представлено академиком НАН Украины В. Т. Гринченко)

Сформулирована математическая задача плоскорадиального фильтрации суспензии через пористую загрузку с высокой адгезионной способностью. Получено ее приближенное решение, которое практически совпало с частными строгими. На типичных примерах установлено, что указанный способ фильтрации в сравнении с вертикальным позволяет в несколько раз увеличить длительность фильтроцикла.

В современных технологиях водоочистки фильтрация суспензий вследствие своей большой стоимости, как правило, осуществляется на их заключительном этапе. При традиционном вертикальном течении суспензии через слой специального пористого (зернистого) материала, обладающего высокой адгезионной способностью, осветлительный ресурс водоочистных фильтров обычно используется очень нерационально. Для интенсификации фильтрации предварительно вносятся химические реагенты, применяются слоистые загрузки, поверхность материала модифицируется и пр. [1–3]. Таким образом удается заметно повысить эффективность фильтровальных установок, но вместе с тем возрастают эксплуатационные затраты, в фильтрате появляются вредные для здоровья человека химические соединения. Избежать нежелательных последствий от принимаемых для улучшения работы фильтра мер и при этом существенно продлить время непрерывного разделения суспензии (длительность фильтроцикла) позволяет проведение плоскорадиального фильтрации [4, 5].

Ранее предпринимались немногочисленные попытки его изучения экспериментальными, теоретическими (численными) методами [6–8]. На основании данных технико-экономического анализа плоскорадиального безнапорного фильтрации показано, что оно намного выгоднее вертикального [9]. Тем не менее в настоящее время подобный способ фильтрации не практикуется, что, прежде всего, объясняется отсутствием его надежного научного обоснования. Цель данной работы как раз и состоит в том, чтобы на основе накопленных знаний о закономерностях массопереноса и массообмена в хорошо сорбирующих (в обобщенном смысле) пористых средах, а также результатов математического моделирования плоскорадиального фильтрации выявить его достоинства и дать им количественную оценку.

© В. Л. Поляков, 2013

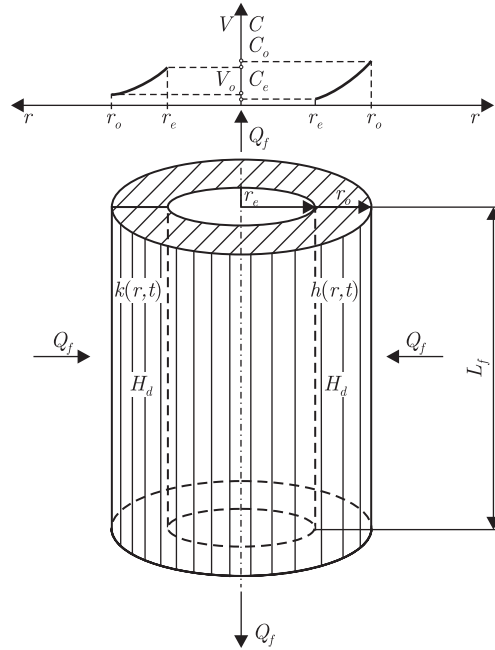


Рис. 1. Схема плоскорадиального фильтрования суспензии (подача воды извне)

Плоскорадиальное фильтрование реализуется в загрузке, имеющей форму цилиндрического слоя (рис. 1). Ее вертикальное положение дает возможность наращивать производительность фильтра (путем увеличения высоты) L_f без изменения занимаемой им площади и удельного расхода воды. При этом осесимметричный горизонтальный фильтрационный поток может формироваться на внешней ($r = r_0$) или внутренней ($r = r_e$) цилиндрических поверхностях. Благодаря ряду общепринятых и тщательно апробированных в теории фильтрования допущений, как-то определяющая роль в массопереносе конвективного механизма, линейность кинетики массообмена, постоянство расхода суспензии и пр., базовая математическая модель окончательно формулируется следующим образом:

$$V(r) \frac{\partial C}{\partial r} - \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha_V V^l(r) C - \beta_V V^q(r) S, \quad (2)$$

