

doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.01.052 УДК 532.536

## А.О. Авраменко, А.І. Тирінов, Н.П. Дмитренко, О.В. Кравчук

Інститут технічної теплофізики НАН України, Київ E-mail: natdmitrenko@i.ua

# Застосування методу ґраток Больцмана до аналізу течії нанорідини в криволінійному каналі з радіальною нерівномірністю температури і концентрації наночастинок

Представлено членом-кореспондентом НАН України А.О. Авраменком

Досліджено потік нанорідин у криволінійному каналі, що утворений двома концентричними циліндричними поверхнями. Рух потоку обумовлений постійним азимутальним градієнтом тиску. Вивчено гідродинамічні та теплові характеристики потоку. Також досліджено вплив різних факторів на відцентрову нестійкість.

Ключові слова: нанорідина, відцентрова нестійкість, криволінійний канал, тепло- і масообмін.

Нанорідини, яким притаманна висока теплопровідність, стійкість до седиментації, ерозії і засмічення привертають постійну увагу вчених та інженерів. Такі властивості нанорідин дають змогу використовувати їх у різних галузях промисловості, електроніки та енергетики. Останніми роками з'явилося чимало наукових робіт стосовно застосування нанорідин у сфері атомної енергетики, системах охолодження електронних і оптичних приладів, мікротеплових трубок, наноструктурованих матеріалів та складних рідин. Досить активно досліджувалася інтенсифікація теплообміну в одно- і двофазних потоках нанорідин. Деякі результати теоретичних досліджень наведені в роботах [1—3].

Для створення нанорідин та збереження їх властивостей використовуються різні методи, наприклад відцентровий метод [4]. Водночас відцентрова нестійкість різної природи може впливати на нанорідини при їх використанні в технологічних процесах. Як приклад, можна навести вихори Діна, поява яких залежить не тільки від відцентрової сили, а й від температури і концентрації.

У роботі [5] наведено матеріали по дослідженню нестабільності потоку Діна між довільно розташованими концентричними циліндрами під дією азимутального градієнта тиску і отримано просту формулу для критичної швидкості. У цій роботі показано, що стабільність потоку зменшується через позитивний радіальний градієнт температури, тоді як стабільність потоку збільшується через негативний радіальний градієнт температури. У результаті дослідження потоку Куетта виявлено потенційно нестійкі відцентрові сили [6]. У цьому випадку профіль швидкості має точку перегину і може бути нестабільним до поперечних коли-

© А.О. Авраменко, А.І. Тирінов, Н.П. Дмитренко, О.В. Кравчук, 2017

вальних збурень. Моделювання потоку в малому зазорі між неоднаково нагрітими коаксіальними циліндрами показало існування вихорів Тейлора, а також інші ефекти, що пов'язані з плавучістю, індукованою аксіально спрямованою дією сили тяжіння [7].

Нами нестабільність Діна у нанорідинах досліджена в криволінійному каналі (рис. 1), обмеженому двома концентричними циліндрами, обумовленими азимутальним градієнтом тиску.

Врахування градієнта температур спричиняє появу додаткового рівняння енергії до моделі, яка наведена в [5]. Моделювання процесів



Рис. 1. Схема криволінійного каналу

переносу в потоці нанорідин потребує врахування броунівської і термофоретичної дифузії. Математична модель, яка використана для розрахунку в даній роботі, враховує всі зазначені ефекти. Була вирішена задача на власні значення, щоб знайти критерії відцентрової нестійкості, а також оцінити вплив різних чинників на ці критерії. Слід зауважити, що неосесиметричні збурення мають значний вплив у потоці між коаксіальними циліндрами, де є радіальний градієнт температури. Ці збурення можуть стати причиною виникнення гелікоїдальних вихорів [8, 9].

