УДК 510:003.625 *Тарас Шиян*

АГРЕГАЦИЯ И СКОБКИ В МАТЕМАТИКЕ НОВОГО ВРЕМЕНИ: ВВЕДЕНИЕ В ЛОГИКО-СЕМИОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Статья является логико-методологическим исследованием по семиотической истории математики. В ней рассматривается история способов обозначения агрегации (группировки частей сложных символьных выражений) и использования скобок в математике. На этом материале вводятся некоторые базовые понятия и методы логико-семиотического анализа.

Ключевые слова: *Новое время, история математики, семиотика, скобки, агрегация.*

1. Введение

В статье рассматривается история способов обозначения агрегации и перехода к использованию в этих целях скобок. Термином «агрегация» называется группировка частей сложных символьных математических выражений, в результате которой вся скобочная конструкция выступает в следующем действии в качестве единого аргумента. Например, в «5–(2+1)». Семиотически, потребность в явном выражении агрегации возникает с переходом от риторическо-синкопической алгебры к символьной. Исторически и практически, такая потребность возникает в связи с применением операции извлечения корня. По крайней мере, наиболее ранние способы систематического явного обозначения агрегации относятся именно к тем случаям, когда нужно было обозначить применение операции извлечения корня к результату целого сложного выражения. Хотя, согласно [10, p. 390], первые случайные попытки обозначения агрегации скобками зафиксированы уже в начале XVI в. (к сожалению, Кэджори не приводит ни одной ссылки на конкретные тексты того времени), но вплоть до XVIII в. использовались по преимуществу не скобочные системы. Скобки как знак агрегации входят в общенаучный математический обиход только после работ Лейбница, Бернулли, Эйлера [10, p. 391].

Скобки и различные способы обозначения агрегации, с семиотической точки зрения, представляют собой достаточно разнообразный и специфический материал, требующий для своего анализа учета множества смысловых и синтаксических нюансов. Поэтому, в качестве инструмента логико-семиотического анализа автор воспользовался таким логическим методом, как метод проведения различений – в данном случае, семиотических. Высказанные сами по себе, эти различения достаточно очевидны, многие из них являются «общими местами» семиотики, но в контексте анализа логико-математической символики они почему-то регулярно выпадают из поля внимания исследователей.

2. Синонимичные обозначения агрегации

Первое необходимое различение – между *графическими средствами*, используемыми для выполнения некоторой функции, и тем смыслом (значением), который этим средствам придается, или той ролью, которую они выполняют, и которые могут выражаться (выполняться) и другими знаковыми средствами. Об этом различении стоит напомнить, поскольку в скобках и других «вспомогательных» знаках, привычные значки часто настолько тесно сливаются в сознании математиков и логиков с обычно выполняемой ими вспомогательной ролью, что другое их использование просто не замечается. С одной стороны, помимо нескольких вспомогательных функций, скобками обозначается ряд предметных функторов из разных областей математики и логики, пропозициональные связки (конъюнкция и строгая дизъюнкция), квантор общности (см. [6] и [7]). С другой стороны, сама агрегация часто обозначалась (и обозначается иногда до сих пор) различными альтернативными средствами.

Существовало несколько групп таких средств и каждая из этих групп требует отдельного анализа, как с точки зрения истории появления этих средств, так и с точки зрения их логико-семиотической структуры и их места в системе математических обозначений. Поэтому, в данной статье автор лишь намечает некоторые направления дальнейших исследований, отмечая те аспекты анализа, которые, по его мнению, необходимо учитывать.

Первая группа обозначений – обозначения агрегации единичным знаком, как правило – точкой. Выражение «5–(2+1)» в подобной нотации выглядело бы «5–**.**2+1». Такие системы зафиксированы в начале XVI в. у Кристофа Рудольфа (Rudolff) [10, p. 135; 3, с. 339–340], несколько позже – у Пьетро Антонио Катальди (Cataldi), в изданиях работ Людольфа ван Цейлена (Ceulen) и у других авторов [10, p. 135, 389]. Ряд примеров обозначения агрегации точками в XVI–XVII вв. приведен в [10, p. 389–390]. В начале XVIII в. такой способ обозначения выходит из употребления. Лейбниц пытался аналогичным образом использовать запятую (в издании *Acta eruditorium* 1702 г.), но потом склонился к применению скобок (в издании *Acta* 1709 г. им используются в основном скобки и только иногда – одиночная запятая) [10, p. 390]. Вновь одиночная точка используется Пеано [10, p. 390], Уайтхедом и Расселом [20, p. 9–

10], наряду со скобками – Черчем [5, с. 45, 69–70].

