9 • 2013



MEXAHIKA

УДК 531.39

К.В. Аврамов

К аэроупругому взаимодействию пластин с безвихревым идеальным газовым потоком

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А. Е. Божско)

Предлагается метод исследования динамического взаимодействия пластин с течением идеального несжимаемого газа. Получена система сингулярных интегральных уравнений относительно перепада давлений, которая используется для решения задач аэроупругости пластин. Разработана численная процедура решения полученной системы сингулярных интегральных уравнений.

Для исследования аэроупругости пластин в потоке потенциальной жидкости большинство исследователей применяют сингулярные интегральные уравнения относительно плотности циркуляции [1–6]. При такой постановке задачи предполагается, что с задней кромки пластинки сходят свободные вихри, образуя вихревой след за пластинкой. Этот вихревой след является нестационарным и влияет на колебания пластинки. При исследовании динамики пластин в такой постановке приходится исследовать длительный переходный процесс, что приводит к значительным вычислительным затратам [7]. Более эффективным можно считать подход, в котором сингулярное интегральное уравнение записывается относительно перепада давления на поверхности пластинки. Так как перепад давления вне поверхности пластинки равен нулю, нет необходимости учитывать вихревой след за пластинкой. В такой постановке задачу о механических колебаниях можно решать как стационарную и предполагать, что давление на поверхности пластинки меняется по°гармоническому закону. Тогда для оценки динамической устойчивости определяются характеристические показатели. Более того, в такой постановке задачи для исследования флаттера пластинки могут применяться хорошо зарекомендовавшие себя методы нелинейной динамики, такие как метод гармонического баланса, метод продолжения, нелинейные нормальные формы. Именно такой подход предлагается в данной работе.

Исследуем изгибные колебания прямоугольной пластинки в потоке газа (рис. 1). Ее поперечные перемещения описываются функцией w(x, y, t), которая удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{h^2}{12} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\Delta p(x, y, t)}{h} \right) = 0, \tag{1}$$

© К.В. Аврамов, 2013

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2013, № 9



Рис. 1. Эскиз системы

где h — толщина пластинки; E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона; ρ — плотность материала пластинки; $\Delta p(x, y, t)$ — перепад давления на пластинке. Рассматривается консольная пластина, занимающая область $\Lambda = \{(x, y) \in [0, a] \times [0, b]\}$. Ее граничные условия таковы:

$$w(x,0) = \frac{\partial w(x,0)}{\partial y} = 0,$$

$$y = b; \qquad Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} = M_y = 0,$$

$$x = 0, \qquad x = a, \qquad M_x = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 0,$$

где Q_x , Q_y — поперечные силы; M_x , M_y , M_{xy} — изгибающие и крутящие моменты. Колебания пластинки разложим по собственным формам колебаний так:

$$w(x, y, t) = \sum_{j=1}^{N_1} q_j(t)\psi_j(x, y),$$
(2)

где $q_i(t)$ — обобщенные координаты; $\psi_i(x, y)$ — собственные формы колебаний.

Предположим, что на границе области устойчивости колебания пластинки близки к моногармоническим:

$$q_j(t) \approx \gamma_j \cos(\omega t) + \delta_j \sin(\omega t), \qquad j = 1, \dots, N_1.$$
 (3)

Предполагается, что пластинка обтекается потоком безвихревого, идеального, несжимаемого газа. На значительном удалении от пластинки поток движется с постоянной скоростью U_{∞} вдоль оси x. Проекции скорости потока на координатные оси обозначим через $\tilde{u}(x, y, z, t)$; $\tilde{v}(x, y, z, t)$; $\tilde{w}(x, y, z, t)$. Параметры потока определяются потенциалом скоростей $\varphi(x, y, x, t)$ и функцией давления p(x, y, z, t). Отметим, что потенциал скоростей и функция давления удовлетворяют уравнению Лапласа. Рассмотрим граничные условия для этого уравнения. Потенциал скоростей удовлетворяет условию Зоммерфельда: $\lim_{x^2+y^2+z^2\to\infty}$ grad $\varphi =$

= 0. На поверхности пластинки выполняется условие непротекания газа:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial w}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial w}{\partial x}.$$
(4)

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2013, № 9

Вне пластинки на плоскости z = 0 и на ее границе перепад давлений равен нулю: $\Delta p|_{\partial S} = 0$, где $\Delta p(x, y, t)$ — перепад давления на пластинке; ∂S — граница рассматриваемой пластинки.