**Метод розрахунку**. Для дослідження гідродинаміки, тепло- і масообміну та визначення критичного числа Діна був вибраний метод ґраток Больцмана (LBM — Lattice Boltzmann Method). У наближенні BGK (Bhatnagar—Gross—Krook) [10] дискретне рівняння Больцмана можна записати таким чином:

$$\frac{\tilde{f}(\tilde{x}_{i} + \Delta \tilde{x}_{i}, \tilde{t} + \Delta \tilde{t}) - \tilde{f}(\tilde{x}_{i}, \tilde{t})}{\Delta \tilde{t}} = \frac{\tilde{f}_{v}^{e} - \tilde{f}}{\tilde{\tau}} + R_{v},$$

$$\frac{\tilde{f}(\tilde{x}_{i} + \Delta \tilde{x}_{i}, \tilde{t} + \Delta \tilde{t}) - \tilde{f}(\tilde{x}_{i}, \tilde{t})}{\Delta \tilde{t}} = \frac{\tilde{f}_{T}^{e} - \tilde{f}}{\tilde{\tau}} + R_{T},$$

$$\frac{\tilde{f}(\tilde{x}_{i} + \Delta \tilde{x}_{i}, \tilde{t} + \Delta \tilde{t}) - \tilde{f}(\tilde{x}_{i}, \tilde{t})}{\Delta \tilde{t}} = \frac{\tilde{f}_{\phi}^{e} - \tilde{f}}{\tilde{\tau}} + R_{\phi}.$$
(1)

де  $\Delta \tilde{x}_i$ ,  $\Delta \tilde{t}$  — просторові і часові кроки відповідно,  $\tilde{\tau}$  — час релаксації,  $\tilde{f}$  — функції розподілу молекул,  $f_v^e$ ,  $f_T^e$ ,  $f_{\phi}^e$  — рівноважні функції розподілу швидкості, температури та концентрації частинок, які відповідають рівноважному розподілу Максвелла. Функції  $R_T$  та  $R_{\phi}$  описують вплив броунівської дифузії та термофорезу на теплообмін і дифузію. Функція  $R_v$  описує силу Архімеда та базується на рівнянні стану

$$\rho = \varphi \rho_p + (1 - \varphi) \rho_f \left( 1 - \alpha (T - T_r) \right), \tag{2}$$

де  $T_r$  — реперна температура, яка може дорівнювати  $T_1$  або  $T_2$ ,  $\rho_p$  і  $\rho_f$  — густина матеріалу наночастинок та рідини відповідно.

Основна ідея методу полягає в тому, що місце розташування частинки передбачається дискретним, тобто ця частинка може займати положення тільки у вузлах заданої ґратки.

ISSN 1025-6415. Доп. НАН України. 2017. № 1



*Рис. 2.* Розподіл швидкості при різних значеннях **п** 



*Puc. 3.* Вплив радіального зазору на розподіл температури

Для опису ґраток використовується позначення DdQj, де j — число напрямків швидкостей, d — розмірність простору. Для тривимірних задач зазвичай використовується ґратка D3Q15 з п'ятнадцятьма напрямками швидкості.

Для дискретної ґратки з напрямками швидкості *j* вирази для обчислення макропараметрів мають такий вигляд:

$$\tilde{\rho} = \sum_{j} f_{j}, \quad \tilde{\rho}\tilde{u} = \sum_{j} e_{j}f_{j},$$

$$\tilde{p} = \frac{1}{3}\sum_{j} (e_{j} - \tilde{u})^{2}f_{j},$$

$$\rho e = \sum_{i} f_{Ti}, \quad \rho \phi = \sum_{i} f_{\phi i},$$
(3)

де  $\tilde{u}$  — вектор швидкості;

$$e_{j} = \begin{cases} (0,0,0), & j = 0, \\ (\pm 1,0,0)c, & (0,\pm 1,0)c, & (0,0,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\mp 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, & (\pm 1,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1)c,$$

$$c = \sqrt{3R_gT},\tag{5}$$

c—швидкість молекул;  $R_g$ — універсальна газова стала; T—температура;  $f_j$ —нормована функція розподілу молекул, яка пов'язана з  $\tilde{f}$  за допомогою рівняння:

$$f_j = W_j \tilde{f} \,, \tag{6}$$

$$W_j = w_j (2\pi R_g T)^{d/2} \exp\left(\frac{c}{2R_g T}\right).$$
<sup>(7)</sup>

Вагові коефіцієнти для ґратки D3Q15 3D можна знайти за допомогою виразів

$$w_{j} = \begin{cases} 2/9, & j = 0, \\ 1/9, & j = 1, 2, \dots, 6, \\ 1/72, & i = 7, 8, \dots, 14, \end{cases}$$
(8)

ISSN 1025-6415. Dopov. Nac. acad. nauk Ukr. 2017. № 1

Рівноважний розподіл молекул визначається рівнянням

$$f_{j}^{e} = w_{j} \rho \left[ 1 + \frac{3(e_{j} \tilde{u})}{c^{2}} + \frac{9(e_{j} \tilde{u})^{2}}{2c^{4}} - \frac{3\tilde{u}^{2}}{2c^{2}} \right].$$
(9)

Рівняння для розподілів рівноважних коефіцієнтів  $f_{\rm T}^e$  та  $f_{\phi}^e$  використані такі ж, як і в роботі [11].