$$V(r) = k(S) \frac{\partial h}{\partial r}, \quad (3)$$

$$k(S) = k_0 \left[1 - \left(\gamma \frac{S}{n_0} \right)^{m_1} \right]^{m_2}, \quad (4)$$

$$r = r_0, \quad C = C_0, \quad r = r_e, \quad h = H_d, \quad (5)$$

$$t = 0, \quad S = 0. \quad (6)$$

Здесь V — переменная в радиальном направлении скорость фильтрования; C , S — объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц суспензии; h — пьезометрический напор; α_V , β_V — приведенные коэффициенты скоростей прилипания и отрыва указанных частиц;

k, k_0 — коэффициенты фильтрации заиляемой и чистой загрузки; γ — соотношение между объемными концентрациями осадка и содержащихся в нем частиц примеси; n_0 — пористость чистой загрузки; C_0 — исходная объемная концентрация взвеси; H_d — напор на выходе из загрузки; l_1, l_2, m_1, m_2 — эмпирические коэффициенты; вода поступает извне.

Количество модельных параметров существенно сокращается путем введения безразмерных переменных и коэффициентов: $\bar{V} = V/V_0$, $V_0 = Q_f/(2\pi r_0)$, Q_f — производительность фильтра, отнесенная к высоте загрузки; $\bar{C} = C/C_0$, $\bar{S} = S/(n_0 C_0)$, $\bar{r} = r/r_0$, $\bar{t} = V_0 t/(n_0 r_0)$, $\bar{\alpha}_V = r_0 V_0^{l-1} \alpha_V$, $\bar{\beta}_V = n_0 r_0 V_0^{q-1} \beta_V$, $\bar{k} = k/k_0$, $\bar{\gamma} = \gamma C_0$, $\bar{r}_e = r_e/r_0$, а также приведенного напора

$$\tilde{h}(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{h(r, t) - H_d}{h(r_0, 0) - H_d} = \frac{k_0}{r_0 V_0} [h(r, t) - H_d].$$

После несложных преобразований исходная математическая модель принимает вид

$$\bar{V}(\bar{r}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{r}} - \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha}_V \bar{V}^l(\bar{r}) \bar{C} - \bar{\beta}_V \bar{V}^q(\bar{r}) \bar{S}, \quad (8)$$

$$\bar{V}(\bar{r}) = -\bar{k}(\bar{S}) \ln \bar{r}_e \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \bar{r}}, \quad (9)$$

$$\bar{k}(\bar{S}) = [1 - (\bar{\gamma} \bar{S})^{m_1}]^{m_2}, \quad (10)$$

$$\bar{r} = 1, \quad \bar{C} = 1, \quad \bar{r} = \bar{r}_e, \quad \tilde{h} = 0, \quad (11)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{S} = 0. \quad (12)$$

Фактически исходная модель состоит из двух взаимосвязанных блоков — осветлительного и фильтрационного. Первый блок включает уравнения (7), (8) и условия (11), (12) и при постоянных Q_f, V_0 может рассматриваться независимо от второго. По аналогии с работами [10, 11], для построения приближенного решения поставленной задачи достаточно в уравнении (8) выполнить осреднение функции концентрации осажденных частиц (интенсивности их отрыва) по времени в пределах расчетного периода (от 0 до T). Таким образом, в задачу вводятся параметр T и осредненная характеристика

$$\bar{S}_c(\bar{r}; T) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{S}(\bar{r}, \bar{t}) d\bar{t},$$

через которые выражается вторая искомая характеристика

$$\bar{C}(\bar{r}; T) = e^{-\mu(\bar{r})} \left[1 + \bar{\beta}_V \int_{\bar{r}}^1 e^{\mu(\eta)} \bar{V}^{q-1}(\eta) \cdot \bar{S}_c(\eta; T) d\eta \right], \quad (13)$$