Возмущения в параметрах потока, вызванные колебаниями пластинки, выражаются через аэродинамические производные так [1]:

$$\varphi(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{N_1} [\varphi_j^{(0)}(x, y, z)q_j(t) + \varphi_j^{(1)}(x, y, z)\dot{q}_j(t)],$$
(5)

$$p(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{N_1} [p_j^{(0)}(x, y, z)q_j(t) + p_j^{(1)}(x, y, z)\dot{q}_j(t)].$$
(6)

Заметим, что функци
и $\varphi_j^{(0)}(x,y,z),\,\varphi_j^{(1)}(x,y,z),\,p_j^{(0)}(x,y,z),\,p_j^{(1)}(x,y,z)$ удовлетворяют уравнениям Лапласа:

$$\nabla^2 \varphi_j^{(k)} = 0, \qquad \nabla^2 p_j^{(k)} = 0, \qquad k = 0, 1, \qquad j = 1, \dots, N_1.$$
 (7)

Индекс j указывает номер формы колебаний, которая индуцирует перепад давления. Разложения (5), (6) введем в граничное условие (4). В результате получим граничные условия для первого уравнения из (7), которые не зависят от времени:

$$\frac{\partial \varphi_j^{(0)}}{\partial z}\Big|_{z=0} = U_\infty \frac{\partial \psi_j}{\partial x}, \qquad \frac{\partial \varphi_j^{(1)}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \psi_j.$$
(8)

Отметим, что для уравнений (7) выполняются все граничные условия, рассмотренные выше. Решение уравнения (7) представим таким образом [6]:

$$p_{j}^{(k)}(x,y,z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S} \Delta p_{j}^{(k)}(x_{1},y_{1}) \left[\frac{\partial}{\partial z_{1}}\left(\frac{1}{r}\right)\right]_{z_{1}=0} dx_{1} dy_{1}, \tag{9}$$

где $r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}$; S — область, занимаемая срединной поверхностью пластинки; $\Delta p_j^{(k)}(x_1, y_1) = p_j^{(k)}(x_1, y_1, z_1)|_{Z_1=0^+} - p_j^{(k)}(x_1, y_1, z_1)|_{Z_1=0^-}$ — аэродинамические производные перепада давлений на поверхности пластинки; x_1, y_1, z_1 — переменные интегрирования. Значения аэродинамических производных давления предполагаются различными на сторонах пластинки и различными будут значения аэродинамических производных давления в верхнем и нижнем полупространстве.

Воспользуемся уравнением Бернулли

$$p(x, y, z) = -\rho_{\infty} \left(\frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial x} \right), \tag{10}$$

где ρ_{∞} — плотность газа. Соотношения (5), (6) введем в уравнение (10) и воспользуемся предположением о моногармоническом характере колебаний пластинки (3), из которого следует $\ddot{q}_j = -\omega^2 q_j$. В результате получим следующую систему уравнений в частных производных:

$$U_{\infty}\frac{\partial\varphi_j^{(0)}}{\partial x} - \omega^2\varphi_j^{(1)} = -\frac{p_j^{(0)}}{\rho_{\infty}}, \qquad U_{\infty}\frac{\partial\varphi_j^{(1)}}{\partial x} + \varphi_j^{(0)} = -\frac{p_j^{(1)}}{\rho_{\infty}}.$$
(11)

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2013, №9

Для решения системы (11) применим метод вариаций произвольных постоянных. Решение этой системы представим так:

$$\varphi_{j}^{(0)}(x,y,z) = B_{j}^{(1)}(x,y,z) \exp\left(i\frac{\omega}{U_{\infty}}x\right) + B_{j}^{(2)}(x,y,z) \exp\left(-i\frac{\omega}{U_{\infty}}x\right),$$

$$\varphi_{j}^{(1)}(x,y,z) = \frac{i}{\omega}B_{j}^{(1)}(x,y,z) \exp\left(i\frac{\omega}{U_{\infty}}x\right) - \frac{i}{\omega}B_{j}^{(2)}(x,y,z) \exp\left(-i\frac{\omega}{U_{\infty}}x\right),$$
(12)