Все эти способы обозначения являются *синонимичными*, поскольку обозначают одну и ту же синтаксическую операцию – агрегацию. Но интерес представляет как раз выяснение типов различий между ними и, соответственно, типов синонимии. Очевидно, что упомянутые способы обозначения дают пример *символьно-синтаксической* синонимии (в терминологии [6; 7]) относительно обозначения агрегации парными скобками (поскольку различия касаются как используемых графем – символов, так и их порядка – синтаксиса). Но вот отношения внутри самой этой группы только на первый взгляд кажутся примером чистой *символьной* синонимии, при более же внимательном анализе выявляется множество семиотических нюансов, касающихся не только используемых графем и требующих отдельного рассмотрения.

На материале этих систем можно ввести еще несколько важных синтаксических различений. Единичные знаки (точки, запятая и т. п.) отличаются от парных знаков (в частности, скобок) по двум основаниям. Во-первых, они являются простыми знаками, а парные – сложными. Во-вторых, они, как и всякие простые знаки, являются компактными, тогда как парные скобки – распределенными: части одного знака разделены другими знаками (другими примерами распределенных знаков являются многие сложные союзы русского языка, например, «если …, то …»). Трактовка пары скобок как одного сложного распределенного знака является, на взгляд автора, ключевой для экспликации смысловых связей, возникающих внутри сложных математических выражений. (Существуют и еще более сложно устроенные скобочные системы, например, системы обозначения числовых интервалов.)

Согласно [10, p. 135, 143], Михаэль Штифель (начало XVI в.) использует точку «·» для обозначения начала агрегируемого выражения, но иногда ставит еще и вторую – в конце выражения. Беглое знакомство автора с [16] не подтверждает этих утверждений Кэджори. Поэтому, система обозначений Штифеля нуждается в новом, более детальном исследовании.

Точкой «**.**» в начале и конце выражения агрегацию обозначал Декарт в период до 1637 г. [10, p. 386]. В XVII в. парное двоеточие «: :» систематически использовалось Уильямом Отредом (Oughtred) [10, p. 135], его система широко применялась в Англии до начала XVIII в. Семиотически, эти две системы, по всей видимости, тождественны использованию прямых или косых парных скобок, а от использования обычных скобок (круглых, квадратных, фигурных, угловых) все они отличаются способом различения начала и конца агрегируемого выражения. В системах с одной графемой различение знаков начала и конца агрегируемого выражения основано на различении их позиций, т.е. является только синтаксическим, тогда как в обычных скобочных системах появляется элемент иконичности: начало и конец выражения обозначается зеркально симметричными знаками (правая и левая скобки).

Все рассматривавшиеся до сих пор способы обозначения агрегации (включая и обычные скобки) являются *строчными*. Но использовались и другие способы обозначения, которые можно было бы назвать *нестрочными*. Строчные символы пишутся в строчку наравне с обычными буквами, тогда как нестрочные находятся вне основной строки, иногда сопутствуя ей (*квазистрочные*), а иногда соединяя между собой несколько строк (*межстрочные*). Основным способом обозначения агрегации в XVI-XVII вв. было надчеркивание агрегируемой части, реже – подчеркивание. В форме подчеркивания пример с выражением «5–(2+1)» приял бы вид «$5–\underline{2+1}$». Оба способа обозначения (надчеркивание и подчеркивание) являются квазистрочными. По мнению автора, такое обозначение агрегации в некотором плане близко к диакритическим знакам (только эти знаки относятся не к отдельным «буквам», а к более сложным строчным конструкциям). Синонимия, в которой находятся эти две системы, является синтаксической – системы различаются только способом расположения черты: над или под строкой с основным выражением. А относительно систем со строчными знаками агрегации они дают пример символьно-синтаксической синонимии.