где $\mu(\bar{r}) = \bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi$. После ряда преобразований осветлительный блок сводится к задаче

$$\frac{dy}{d\bar{r}} + \bar{\beta}_V U(\bar{r}, T) y + U(\bar{r}, T) = 0, \quad (14)$$

$$\bar{r} = 1, \quad y = 0, \quad (15)$$

в которой $y = \int_{\bar{r}}^1 e^{\mu(\eta)} \bar{V}^{q-1}(\eta) \bar{S}_c(\eta; T) d\eta$,

$$U(\bar{r}; T) = \frac{\bar{\alpha}_V T \bar{V}^{l+q-1}}{2 + \bar{\beta}_V T \bar{V}^q(\bar{r})}.$$

Решение задачи (14), (15) имеет вид

$$y(\bar{r}; T) = \frac{1}{\bar{\beta}_V} \left[\exp \left(\bar{\beta}_V \int_{\bar{r}}^1 U(\xi; T) d\xi \right) - 1 \right]. \quad (16)$$

Интегрирование уравнения (8), в котором описывающее явление отрыва осадка слагаемое осреднено по времени, при начальном условии (12) с учетом (16) дает

$$\bar{S}(\bar{r}, T) = \frac{2\bar{\alpha}_V \bar{t} \bar{V}^l(\bar{r})}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t} \bar{V}^q(\bar{r})} \exp \left(-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \frac{\bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t} \bar{V}^q(\xi)} \right). \quad (17)$$

Общее выражение для концентрации \bar{C} получено путем подстановки (17) в уравнение (7) и в итоге

$$\bar{C}(\bar{r}, T) = 2 \exp \left(-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \frac{\bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t} \bar{V}^q(\xi)} \right) - \exp \left(-\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi \right). \quad (18)$$

При плоскорадиальном фильтровании с постоянным удельным расходом Q_f скорость фильтрования в размерной и безразмерной формах будет следующей:

$$V = \frac{Q_f}{2\pi r}, \quad \bar{V} = \frac{1}{\bar{r}}. \quad (19)$$

Тогда изменение относительной выходной концентрации взвеси \bar{C}_e со временем описывается зависимостью

$$\bar{C}_e(\bar{t}) = 2 \exp \left(-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\xi^{q+1-l}}{2\xi^q + \bar{\beta}_V \bar{t}} d\xi \right) - \exp \frac{\bar{\alpha}_V \bar{r}_e^{2-l} - \bar{\alpha}_V}{2-l}. \quad (20)$$

При известном распределении осадка в слое загрузки интегрированием уравнения (9) при условии (11) легко выводится выражение для приведенного напора

$$\tilde{h}(\bar{r}, \bar{t}) = -\frac{1}{\ln \bar{r}_e} \int_{\bar{r}_e}^{\bar{r}} \frac{\bar{V}(\xi) d\xi}{\{1 - [\bar{\gamma} \bar{S}(\xi, \bar{t})]^{m_1}\}^{m_2}}. \quad (21)$$

Полные относительные потери напора в загрузке $\Delta \bar{h}$ на момент времени t , таким образом, равны $\tilde{h}(1, \bar{t})$.

Добиться максимальной отдачи от фильтра позволяет своевременное прекращение фильтрования с последующей промывкой его частично заиленной загрузки. Соответствующий этому момент времени t_f устанавливается, исходя из двух критериев [12]. Первый и основной контролирует качество осветления суспензии, так что концентрация взвеси в фильтрате не должна превышать нормативное значение C_* . Относительное время \bar{t}_p увеличения выходной концентрации \bar{C}_e до \bar{C}_* или, другими словами, время защитного действия загрузки в общем случае следует находить подбором из уравнения

$$\exp\left(-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\bar{V}^{l+q-1}(\xi)}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}_p \bar{V}^q(\xi)} d\xi\right) = \bar{C}_* + \exp\left(-\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi\right). \quad (22)$$

Чрезмерный рост потерь напора в загрузке ведет к снижению производительности фильтра. Выполнение второго критерия, согласно которому указанные потери ограничиваются предельно допустимым значением Δh_* , гарантируют стабильность работы фильтра. Относительный момент времени \bar{t}_h , когда фактические потери достигают Δh_* , предлагается вычислять из уравнения

$$\int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\bar{V}(\xi) d\xi}{\{1 - [\bar{\gamma} \bar{S}(\xi, \bar{t}_h)]^{m_1}\}^{m_2}} + \Delta \bar{h}_* \ln \bar{r}_e = 0. \quad (23)$$