где i — мнимая единица. Соотношения (12) введем в (11), в результате получим:

$$2U_{\infty}\rho_{\infty}\frac{\partial B_{j}^{(1)}(x,y,z)}{\partial x} = [i\omega p_{j}^{(1)}(x,y,z) - p_{j}^{(0)}(x,y,z)]\exp\left[-i\frac{\omega}{U_{\infty}}x\right],$$

$$2U_{\infty}\rho_{\infty}\frac{\partial B_{j}^{(2)}(x,y,z)}{\partial x} = -[i\omega p_{j}^{(1)}(x,y,z) + p_{j}^{(0)}(x,y,z)]\exp\left[i\frac{\omega}{U_{\infty}}x\right].$$
(13)

Произведем интегрирование соотношений (13), используя условие Зоммерфельда. Результат введем в (12) и получим

$$\varphi_{j}^{(1)}(x,y,z) = -\frac{1}{U_{\infty}\rho_{\infty}\omega} \times \\ \times \int_{-\infty}^{x} \left[\omega p_{j}^{(1)}(\xi,y,z) \cos\left(\frac{\omega}{U_{\infty}}(\xi-x)\right) + p_{j}^{(0)}(\xi,y,z) \sin\left(\frac{\omega}{U_{\infty}}(\xi-x)\right) \right] d\xi,$$

$$\varphi_{j}^{(0)}(x,y,z) = \frac{1}{U_{\infty}\rho_{\infty}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{x} \left[-p_{j}^{(0)}(\xi,y,z) \cos\left(\frac{\omega}{U_{\infty}}(\xi-x)\right) + \omega p_{j}^{(1)}(\xi,y,z) \sin\left(\frac{\omega}{U_{\infty}}(\xi-x)\right) \right] d\xi.$$
(14)

Теперь решения (9) введем в уравнения (14), а результат подставим в (8). Получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений:

$$4\pi U_{\infty}^{2} \rho_{\infty} \frac{\partial \psi_{j}(x,y)}{\partial x} = -\omega \iint_{S} \Delta p_{j}^{(1)}(x_{1},y_{1}) K_{S}(x-x_{1},y-y_{1}) dx_{1} dy_{1} + \\ + \iint_{S} \Delta p_{j}^{(0)}(x_{1},y_{1}) K_{C}(x-x_{1},y-y_{1}) dx_{1} dy_{1},$$

$$4\pi U_{\infty} \rho_{\infty} \omega \psi_{j}(x,y) = \omega \iint_{S} \Delta p_{j}^{(1)}(x_{1},y_{1}) K_{C}(x-x_{1},y-y_{1}) dx_{1} dy_{1} + \\ + \iint_{S} \Delta p_{j}^{(0)}(x_{1},y_{1}) K_{S}(x-x_{1},y-y_{1}) dx_{1} dy_{1},$$
(15)

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2013, № 9

где

$$K_{C}(x - x_{1}, y - y_{1}) = -\int_{-\infty}^{x - x_{1}} \frac{\cos \frac{\omega(\lambda + x_{1} - x)}{U_{\infty}}}{[\lambda^{2} + (y - y_{1})^{2}]^{3/2}} d\lambda;$$

$$K_{S}(x - x_{1}, y - y_{1}) = -\int_{-\infty}^{x - x_{1}} \frac{\sin \frac{\omega(\lambda + x_{1} - x)}{U_{\infty}}}{[\lambda^{2} + (y - y_{1})^{2}]^{3/2}} d\lambda.$$
(16)