Подчеркивание использовано в некоторых манускриптах Николя Шюке (Chuquet) (1484) [3, с. 343; 10, p. 101, 103, 385], Андреаса Александра (1545), Рафаэля Бомбелли (1550) [10, p. 385–386].

Надчеркивание использовали: Фр. ван Схотен (van Schooten) (1646), Б. Кавальери (Cavalieri) (1647), Лейбниц в конце XVII в. (примерно до 1708 г.), Иоганн Бернулли старший в *Lectiones de calculo differentialium* [10, p. 386–387]. В XVII в. надчеркивание получило широкое распространение в Англии, в частности, его использовал Ньютон, а в XVIII в.– оно распространяется и во Франции [10, p. 387]. Упоминание авторов, использовавших надчеркивание, и примеры см. в [10, p. 386–389]. В одной форме надчеркивание сохранилось до наших дней – слившись со значком корня «”» (радикалом) в единый знак.

В принципе, до какой-то степени можно обойтись без скобок вообще, обозначая агрегацию некоторым оговоренным синтаксическим образом. Такой вариант «бесскобочной» символики был разработан польским логиком Яном Лукасевичем и использовался им и некоторыми другими представителями Львовско-Варшавской школы, начиная с 1929 г. [4, с. 128–130]. В этой системе агрегация обозначается чисто синтаксически, а в остальных – символьно-синтаксически. Каким термином было бы удобней обозначить возникающий здесь тип синонимии, автор пока не решил.

3. Появление скобок в математике

Еще одно важное различение – между скобками *как отдельными значками* (графемами) и скобками *как знаками*, выполняющими некоторые функции, передающими некоторые синтаксические и/или предметные значения. Соответственно этому надо различать историю возникновение некоторых значков самих по себе и их использования в той или иной роли.

Кроме того, нужно различать единичные и парные скобки. Это, как понятно, не совпадает с различением значка (графемы) и знака (значащего выражения): и в синтаксисе обычного языка, и в математике есть целый ряд способов применения одинарных (и левых, и правых) скобок (см., например, таблицу синонимичных логических обозначений в [7]). В формальной математике обычно прибегают к различению «буквы» и «слова». Буквы при этом понимаются как графемы, тогда как «слова» хоть и являются всего лишь «последовательностями букв», но являются «выражениями» формального языка и при интерпретации могут получать некоторый смысл. При этом, различают значок как «букву» и как однобуквенное «слово». Аналогично, в русском языке «а» является не только буквой, но и передает несколько разных слов (в одном случае – союз, в другом – междометие). Соответственно, для более детального анализа использования скобок нужно различать скобки как графемы, единичные скобки как самостоятельные знаки и двойные скобки как сложный распределенный знак. То, что парные скобки являются единой знаковой системой, более заметно, если обратить внимание на те случаи, когда парные скобки образованы значками, не воспринимаемыми сами по себе как скобки, например: «|» (или «/» в машинописи). Только будучи противопоставлены внутри парной конструкции | … | два значка «|» получают свое значение прямых скобок и, соответственно, значение «открывающей» или «закрывающей» скобки.

Здесь нужно сделать оговорку о межстрочных фигурных скобках, в первую очередь, в их собирательно-дистрибутивном значении. В этом случае они обозначают, что нечто, написанное перед левой скобкой или после правой, относится к выражениям, записанным на каждой подскобочной строчке. Такие одинарные скобки могут использоваться по несколько в одной конструкции и создавать подобие использования парных скобок, хотя, фактически, являются единичными. Как, например, при

построении таблицы в [15, p. 50]. Множество примеров см. в [13].

Появление скобок как знаков пунктуации в обычной письменной речи предшествовало их математическому использованию и относится, по крайней мере, к концу XV в. (например, их можно найти в изданиях Альда Мануция [8]). Достаточно быстро скобки как знаки пунктуации входят в широкий оборот, примеры их использования можно во множестве найти на страницах математических изданий XVI в., например, книг Видмана 1508 г. [19, ff. 1 об., 2, 7 об. и др.] и 1526 г. [19, ff. 2, 2 об., 9 об., 72 и др.; 10, p. 130], Штифеля [16; 10, p. 141], Кристофа Рудольфа в редакции Штифеля [11, f. 135; Прив. по: 10, p. 146], Тартальи [17 VI, f. 2; Прив. по: 10, p. 123], Бомбелли 1572 г. [9, f. 251; Прив. по: 10, p. 125] и 1579 г. [9, f. 161; Прив. по: 10, p. 127], Госселина [14].