Для моделювання нестисливого потоку в тривимірному мікроканалі використовується підхід, що запропонований у роботі [12]. У цьому випадку поняття псевдонестисливої рідини використовується шляхом введення вузла щільності відповідно до формули

$$\rho = \frac{p}{c_s^2 \tilde{\rho}_0} \tag{10}$$

де  $\tilde{\rho}_0$  — постійна щільність нестисливого середовища;

$$c_s = c_1 / \sqrt{3}, \tag{11}$$

де *c*<sub>1</sub> — швидкість звуку.

При моделюванні враховані такі граничні умови:

на вході — значення перепаду тиску; «відкритий вихід» на виході каналу, що забезпечує дотримання градієнта нульової швидкості на виході з каналу. Щоб задати перепад тиску, припускаємо, що тиск на виході з каналу дорівнює нулю. Тому тиск на вході дорівнює падінню тиску через канал, а щільність на вході визначається рівнянням (9);

на стінках — швидкості, що відповідають нерухомій стінці та стінці, що обертається. Температура стінок, концентрація наночастинок на стінках описуються співвідношенням

$$\left(D_B \frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)_{w} = -\left(\frac{D_B}{T_w} \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{w} \left(D_B \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{w} = -\left(\frac{D_B}{T_w} \frac{\partial T}{\partial z}\right)_{w}.$$
(12)

Моделювання виконано з використанням тривимірної ґратки D3Q15.

Криволінійний канал прямокутного перетину був розташований в розрахунковій області. Комірки, розташовані за межами області каналу, у моделюванні не використовувалися. Для того щоб усунути зовнішні елементи і встановити граничні умови, кожній клітинці ґратки був присвоєний певний індекс.

**Результати розрахунку.** Розрахунки течії нанорідини на основі методу ґраток Больцмана в криволінійному каналі, утвореному двома концентричними циліндрами, дали змогу отримати гідродинамічні та теплофізичні характеристики потоку нанорідини.

На рис. 2 показано динаміку розвитку профілю швидкості нанопотоку при різних значеннях радіального зазору **η**. Зменшення значення радіального зазору спричиняє деформування профілю швидкості — максимум зміщується в бік внутрішньої стінки каналу. Зазначений ефект узгоджується з нерівнозначністю температур на стінках каналу.

Зменшення величини радіального зазору в каналі сприяє деформуванню характеру профілю температури (рис. 3), а саме — з лінійного він стає нелінійним.

Як видно із рис. 4, на розподіл концентрації наночастинок в потоці, що розглядається, значний вплив справляють як параметр  $\eta$ , так і A, де

$$A = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \frac{D_T}{D_B},$$

ISSN 1025-6415. Доп. НАН України. 2017. № 1



Рис. 4. Вплив параметра А (а) та величини радіального зазору (б) на розподіл концентрації наночастинок

 $D_T$  і  $D_B$  — коефіцієнти термофоретичної та броунівської дифузії відповідно,  $\varphi_2$  — концентрація наночастинок на зовнішній стінці каналу. Зі збільшенням величини А зменшується концентрація наночастинок за рахунок ефектів термофорезу та нерівномірності температур на стінках. Зменшення величини радіального зазору призводить до того, що лінії розподілу концентрації наночастинок розшаровуються в середині розрахункової області, а на стінках для всіх значень **η** концентрація не змінюється.