Поскольку оба критерия должны соблюдаться одновременно, то важнейший технологический параметр \bar{t}_f при ранее определенных характерных временах \bar{t}_p , \bar{t}_h отождествляется с меньшим из них, т. е.

$$\bar{t}_f = \min(\bar{t}_p, \bar{t}_h). \quad (24)$$

Так как полученное выше решение не является строгим, то особое значение приобретает вопрос о правомочности его использования при изучении закономерностей и в инженерных расчетах плоскорадиального фильтрования. Эталоном при установлении вычислительных погрешностей в связи с частичным осреднением уравнения кинетики массообмена могут служить два ранее построенных точных частных решения для строго определенных значений показателей l , q [8]. Так, в случае независимости массообменных процессов от скорости фильтрования ($l = q = 0$) соответствующее решение выражается зависимостями

$$\begin{aligned} \bar{C}_e(\bar{t}) = e^{-0,5\bar{\alpha}_V(1-\bar{r}_e^2)} & \left[e^{-\bar{\beta}_V \bar{t}} I_0\left(\sqrt{2\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V \bar{t}(1-\bar{r}_e^2)}\right) + \right. \\ & \left. + \bar{\beta}_V \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0\left(\sqrt{2\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V \lambda(1-\bar{r}_e^2)}\right) d\lambda \right], \end{aligned} \quad (25)$$

$$\bar{S}(\bar{r}, \bar{t}) = \bar{\alpha}_V e^{-0,5\bar{\alpha}_V(1-\bar{r}^2)} \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0\left(\sqrt{2\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V \lambda(1-\bar{r}^2)}\right) d\lambda, \quad (26)$$

$$\tilde{h}(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{1}{\ln \bar{r}_e} \int_1^{\bar{r}} \frac{d\xi}{[1 - \bar{\gamma}^{m_1} \bar{S}^{m_1}(\xi, \bar{t})]^{m_2}}. \quad (27)$$

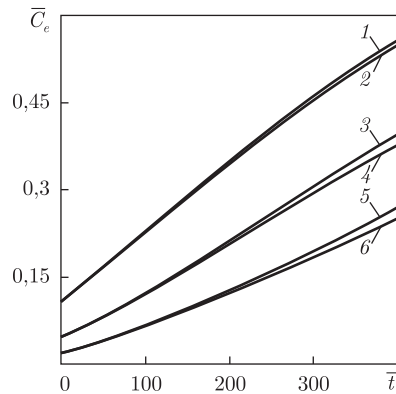


Рис. 2. Рост относительной выходной объемной концентрации взвеси со временем: 1, 3, 5 — точный расчет; 2, 4, 6 — приближенный

Плоскорadiaльное фильтрование анализировалось на целом ряде примеров с исходными данными, отражающими разнообразие физико-химических свойств загрузки и суспензии. При этом, во-первых, оценивалась точность построенного приближенного решения, во-вторых, демонстрировались серьезные преимущества нетрадиционного фильтрования в технологическом отношении. Во всех примерах были зафиксированы значения $\bar{\beta}_V(0,005)$ и $\bar{r}_e(0,333)$, основной массообменный коэффициент ($\bar{\alpha}_V$) варьировался дискретно или непрерывно.

В первой серии выбранные значения $\bar{\alpha}_V$ характерны для фильтрующего материала с низкой (6), умеренной (8) и высокой (10) сорбционной способностью. Характеристика качества фильтрата $\bar{C}_e(\bar{t})$ находилась по эталонной формуле (25) и вытекающей из (20) формуле

$$\bar{C}_e(\bar{t}) = 2 \exp \left[-\frac{\bar{\alpha}_V(1 - \bar{r}_e^2)}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}} \right] - \exp \frac{\bar{\alpha}_V \bar{r}_e^2 - \bar{\alpha}_V}{2}. \quad (28)$$

Данные расчетов представлены на рис. 2 и свидетельствуют о минимальном расхождении точных и приближенных кривых только при $\bar{t} > 200$, $\bar{C}_e > 0,15$. Подобные значения \bar{t} , \bar{C}_e отвечают нерабочей ситуации, когда фильтр уже не способен обеспечивать требуемую степень очистки воды. В пределах же фильтроцикла оба решения дают практически одинаковые результаты. Такая же картина наблюдалась и при сравнении приближенного решения со вторым строгим. Все это дает основание считать первое надежным инструментом для прогноза осветления суспензии плоскорadiaльным фильтрованием.