Применение строчных парных скобок для обозначения агрегации происходит несколько позже, чем осознание этой функции, с одной стороны, и появление скобок в печатных математических текстах – с другой. Причиной этого, по мнению Кэджори [10, p. 390–391], стало активное использование скобок как знаков пунктуации. К этому следует еще добавить их в некотором аспекте противоположный смысл. На письме скобки обозначают исключение (в большей или меньшей степени) внутрискобочного выражения из основного предложения, смысловую и синтаксическую необязательность этого выражения для понимания смысла основной части. Происходящая в этом случае группировка внутрискобочного выражения имеет вторичный, нецелевой характер. В противоположность этому, скобки в качестве знака агрегации имеют целью как раз группировку внутрискобочного выражения, а вторичный, нецелевой характер имеет возникающий при этом эффект некоторой изоляции этого выражения. Но эта изоляция принципиально отличается от предыдущего случая, поскольку теперь скобки не имеют исключающего значения и при выбрасывании внутрискобочной части остающееся выражение становится бессмысленным. Агрегация означает, что некоторое сложное выражение выступает как единое целое в более сложной конструкции. Отсюда вытекает требование к порядку математических действий: сначала выполняются действия в скобках, и только потом – внешние по отношению к ним. А уже из этого требования возникает вторичный, нецелевой исключающий смысл: вынесение некоторого действия за скобки означает его временное отодвигание на второй план, откладывание на потом.

В этой связи интересно сравнить два варианта одной философской метафоры, создающих один и тот же смысл за счет отсылки к этим разным способам использования скобок. Эдмунд Гуссерль использовал метафору заключения в скобки в качестве методического приема разъяснения смысла эпохэ и редукции [1, с. 70–73, 125 и др.]. Хотя слово «einklammern» является в немецком языке, в том числе и математическим термином, но образ именно заключения некоторого суждения или полагания в скобки отсылает к изолирующей, исключающей функции скобок как знаков пунктуации. С другой стороны, метафора вынесения за скобки, применяемая точно в таком же исключающем смысле некоторыми современными феноменологами, использует понимание скобок как знаков математической агрегации, но отсылает не к основному, а к их вторичному, нецелевому «изолирующему» смыслу.

Вообще, относительно установления исторического приоритета во введении каких-либо знаков или в их использовании следует различать способ обозначения того или иного математика и способ обозначения, использованный в том или ином издании его трудов. Эти системы не обязательно совпадают. Поэтому упоминания в историко-математических экскурсах вообще и в данной статье в частности об использовании тем или иным автором той или иной системы обозначения – некоторая условность. Вопрос об идентичности некоторых обозначений авторским замыслам и о семиотических приоритетах должен исследоваться отдельно. Гораздо проще указать на ошибки, в случаях ложной атрибуции. Рассмотрим один отрывок о возникновении скобок, повторяющийся в нескольких статьях Википедии (изложенные в нем данные нередко встречаются в литературе, но в значительной степени искажены или вообще неверны): «Круглые скобки появились у Тартальи (1556) (для подкоренного выражения) и позднее у Жирара. Одновременно Бомбелли использовал в качестве начальной скобки уголок в виде буквы *L*, а в качестве конечной – его же в перевёрнутом виде (1550); такая запись стала прародителем квадратных скобок. Фигурные скобки предложил Виет (1593)» (данные на апрель 2011).

Начнем с квадратных скобок. Согласно примеру, приведенному в [10, p. 391], Бомбелли в рукописном издании *L'algebra* 1550 г. для обозначения агрегации применяет одновременное взятие в парные строчные квадратные скобки и подчеркивание. Это наиболее ранний (из приводимых в [10]) случай обозначения агрегации строчными парными знаками вообще и зеркально симметричными знаками (в т.ч. скобками) в частности. Правда, из-за одновременного со скобками использования подчеркивания, это не совсем чистый случай. Обычная и инверсная буквы *L* (вместо квадратных скобок и подчеркивания) появляются только в печатном венецианском издании 1572 г. [10, p. 391], примеры такого обозначения см. в [10, p. 124, 126; 3, с. 342], в болонском издании 1579 г.– в [9, p. 161; Прив. по: 10, p. 127].