При певних значеннях числа Діна в потоці нанорідини можуть розвиватися вихори, поява яких обумовлена відцентровою нестійкістю. Проведені дослідження показують, що ця нестійкість залежить від безрозмірних комплексів  $\eta$ , *N*, *M*, *A*, Pr, Sc, які можна розписати таким чином

$$N = \alpha (T_2 - T_1) \operatorname{Pr}, \quad M = \frac{\rho_p}{\rho_f} - 1,$$
 (13)

де  $\alpha$  — коефіцієнт теплового об'ємного розширення;  $T_1$  і  $T_2$  — температура зовнішньої та внутрішньої стінок відповідно; Pr — число Прандтля;

$$\Pr = \frac{\mu(\rho c_p)_{f0}}{\rho_f k}, \quad Sc = \frac{\mu}{\rho_f D_B}, \tag{14}$$

де <br/>  $\mu$  — коефіцієнт динамічної в'язкості, <br/>  $c_p$  — теплоємність;

$$\eta = \frac{R_1}{R_2}, \quad A = \frac{T_2 - T_1}{T_r} \frac{D_T}{D_B}.$$
(15)

Далі розглянемо детально вплив зазначених параметрів на стійкість нанопотоку, а саме на критичне число Діна (De). При розрахунках критичне число Діна зіставлене таким чином:

$$De = \operatorname{Re}_{\sqrt{\frac{R_2 - R_1}{R_2}}},\tag{16}$$

де Re =  $\frac{Uh\rho_f}{\mu}$  — число Рейнольдса,  $h = R_2 - R_1$ , U — середня швидкість потоку.

Із аналізу отриманих даних видно, що стабільність потоку зменшується зі збільшенням відносної щільності наночастинок (*M*). Очевидно, що це відбувається через те, що нано-

ISSN 1025-6415. Dopov. Nac. acad. nauk Ukr. 2017. № 1

частинки, викликають нові збурення в потоці. Крім того, відносне зменшення критичного числа Діна стає слабкішим через підвищення температурної нерівномірності.

Найбільше зниження  $De_{\kappa p}$  відбулося за рахунок стабілізуючого ефекту температурної неоднорідності, де N < 0. У цьому випадку тенденції впливу факторів M і N протилежні. Таким чином, на фоні стабілізуючого ефекту параметра N (таблиця) дестабілізуючий ефект параметра M помітніше проявляється. В області позитивних значень N вплив параметра M стає малим. Вплив параметра M додатково слабшає зі збільшенням параметра N. Це було враховано при розрахунках. Зміна знака параметра M призводить до відповідної зміни знака параметра A. Слід також зазначити що величина впливу параметра M зменшується зі зменшенням відносної ширини радіального зазору. Очевидно, що при великих значеннях  $\eta$  поток менш стабільний, ніж при низьких значеннях  $\eta$ .

Зі збільшенням параметра A потік стає дедалі нестабільнішим. Іншими словами, стабільність потоку зменшується внаслідок посилення термодифузії, що, в свою чергу, визначається підвищеною температурною нерівномірністю. Крім того, ефект термодифузії слабшає зі зменшенням розміру радіального зазору. Отже, можна провести формальну аналогію між впливом параметрів M і A на значення критичних чисел Діна.

Дослідження впливу числа Прандтля на відцентрову нестійкість показали, що цей ефект виявляється по-різному в області стійких температурних градієнтів (N < 0) і в області нестійких температурних градієнтів (N > 0). При негативному (стабільному) температурному градієнті критичне число Діна зростає зі збільшенням числа Прандтля, потік стає більш стабільним. У разі позитивних температурних градієнтів збільшення числа Прандтля призводить до дестабілізації потоку. Цю тенденцію можна пояснити зміною величини теплопровідності, яка стоїть в знаменнику числа Прандтля. Якщо N < 0, то збільшення числа Прандтля прандтля потоку. Цю тенденцію можна пояснити зміною величини теплопровідності, яка стоїть в знаменнику числа Прандтля. Якщо N < 0, то збільшення числа Прандтля прандтля може бути викликано зменшенням теплопровідності. Це пригнічує інтенсивність теплопровідності. У результаті збільшення числа Прандтля зумовлює зниження температури рідини над увігнутою поверхнею. Це, в свою чергу, спричиняє збільшення щільності рідини і, отже, зростання значень критичного числа Діна. Коли N > 0, зменшення теплопровідності уповільнює швидкість зниження температури над увігнутою стінкою, що призводить до низької щільності і, врешті-решт, дестабілізує потік. Вплив числа Прандтля на критичне число Діна у разі малих радіальних зазорів слабшає як для позитивних, так і негативних температурних градієнтів.