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\chi = \frac{\omega a}{U_{\infty}}; \qquad \overline{\lambda} = \frac{\lambda}{a}; \qquad \overline{x}_1 = \frac{x_1}{a}; \qquad \overline{y}_1 = \frac{y_1}{b}; \qquad \overline{x} = \frac{x}{a}; \qquad \overline{y} = \frac{y}{b};$$

$$r = \frac{a}{b}; \qquad \tau = \omega t; \qquad \vartheta_i = \frac{q_i}{h}; \qquad K_S = \frac{a\overline{K}_S}{b^3}; \qquad K_C = \frac{a\overline{K}_C}{b^3}; \qquad (17)$$

$$\Delta \overline{p}_j^{(1)} = \frac{\omega a \Delta p_j^{(1)}}{\rho_{\infty} U_{\infty}^2}; \qquad \Delta \overline{p}_j^{(0)} = \frac{a \Delta p_j^{(0)}}{\rho_{\infty} U_{\infty}^2},$$

где
 $\chi-$ число Струхаля. Система сингулярных интегральных уравнений (15) в без
размерных переменных принимает следующий вид:

$$\iint_{\overline{S}} \left[\Delta \overline{p}_{j}^{(1)}(\overline{x}_{1}, \overline{y}_{1}) \overline{K}_{C}(\overline{x} - \overline{x}_{1}, \overline{y} - \overline{y}_{1}) + \Delta \overline{p}_{j}^{(0)}(\overline{x}_{1}, \overline{y}_{1}) \overline{K}_{S}(\overline{x} - \overline{x}_{1}, \overline{y} - \overline{y}_{1}) \right] d\overline{x}_{1} d\overline{y}_{1} = \\
= \psi_{j}(\overline{x}, \overline{y}) \frac{4\pi \chi}{r^{2}}, \\
\iint_{\overline{S}} \left[-\Delta \overline{p}_{j}^{(1)}(\overline{x}_{1}, \overline{y}_{1}) \overline{K}_{S}(\overline{x} - \overline{x}_{1}, \overline{y} - \overline{y}_{1}) + \Delta \overline{p}_{j}^{(0)}(\overline{x}_{1}, \overline{y}_{1}) \overline{K}_{C}(\overline{x} - \overline{x}_{1}, \overline{y} - \overline{y}_{1}) \right] d\overline{x}_{1} d\overline{y}_{1} = \\
= \frac{\partial \psi_{j}(\overline{x}, \overline{y})}{\partial \overline{x}} \frac{4\pi}{r^{2}}.$$
(18)

Теперь уравнение (17) продифференцируем по \overline{x} и введем в уравнение (18). В результате получим следующее сингулярное интегральное уравнение:

$$\int_{\overline{S}} \frac{\Delta \overline{p}_j^{(1)}(\overline{x}_1, \overline{y}_1) d\overline{x}_1 d\overline{y}_1}{[r^2 (\overline{x} - \overline{x}_1)^2 + (\overline{y} - \overline{y}_1)^2]^{3/2}} = -\frac{8\pi\chi}{r^2} \frac{\partial \psi_j(\overline{x}, \overline{y})}{\partial \overline{x}}.$$
(19)

Продифференцируем уравнение (18) по \overline{x} и результат введем в (17). Получим следующее сингулярное интегральное уравнение:

$$\iint_{\overline{S}} \frac{\Delta \overline{p}_{j}^{(0)}(\overline{x}_{1}, \overline{y}_{1}) d\overline{x}_{1} d\overline{y}_{1}}{[r^{2}(\overline{x} - \overline{x}_{1})^{2} + (\overline{y} - \overline{y}_{1})^{2}]^{3/2}} = \frac{4\pi}{r^{2}} \bigg[\chi^{2} \psi_{j}(\overline{x}, \overline{y}) - \frac{\partial^{2} \psi_{j}(\overline{x}, \overline{y})}{\partial \overline{x}^{2}} \bigg].$$
(20)

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2013, №9

Итак, получена система сингулярных интегральных уравнений относительно аэродинамических производных (19), (20). Подчеркнем, что уравнения (20) не зависят от уравнений (19). Поэтому каждое из этих уравнений может решаться независимо. Эта система уравнений имеет достаточно простой вид и может быть решена с помощью классического метода дискретных вихрей [1].