Из упоминаемых в [10] источников с примерами использования круглых скобок в качестве знаков агрегации, книга Тартальи [17], действительно, является наиболее ранней (II том вышел в 1556 г.) [10, p. 392]. Насколько этот способ обозначения был инициативой Тартальи, сказать сложно, поскольку он умер в 1557 г. и остальные тома выходили посмертно. Использование парных скобок издателями трактата Тартальи не было последовательным: часто заключительные скобки опускались, если это не вызывало путаницы (аналогичную практику можно позже наблюдать с парными двоеточиями у Отреда). Но приоритет Тартальи (или его издателей) относится только к использованию круглых скобок *в качестве знаков агрегации*. Сами эти скобки в полиграфии появляются еще до рождения Тартальи, а в математических текстах – по крайней мере, с начала XVI в. Во-вторых, как было отмечено выше, первенство использования парных скобок (и вообще парных строчных знаков) в качестве знаков агрегации принадлежит Бомбелли. Упоминание Альбера Жирара в этом списке не совсем понятно: Жирар действительно использовал строчные круглые парные скобки для обозначения агрегации [13], но помимо сочинений Тартальи были и другие издания, предшествовавшие Жирару, например, издания *Алгебры* Кристофа Клавия 1608 г. [12, p. 159; Прив. по: 10, p. 153] и 1609 г. [3, с. 340].

Согласно [2, с. 310], Франсуа Виет агрегацию обычно обозначал надчеркиванием, хотя изредка прибегал и к фигурным скобкам. Согласно [10, p. 391], в издании 1593 г. *Zetetica* Виета [18] (Кэджори ошибочно указывает в качестве города издания Турин вместо Турона) иногда используются фигурные и квадратные скобки (иногда – левые, иногда – правые) для обозначения агрегации. Использование единичных межстрочных фигурных скобок начинается значительно раньше работ Виета: их можно найти в *Немецкой арифметике* Штифеля 1545 г. [16, f. 54 об.], в издании 1550 г. *Начал* Евклида (во введении Иог. Шойбеля [15, p. 1–76; 10, p. 149] и в латинском тексте самих *Начал*, например, [15, p. 81–82]), в *Великом искусстве* Госселина 1577 г. [14, ff. 27 об., 45 об.; 10, p. 179]. В целом, в [18] продолжается предшествующая традиция использования фигурных скобок в различных собирательных значениях. В некоторых случаях фигурные скобки в [18] передают собирательно-дистрибутивный смысл (например, [18, Variorum f. 9 об.]). Скобки в этих функциях являются своеобразными знаками пунктуации (см. титул из [16], таблица [15, p. 50] и др.). В тех случаях, когда Виету приписывают обозначение агрегации с помощью фигурных скобок [18, Variorum ff. 29 об., 30; 18, Zetetica ff. 2A, 2B, 3A, и др.], «агрегируемое» выражение записывается в несколько строк, что само по себе уже обусловливает применение фигурных скобок в собирательном значении. С учетом всего описанного контекста, трактовка фигурных скобок в этих примерах как обозначающих агрегацию является, на взгляд автора, не обоснованной и сомнительной, а действительно возникающий в этих случаях эффект агрегации носит не целевой, вторичный характер. Таким образом, Виет не был ни изобретателем фигурных скобок, ни инициатором обозначения такими скобками агрегации.

4. Заключение

В заключение укажем некоторые возможные направления дальнейших исследований с учетом введенных автором семиотических различений. Интересно было бы сравнить различные системы обозначения агрегации точками, двоеточиями, запятыми и т.п. и выявить возникающие здесь варианты отношения синонимии. Другим интересным направлением герменевтических исследований является выявление и описание различных собирательных значений межстрочных фигурных скобок. С точки зрения истории математической семиотики, было бы интересно описать все встречающиеся формы скобочных конструкций и определить время их появления и историю их значений. Возможны и другие, более аналитические исследования.