Згідно з результатами розрахунків, зі збільшенням числа Шмідта знижується стабільність потоку як для позитивних, так і негативних температурних градієнтів. Це можна пояснити зменшенням коефіцієнта дифузії  $D_B$ . У свою чергу, зниження значення  $D_B$  внаслі-

Вплив радіального зазору і температурного градієнта (N) на критичне число Діна

η	De <sub>kp</sub>							
	N = -3	N = -2	N = -1	N = 0	<i>N</i> = 1	N = 2	N = 4	N = 6
0,99 0,5 0,1	93,29 144,23 263,81	68,48 94,71 166,77	49,97 63,62 115,21	35,93 43,7 84,42	26,18 32,08 67,25	20,51 26,03 56,95	15,05 19,59 45,25	12,39 16,36 38,61

док обмеженої рухливості наночастинок дестабілізує потік. Цей висновок узгоджується з даними аналізу впливу параметрів M і A на критичне значення числа Діна. Як було показано вище, збільшення відносної щільності наночастинок M також призводить до низької рухливості наночастинок і зменшення значень  $De_{\rm kp}$ . Зі збільшенням параметра A (яке може бути викликане зменшенням  $D_B$ ) знижується стабільність потоку. У невеликих радіальних зазорах вплив числа Шмідта зменшується, як і у всіх попередніх випадках. Зниження критичного числа Діна залежно від числа Шмідта дуже значне за умови Sc  $\approx 50$ . Зі збільшенням числа Шмідта зниження критичного числа Діна зниження критичного числа Діна не вповільнюється і стає лінійним. Водночас вплив градієнта температури на відносне критичне число Діна є незначним.

Таким чином, вивчено гідродинаміку, тепло- і масообмін та відцентрову нестабільність потоку нанорідин у криволінійному каналі за умови радіальних градієнтів температури і концентрації в нанорідині. Дослідження проведено за допомогою методу ґраток Больцмана. Отримані результати дали змогу проаналізувати вплив температурного градієнта (N), величини радіального зазору ( $\eta$ ) та броунівської і термофоретичної дифузії (A), відносної щільності наночастинок (M), чисел Прандтля ( $\Pr$ ) та Шмідта (Sc) на характеристики потоку нанорідини. Показано, що від'ємні температурні градієнти сприяють стабільності потоку, тоді як позитивні градієнти температури зменшують її. Збільшення параметрів A, M та Sc дестабілізує потік, а збільшення числа  $\Pr$  стабілізує потік у разі від'ємних температурних градієнтів і дестабілізує його, коли температурні градієнти позитивні.

### ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

- 1. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer at film condensation of stationary vapor with nanoparticles near a vertical plate // Appl. Therm. Eng. 2014. **73**, Iss. 1. P. 391–398.
- 2. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer at film condensation of moving vapor with nanoparticles over a flat surface // Int. J. Heat Mass Tran. 2015. 82. P. 316–324.
- 3. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer in stable film boiling of a nanofluid over a vertical surface // Int. J. Therm. Sci. 2015. 92. P. 106–118.
- 4. *Singh A.K., Raykar V.S.* Microwave synthesis of silver nanofluids with polyvinylpyrrolidone (PVP) and their transport properties // Colloid Polym. Sci. 2008. **286**, Iss. 14. P. 1667–1673.
- 5. *Walowit J., Tsao S., Diprima R.* Stability of flow between arbitrarily spaced concentric cylindrical surfaces including the effect of a radial temperature gradient // J. Appl. Mech. 1964. **31**, No 4. P. 585–593.
- 6. *Mutabazi I., Guillerm R., Prigent A., Lepiller V., Malik S.* Flow instabilities in a vertical differentially rotating cylindrical annulus with a radial temperature gradient // EUROMECH Colloquium 525 Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation, 21–23 June 2011, France. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00600408.
- 7. *Auser M., Busse F., Gangler E.* Instabilities of flows between differentially rotating coaxial vertical cylinders in the presence of a radial temperature gradient // Eur. J. Mech. 1996. 15, No 4. P. 605–618.
- 8. *Ali M.E.*, *Weidman P.D.* On the stability of circular Couette flow with radial heating // J. Fluid Mech. 1990. **220**. P. 53–84.
- 9. *Guillerm R., Kang C., Savaro C., Lepiller V.* Flow regimes in a vertical Taylor–Couette system with a radial thermal gradient // Phys. Fluids. 2015. No 27. 094101.
- 10. *Joni I.M., Panatarani C., Hidayat D., Setianto, Wibawa B.M., Rianto A., Thamrin H.* Synthesis and dispersion of nanoparticles, and Indonesian graphite processing // AIP Conf. Proc. 2013. **1554**. 20–26.
- 11. *Barrios G., Rechtman R., Rojas J., Tovar R.* The lattice Boltzmann equation for natural convection in a twodimensional cavity with a partially heated wall // J. Fluid Mech. – 2005. – **522**. – P. 91–100.
- 12. Jung M., Choi C., Oh J. Optimum operating parameters of a bead mill for an AlN containing nanofluids // J. Nanosci Nanotechnol. 2011. **11**, No 1. P. 507–510.