Сингулярные интегральные уравнения (19), (20) решаются независимо. Численный метод их решения одинаков. Рассмотрим метод их решения на примере первого сингулярного интегрального уравнения (19). Пластинку разобьем на *n* вертикальных полос и *N* горизонтальных. В результате пластинка разбивается на *nN* прямоугольников. Вершины этих прямоугольников имеют следующие координаты: $x_k = kh_x$; $k = 1, \ldots, n$; $y_p = ph_y$; $p = 1, \ldots, N$. Область прямоугольника с номером k + n(p-1) определим так: $S_{k+n(p-1)} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x_{k-1} < x < x_k; y_{p-1} < y < y_p\}$. Центр тяжести этого прямоугольника обозначим через (ξ_k, η_p) . Размеры прямоугольников настолько малы, что функции $\Delta \overline{p}_j^{(1)}(\overline{x}_1, \overline{y}_1)$ и $\Delta \overline{p}_j^{(0)}(\overline{x}_1, \overline{y}_1)$ предполагаются имеющими постоянные значения на этом прямоугольнике. Предположим, что эти значения равняются значениям этих функций в центрах тяжести прямоугольников, которые обозначим так:

$$\Delta \overline{p}_{0,j}^{[k+n(p-1)]} = \Delta \overline{p}_j^{(0)}(\xi_k, \eta_p); \qquad \Delta \overline{p}_{1,j}^{[k+n(p-1)]} = \Delta \overline{p}_j^{(1)}(\xi_k, \eta_p).$$

Интеграл в (19) представим в виде суммы интегралов по каждому из прямоугольников $S_{k+n(p-1)}$. На прямоугольниках функции $\Delta \overline{p}_{j}^{(1)}(\overline{x}_{1}, \overline{y}_{1})$ являются постоянными и выходят за знак интегрирования. Теперь точно удовлетворим уравнениям (19) в коллакационных точках $(\xi_{l}, \eta_{m}); l = 1, ..., n; m = 1, ..., N$. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений относительно $\Delta \overline{p}_{1,j}^{[\mu]}; \mu = 1, ..., nN$, которую представим таким образом:

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{p=1}^{N} A_{l+n(m-1),k+n(p-1)} \Delta \overline{p}_{1,j}^{[k+n(p-1)]} = -8\pi \chi \frac{\partial \psi_j(\overline{x}_l, \overline{y}_m)}{\partial \overline{x}};$$
(21)

$$l = 1, \dots, n; \qquad m = 1, \dots, N,$$

$$A_{l+n(m-1),k+n(p-1)} = \frac{\sqrt{(\eta_m - y_p)^2 + r^2(\xi_l - x_{k-1})^2}}{(\eta_m - y_p)(\xi_l - x_{k-1})} - \frac{\sqrt{(\eta_m - y_p)^2 + r^2(\xi_l - x_k)^2}}{(\eta_m - y_p)(\xi_l - x_k)} + \frac{\sqrt{(\eta_m - y_{p-1})^2 + r^2(\xi_l - x_k)^2}}{(\eta_m - y_{p-1})(\xi_l - x_k)} - \frac{\sqrt{(\eta_m - y_{p-1})^2 + r^2(\xi_l - x_{k-1})^2}}{(\eta_m - y_{p-1})(\xi_l - x_k)}.$$

Итак, решение сингулярного интегрального уравнения (19) сведено к системе линейных алгебраических уравнений (21).

Соотношения (2) и (6) введем в (1) и применим метод Галеркина. В результате получим линейную динамическую систему относительно обобщенных координат q_1, q_2, \ldots Эта динамическая система относительно безразмерных переменных и параметров имеет вид

$$\sum_{j=1}^{N_1} R_{ij} (\chi^2 q_j'' + \alpha \chi^2 q_j' + \chi_1^2 \Omega_j^2 q_j) + \varepsilon \sum_{j=1}^{N_1} (A_{ij} q_j + B_{ij} q_j') = 0; \qquad i = 1, \dots, N_1.$$
(22)

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2013, № 9

Параметры R_{ij} представляются в виде двойных интегралов с подынтегральными функциями в виде произведения форм колебаний. Коэффициенты A_{ij} и B_{ij} представляются в виде двойных интегралов, подынтегральные функции которых содержат аэродинамические производные (5), (6). Они определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений (21).

Устойчивость положения равновесия пластины сводится к устойчивости тривиального состояния равновесия динамической системы (22). Для исследования устойчивости состояния равновесия системы (22) определим характеристические показатели.