Для оптимизации наиболее ответственного звена в технологических схемах водоочистки особенно важен правильный выбор способа фильтрования. С экономической точки зрения предпочтительнее способ, обеспечивающий наибольшую длительность фильтроцикла. Поэтому расчеты относительного времени \bar{t}_f выполнялись параллельно для нетрадиционного плоскорadiaльного и традиционного вертикального фильтрования. Сравнительный анализ проводился с привлечением приближенных уравнений (22), (23), а также их аналогов, выведенных сходным образом и апробированных в работе [11] для нисходящего фильтрования с постоянной скоростью. Объектами анализа стали загрузки двух типов. Первая загрузка имеет форму куба со стороной 1 м, вторая — форму цилиндрического слоя также высотой $L_f = 1$ м с внутренним радиусом $r_e = 0,2$ м. Для корректности сравнения подобраны одинаковые экономические показатели — единые объемы дорогостоящего сорбирующего

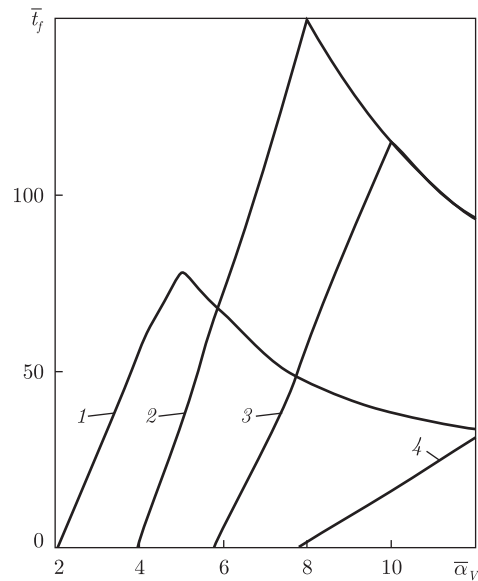


Рис. 3. Зависимость $\bar{t}_f(\bar{\alpha}_V)$: 1, 2 – $l = 0,7$; 3, 4 – $l = -0,3$; 1, 4 – вертикальное фильтрование; 2, 3 – плоскорадиальное

материала, так что $r_0 = 0,6$ м, $\bar{r}_e = 0,333$, и производительности фильтров ($Q_f = 10$ м³/ч). Принципиальное значение имеет выбор в выражениях для массообменных коэффициентов показателей степени. Ввиду слабой изученности процесса отрыва осадка, как правило, в теоретических разработках принимается $q = 1$. Эмпирические значения l в литературе значительно разнятся. Опытами установлено, что фильтрационное течение может и усиливать, и ослаблять прилипание частиц суспензии [13, 14], а поэтому показатель l соответственно оказывается положительным или отрицательным. Во второй серии примеров взяты два его характерных значения (0,7 и -0,3), а также широкий диапазон значений для $\bar{\alpha}_V$. В первую очередь вычислялись времена \bar{t}_p и \bar{t}_h , а затем \bar{t}_f согласно (23). Кривые зависимости $\bar{t}_f(\bar{\alpha}_V)$ для двух способов фильтрования и указанных значений l изображены на рис. 3 и позволяют сделать следующие важные выводы. При низкой адгезионной способности загрузки ($\bar{\alpha}_V < 6$) предпочтительнее обычное вертикальное фильтрование. Однако в таком случае подобное разделение суспензии вообще малоэффективно. При умеренной и высокой адгезионной способности загрузки ($\bar{\alpha}_V > 7$) плоскорадиальное фильтрование существенно улучшает работу фильтра, в частности, длительность фильтроцикла увеличится примерно в три раза.