Надійшло до редакції 24.05.2016

#### REFERENCES

- 1. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Appl. Therm. Eng., 2014, 73, Iss. 1: 391–398.
- 2. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Int. J. Heat Mass Tran., 2015, 82: 316–324.
- 3. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Int. J. Therm. Sci., 2015, 92: 106-118.
- 4. Singh A.K., Raykar V.S. Colloid Polym. Sci., 2008, 286, Iss. 14: 1667–1673.
- 5. Walowit J., Tsao S., Diprima R. J. Appl. Mech., 1964, 31, No 4: 585-593.
- 6. *Mutabazi I., Guillerm R., Prigent A., Lepiller V., Malik S.* Flow instabilities in a vertical differentially rotating cylindrical annulus with a radial temperature gradient, EUROMECH Colloquium 525, 2011, https://hal. archives-ouvertes.fr/hal-00600408.
- 7. Auser M., Busse F., Gangler, E. Eur. J. Mech., 1996, 15, No 4: 605-618.
- 8. Ali M.E., Weidman P.D. J. Fluid Mech., 1990, 220: 53-84.
- 9. Guillerm R., Kang C., Savaro C., Lepiller V. Phys. Fluids., 2015, No 27: 094101.
- 10. Joni I.M., Panatarani C., Hidayat D., Setianto, Wibawa B.M., Rianto A., Thamrin H. AIP Conf. Proc., 2013, **1554**: 20–26, doi; 10.1063.1.4820275.
- 11. Barrios G., Rechtman R., Rojas J., Tovar R. J. Fluid Mech., 2005, 522: 91-100.
- 12. Jung M., Choi C., Oh J. J. Nanosci. Nanotechnol., 2011, 11, No 1: 507-510.

Received 24.05.2016

#### А.А. Авраменко, А.И. Тыринов, Н.П. Дмитренко, А.В. Кравчук

Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев

E-mail: natdmitrenko@i.ua

#### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕШЕТОК БОЛЬЦМАНА К АНАЛИЗУ ТЕЧЕНИЯ НАНОЖИДКОСТЕЙ В КРИВОЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ С РАДИАЛЬНОЙ НЕРАВНОМЕРНОСТЬЮ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ НАНОЧАСТИЦ

Исследован поток наножидкости в криволинейном канале, образованном двумя концентрическими цилиндрическими поверхностями. Движение потока обусловлено постоянным азимутальным градиентом давления. Изучены гидродинамические и тепловые характеристики потока. Также исследовано влияние различных факторов на центробежную неустойчивость.

**Ключевые слова**: наножидкость, центробежная неустойчивость, криволинейный канал, тепло- и массообмен.

A.A. Avramenko, A.I. Tyrinov, N.P. Dmytrenko, O.V. Kravchuk

Institute of Engineering Thermophysics of the NAS of Ukraine, Kiev E-mail: natdmitrenko@i.ua

#### APPLICATION OF THE BOLTZMANN LATTICE METHOD TO THE ANALYSIS OF NANOFLUID FLOW IN A CURVED CHANNEL WITH RADIAL IRREGULARITIES OF THE TEMPERATURE AND THE CONCENTRATION OF NANOPARTICLES

The nanofluid flow in a curved channel formed by two concentric cylindrical surfaces is studied. The flow is caused by a constant azimuthal pressure gradient. The hydrodynamic and thermal characteristics of the flow are investigated. The influence of various factors on the centrifugal instability is studied as well.

Keywords: nanofluid, centrifugal instability, curvilinear channel, heat-mass transfer.