Исследуем динамическую устойчивость консольной пластины. Сторона x = 0 защемлена, все остальные стороны свободны. На значительном удалении от пластинки поток газа движется с постоянной скоростью U_{∞} вдоль оси x. Аэроупругость такой пластинки подробно исследовалась в работе [7]. Эта пластина имеет следующие численные значения параметров: b = 0,127; r = 2,12; $\rho_{\infty} = 1,43$ кг/м³; $\nu = 0,3$; $h = 0,39 \cdot 10^{-3}$ м; $E = 70,56 \cdot 10^9$ Па; $\rho = 2,84 \cdot 10^3$ кг/м³.

Для расчета собственных форм колебаний пластины $\psi_j(x, y)$ применяется метод Релея– Ритца. Исследуем потерю динамической устойчивости пластинки. Для этого определяется скорость потока U_{∞} , соответствующая бифуркации Хопфа. Более того, определяется частота колебаний, соответствующая этой скорости, ω . В численных расчетах число степеней свободы системы (22) принимается $N_1 = 6$. Была найдена численно критическая скорость потока U_{∞} и частота колебаний пластинки ω , соответствующая этой скорости, $U_{\infty} = 30,52$ м/с; $\omega = 124$ рад/с. Значения этих же параметров опубликовано в [7]: $U_{\infty} = 29,5$ м/с; $\omega = 141,3$ рад/с. Итак, значения, представленные здесь и в работе [7], близки.

Таким образом, в данной работе предложен новый подход к исследованию аэроупругих колебаний пластин. В основном, для исследования аэроупругих колебаний применяются гиперсингулярные интегральные уравнения относительно плотности циркуляции. При использовании этих уравнений приходится учитывать след, сходящий с задней кромки пластинки. В этом случае изучается длительный переходной процесс и не удается исследовать устойчивость состояния равновесия расчетом характеристических показателей. Также предлагается другой подход, который основывается на гиперсингулярных интегральных уравнениях относительно аэродинамических производных перепада давления. Тогда нет необходимости учитывать след, сходящий с задней поверхности пластинки, и удается исследовать потерю устойчивости равновесного состояния пластинки расчетом характеристических показателей.

- 1. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. Москва: Наука, 1975. 424 с.
- 2. Воробьев Н. Ф. Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке. Новосибирск: Наука, 1985. 236 с.
- 3. Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Е. Аэродинамика решеток в нестационарном потоке. Новосибирск: Наука, 1972. – 320 с.
- 4. *Бреславский И. Д., Стрельникова Е. А., Аврамов К. В.* Свободные колебания пологой оболочки при геометрически нелинейном деформировании в жидкости // Пробл. прочности. 2011. № 1. С. 40– 50.
- 5. *Аврамов К. В., Стрельникова Е. А., Киреенков А. А.* Автоколебания пластины, взаимодействующей с потоком жидкости // Прикл. гидромеханика. 2011. № 1. С. 42–47.
- 6. Dowell E. H., Curtiss H. C., Scanlan R. H., Sisto F. A modern course in aeroelasticity. Dordrecht: Kluwer, 1995. 600 p.

 Tang D. M., Yamamoto H., Dowell E. H. Flutter and limit cycle oscillations of two-dimensional panels in three-dimensional axial flow // J. of Fluids and Structures. – 2003. – No 17. – P. 225–242.

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков Поступило в редакцию 25.06.2012 После доработки — 25.02.2013

К.В. Аврамов

До аероупружної взаємодії пластин з безвихровим ідеальним газовим потоком

Пропонується метод дослідження динамічної взаємодії пластин з течією ідеального газу, що не стискається. Отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь відносно перепаду тиску, яка використовується для розв'язання задач аеропружності пластин. Розроблено числову процедуру розв'язання отриманої системи сингулярних інтегральних рівнянь.

K.V. Avramov

Aeroelastic interaction of plates with a three-dimensional inviscid potential gas flow

The method to analyze the dynamic interaction of plates with a three-dimensional inviscid potential gas flow is suggested. The system of singular integral equations with respect to the pressure is suggested. This system is used to study aeroelasticity. A numerical approach to the solution of singular integral equations is suggested.