Примечания к списку литературы

Для сокращения списка литературы я объединил под одним номером ссылки на разные издания одного произведения. В тексте я везде оговариваю, на какое из изданий я ссылаюсь в данном месте.

Мной использовались электронные фотокопии книг XV–XVII вв., из собрания Bayerischen Staatsbibliothek: копии книг, помеченных [BSB], доступны с сайта Münchener Digitalisierungszentrum: http://www.digitale-sammlungen.de; [BSB+] – через электронный каталог OPAC PLUS: http://opacplus.bsb-muenchen.de

Список использованной литературы

1. Гуссерль Э. Идеи к чистой феноменологии и феноменологической философии.– Т. 1.– М., 1999.
2. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия / Под ред. А. П. Юшкевича. В 3-х тт. Т. 1. История математики с древнейших времен до начала Нового времени.– М., 1970.
3. Кэджори Ф. Исторія элементарной математики / Перев. съ англ. подъ ред. и съ примсч. прив.-доц. И. Ю. Тимченко.– Одесса: Mathesis, 1910.

4. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики.– Биробиджан, 2000.
5. Черч А. Введение в математическую логику.– Т. I.– М., 1960.
6. Шиян Т. А. Семиотический анализ математической символики: синонимия, полисемия, омонимия, антонимия, конверсия // Гуманитарное измерение меняющегося мира.– М., 2008.
7. Шиян Т.А. Семиотический анализ логико-математической символики (О синонимии, полисемии, омонимии, антонимии, конверсии) / Vox: Электронный философский журнал. Вып. 9 (декабрь 2010). URL: http://vox-journal.org/html/issues/vox9/134 (данные на 23.04.2011).
8. Bembo P. De Aetna.– Venedig: Aldus Manutius, 1495/96.02. [BSB]
9. Bombelli R. L'algebra. Manuscript, ок. 1550.– Venice, 1572.– Bologna, 1579.
10. Cajori F. A History of Mathematical Notations.– Vol. I.– Chicago, 1928.
11. Christoff Rudolff. Behend unnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeincklich die Coss genent werden.– Strassburg, 1525.
12. Clavius Chr. Algebra.– Roma, 1608. [BSB+] Genevae, 1609.
13. Girard Albert. Invention nouvelle en l'Algebre.– Amsterdam, 1629. [BSB+]
14. Gosselin Guil. De arte magna, seu de occulta perte numerorum, quae et Algebra, et Almucabala vulgo dicitur.– Paris, 1577. [BSB+]
15. Scheubel Joh. [предисловие и подготовка текста]: Euclidis Megarensis. Philosophi et Mathematici excellentissimi, sex libri priores de Geometricis principijs. Graeci et Latini.–Basileae, 1550. [BSB+]
16. Stifel M. Deutsche Arithmetica.– Nürnberg, 1545. [BSB]
17. Tartaglia N. General trattato de numeri e misure.– Venice. Vol. II (1556). Vol. IV (1560). Vol. VI (1560).
18. Viите F. Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII.– Turoni, 1593. [BSB+] Pag. var.
19. Widmann Joh. Behende und hübsche Rechnung auff allen Kauffmanschafften.– Pfortzheim, 1508. Augsburg, 1526. [BSB]
20. Whitehead A., Russell B. Principia mathematica.– Cambridge, 1910.

Тарас Шиян

АГРЕГАЦІЯ І ДУЖКИ В МАТЕМАТИКИ НОВОГО ЧАСУ: ВСТУП ДО ЛОГІКО-СЕМІОТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Стаття є логіко-методологічною розвідкою із семіотичної історії математики, а саме історії способів позначення агреґації (групування частин складних символьних виразів) і використання дужок у математиці. На цьому матеріалі запроваджуються певні базові поняття і методи логіко-семіотичного аналізу.

Ключові слова: *Новий час, історія математики, семіотика, дужки, агреґація.*

Taras Shiyan

AGGREGATION AND BRACKETS IN MODERN MATHEMATICS: INTRODUCTION TO LOGICAL-SEMIOTIC ANALYSIS

The article is a logical-methodological investigation in semiotic history of mathematics. It is studied in the article the history of meanings of designation of aggregation and using of brackets and other parentheses in mathematics. The term "aggregation" refers to the grouping of parts of complex symbolic math expressions, as a result of which the whole structure stands bracket in the next step as a single argument. The need for an explicit of aggregation expression occurs with the transition from a rhetorical-sinkopical algebra to the symbolical algebra. Historically and practically, such necessity arises in connection with the using of root extraction operation. Parentheses as a sign of aggregation are included in the general scientific mathematical usage only after the works of Leibniz, Bernoulli, etc. On this basis it is introduced some principal concepts of logical-semiotic analysis.