Итак, при плоскорадиальном фильтровании суспензии вследствие неравномерности фильтрационного течения и зависимости массообмена от его скорости часто рост затрат механической энергии на преодоление гидравлического сопротивления заиленной загрузки существенно замедляется. Таким образом, становится реальным продление непрерывной продуктивной работы водоочистных фильтров в несколько раз. Поэтому применение радиальных фильтров при условии углубленного экспериментального и теоретического изучения физико-химических процессов в них имеет большие перспективы.

1. Гироль Н. Н., Журба М. Г., Семчук Г. М., Якимчук Б. Н. Доочистка сточных вод на зернистых фильтрах. – Ровно: СП ООО “Типография” Левобережная, 1998. – 92 с.
2. Шевчук Е. А., Мамченко А. В., Гончарук В. В. Технология прямоочного фильтрования природных и сточных вод через зернистые загрузки // Химия и технология воды. – 2005. – 27, № 4. – С. 369–384.

3. *Benkli Y. E., Can M. F., Turan M., Celik M. S.* Modification of organo-zeolite surface for the removal of reactive azo dyes in fixed-bed reactors // *Water Res.* – 2005. – **39**. – P. 487–493.
4. *Грабовский П. А., Ларкина Г. М., Прогульный В. И.* Промывка водоочистных фильтров. Дренаж, отвод промывной воды. – Одесса: Оптимум, 2012. – 240 с.
5. *Орлов В. О.* Водоочисні фільтри із зернистою засипкою. – Рівне: НУВГП, 2005. – 163 с.
6. *Дзюбо В. В., Алферова Л. И.* Фильтрация природных вод в режиме неравномерных скоростей // *Вестн. ТГАСУ.* – 2007. – № 2. – С. 180–190.
7. *Жужиков В. А.* Фильтрация. Теория и практика разделения суспензии. – Москва: Химия, 1980. – 400 с.
8. *Поляков В. Л.* О теоретическом обосновании интенсификации осветления суспензий безреагентным фильтрованием при постоянной гидравлической нагрузке // *Вісн. НУВГП.* – 2013. – Вип. 3(63). – С. 42–49.
9. *Войтов Е. Л.* Доочистка биологически очищенных городских сточных вод на радиальных фильтрах. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук (05.23.04). – Новосибирск, 1974. – 27 с.
10. *Поляков В. Л.* Инженерный расчет фильтрования суспензии через двухслойную загрузку при линейной кинетике массообмена // *Химия и технология воды.* – 2011. – **33**, № 4. – С. 367–380.
11. *Поляков В. Л.* О прогнозе потерь напора в загрузке фильтра // *Доп. НАН України.* – 2010. – № 3. – С. 70–76.
12. *Поляков В. Л.* Теоретический анализ длительности фильтроцикла // *Химия и технология воды.* – 2009. – **31**, № 6. – С. 605–618.
13. *Минц Д. М.* Теоретические основы технологии очистки воды. – Москва: Стройиздат, 1964. – 155 с.
14. *Ison C. R., Ives K. J.* – Removal mechanism in deep bed filtration // *Chem. Engng. Sci.* – 1969. – **21**. – P. 337–350.

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 24.04.2013

В. Л. Поляков

Теоретичний аналіз плоскорадіального фільтрування суспензії

Сформульовано математичну задачу плоскорадіального фільтрування суспензії крізь пористе завантаження з високою адгезійною здатністю. Одержано її наближений розв'язок, який практично збігся з частинними строгими. На типових прикладах встановлено, що вказаний спосіб фільтрування порівнянно з вертикальним дозволяє в кілька разів збільшити тривалість фільтроциклу.

V. L. Polyakov

Theoretical analysis of the planar radial filtration of a suspension

The mathematical problem of the planar radial filtration of a suspension through a porous filter medium with high sorption ability is posed. Its approximate solution, which is in substantial agreement with particular exact solutions, is obtained. It has been established on characteristic examples that the planar radial filtration in comparison with the vertical one allows one to increase the run time by several times.