Keywords: *Modern time, history of mathematic, semiotic, brackets aggregation.*

References

1. Gusserl' Je. (1999)_Idei k chistoj fenomenologii i fenomenologicheskoj filosofii [Ideas to pure phenomenology and phenomenological philosophy], t. 1, *Moscow*.
2. Istorija matematiki s drevnejshih vremen do nachala XIX stoletija (1970) [Mathematics history since the most ancient times before the beginning of the XIX century] / *Pod red. A. P. Jushkevicha*, v 3-h tt., t. 1. Istorija matematiki s drevnejshih vremen do nachala Novogo vremeni. *Moscow*.
3. Kjedzhori F. (1910) Istorija jelementarnoj matematiki [Istoriya of elementary mathematics] / *Perev. s angl. pod red. i s primcch. priv.-doc. I. Ju. Timchenko*, *Odessa*, Mathesis.
4. Lukasevich Ja. (2000) Aristotelevskaja sillogistika s tochki zrenija sovremennoj formal'noj logiki [Aristotelean syllogistics from the point of view of modern formal logic], *Birobidzhan*.
5. Cherch A. (1960) Vvedenie v matematicheskuju logiku [Introduction to mathematical logic], t. I, *Moscow*.
6. Shijan T. A. (2008) Semioticheskij analiz matematicheskoj simvoliki: sinonimija, polisemija, omonimija, antonimija, konversija [Semiotics analysis of mathematical symbolics: a synonymy, polysemanticism, a homonymy, an antonymy, conversion], *Gumanitarnoe izmerenie menjajushhegosja mira*, *Moscow*.
7. Shijan T. A. (2010) Semioticheskij analiz logiko-matematicheskoj simvoliki (O sinonimii, polisemii, omonimii, antonimii, konversii) [The semiotics analysis of logical-mathematical symbolics (About a synonymy, polysemanticism, a homonymy, an antonymy, conversion)]. Vox: Jelektronnyj filosofskij zhurnal. Vyp. 9 (dekabr'). URL: http://vox-journal.org/html/issues/vox9/134 (dannye na 23.04.2011).
8. Bembo P. (1495) De Aetna, *Venedig*: Aldus Manutius, 1495/96.02. [BSB]
9. Bombelli R. (1572–1579) L'algebra. Manuscript, ок. 1550, *Venice–Bologna*.
10. Cajori F. (1928) A History of Mathematical Notations, vol. I, *Chicago*.
11. Christoff Rudolff (1525). Behend unnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeincklich die Coss genent warden, *Strassburg*.
12. Clavius Chr. (1608–1609) Algebra, *Roma*,. [BSB+] *Genevae*.
13. Girard A/.(1629) Invention nouvelle en l'Algebre, *Amsterdam*,. [BSB+]
14. Gosselin G.(1577) De arte magna, seu de occulta perte numerorum, quae et Algebra, et Almucabala vulgo dicitur, *Paris*. [BSB+]
15. Scheubel Joh. (1550) [предисловие и подготовка текста]: Euclidis Megarensis. Philosophi et Mathematici excellentissimi, sex libri priores de Geometricis principijs. Graeci et Latini, *Basileae*, [BSB+]
16. Stifel M. (1545) Deutsche Arithmetica, *Nьrnberg*. [BSB]
17. Tartaglia N. (1556-1560) General trattato de numeri e misure, *Venice*. Vol. II (1556). Vol. IV (1560). Vol. VI (1560).
18. Viиte F. (1593) Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII, *Turoni*. [BSB+] Pag. var.
19. Widmann Joh. (1508-1526) Behende und hьbsche Rechnung auff allen Kauffmanschafften, *Pfortzheim*, 1508. Augsburg, 1526. [BSB]
20. Whitehead A., Russell B. (1910) Principia mathematica, *Cambridge*..