УДК 515.171

Боярінова Ю.Є.

ІСТОРІЯ ТА РОЗВИТОК МЕТОДІВ ГІПЕРКОМПЛЕКСНОГО ПОДАННЯ ІНФОРМАЦІЇ

Представлення інформації за допомогою гіперкомплексних числових систем використовується в різних задачах науки і техніки: у класичній механіці, механіці твердого тіла, електродинаміці, радіоелектроніці, комп’ютерній анімації і інших. У статті розглядається історичний розвиток представлення інформації за допомогою гіперкомплексних числових систем.

Представление информации с помощью гиперкомплексных числовых систем используется в различных задачах науки и техники: в классической механике, механике твердого тела, электродинамике, радиоэлектронике, компьютерной анимации и других. В статье рассматривается историческое развитие представления информации с помощью гиперкомплексных числовых систем.

Presentation of information by the hypercomplex numerical systems is used in the different tasks of science and technique: in classic mechanics, mechanics of solid, electrodynamics, radioelectronics, to computer animation et al. In the article examined historical development presentation of information by the hypercomplex numerical systems.

Вступ

Розвиток інформаційних систем та вдосконалення методів математичного моделювання потребує нових підходів та реалізацій для розширення області вирішуваних прикладних задач.

Важливу роль при побудові різного типу інформаційних систем відіграє вибір методів представлення даних та ефективної їх обробки.

Кожна з форм представлення даних має свої особливості та найбільш ефективні області застосування. Проведена робота і анализ різних систем дозволяє зробити висновок, що гіперкомплексні числові системи є ефективними для вирішення практичних задач механіки, електродинаміки, радіоелектроніки та багатьох інших.

Необхідно відзначити, що гіперкомплексні числові системи (ГЧС) є розширенням поля комплексних чисел. Вивчення цих розширень є новим науковим і практичним напрямом, та вимагалє зусиль провідних спеціалістів. Цій роботі присвятили свої праці: У.Р. Гамільтон (1805–1865), А. Кэлі (1821–1895), Дж. Сільвестр (1814–1897), Б. Пірс (1809–1880), Ч. Пірс (1839–1914), Э. Лагерр (1834–1886), А. Пуанкаре (1854–1912), Ш. Эрміт (1822–1901), Г. Грассман (1809–1877), Г. Ганкель (1839–1873), К. Вейерштрасс (1815–1897), Р. Дедекінд (1831–1916), Г. Фробеніус (1849–1919) та інші.[1]

Для висвітлення повної картини, пов'язаної з початком і розвитком теорії гіперкомплексних числових систем, необхідно розглянути етапи її створення, починаючи із джерел.

Постановка задачі

Метою дослідження є розширення області теоретичних і практичних знань про гіперкомплексні числові системи, які можуть бути ефективно застосовані для підвищення продуктивності при вирішенні практичних задач.

Історичний розвиток числових систем

Історичний розвиток поняття числа відноситься ще до піфагорійців, які окрім дійсного ряду чисел вивчали так звані фігурні числа. Окремим випадком цих чисел для них були квадратні й кубічні числа. Уже на той час їм були відомі трикутні числа $\frac{n(n+1)}{2}$, п'ятикутні числа $\frac{n(3n-1)}{2}$, пірамідальні числа $\frac{n(n+1)(n+2)}{2\cdot 3}$, які вони запозичили в «Початках» Евкліда [2].

Якщо спочатку алгебра носила геометричний характер, то необхідно відзначити, що в 1–11 ст. н.е. в «Метриці» Герона алгебра вже носила не геометричний характер[3]. Помітне розширення алгебри було досягнуто індійським математиком Брахмагуптою. Він розглядав обчислення квадратних коренів і працював над системами числення.

Подальша арифметизація алгебри була розвинена в роботі математика Абрахам бар Хийа (1070–1136) «Трактат про виміри й обчислення». Ця робота є найбільш ранньою Арабською алгеброю, яка була написана і видана в Європі. Автор у своїй роботі дає закінчене вирішення (розв'язання) загального квадратного рівняння.

Дещо пізніше Чуквет (1445–1488) у Франції видав трактат «Науки про числа», що є найбільш ранньою Французькою книгою по алгебрі. У ній розглядаються прогресії, числові системи, досконалі числа й ін.[4].

Виникнення комплексних чисел

Це був період, коли наближався час відкриття комплексних чисел, що означало перехід від одномірних чисел до двовимірних чисел. В 1545 р. вийшла у світ книга Дж. Кардано «Велике мистецтво», у якій для вирішення системи рівнянь $x+y=10$, $xy=40$ були введені комплексні числа[5].

У цей же період розпочався штурм вирішення кубічних рівнянь. У вирішення цієї задачі певний внесок здійснив Н. Тартаглії [6]. З'ясувалося, що уявні числа зустрічаються при вирішенні кубічних рівнянь. Формули для їх вирішення відомі під іменами Кардана-Тартаглії.

Величезне значення для розвитку алгебри мають роботи Бомбеллі[7]. По суті, він розробив в 1572 р. правила роботи з уявними одиницями. Його знаменита «Алгебра» складалася з п'яти частин. У цій книзі Бомбеллі записав правила для додавання, віднімання та множення комплексних чисел. Розвиваючи вчення про комплексні числа, Бомбеллі покращив формули Кардана-Тартаглії для вирішення кубічних рівнянь. Вважається, що «Алгебра» Бомбеллі це одне із чудових досягнень XVI ст.

Цікавою є оцінка комплексних чисел Лейбніца в 1702 р. Він назвав їх «чудом аналізу, чудовиськом світу ідей, амфібією між буттям і небуттям»[8,9].

Відношення до уявних величин принципово змінилося після роботи Ж. Даламбера «Досвід нової теорії опору рідин» (1752 р.), де він записав рівняння у вигляді дійсної та уявної частин функції комплексного змінного [10]. У цій роботі вперше з'явилися так звані умови Коші-Рімана аналітичної функції. Можна вважати, що й алгебраїчний шлях до векторів пролягав через задачі механіки.

Поняття вектор почало широко використовуватися в XVI ст. Вектор застосовується для представлення таких фізичних величин як сила, швидкість та інші, які характеризуються значенням і напрямом.

Зображення комплексних чисел у вигляді векторів на площині з чітким геометричним поясненням дій над комплексними числами вперше зустрічається в роботі данського геодезиста й картографа К. Весселя «Досвід про аналітичне подання напряму й спроба його застосування, переважно до вирішення плоских і сферичних трикутників» (1799) [11]. Найважливішою особливістю цієї роботи було те, що поряд з векторами на площині, К. Вессель висунув ідею векторів у просторі і зробив спробу множення цих векторів[12].

Думки про геометричне тлумачення операцій над комплексними числами були висловлені також Ж.Р. Арганом у роботі «Досвід деякого способу представлення уявних величин у геометричних побудовах» (1806). Роботи Ж.Р. Аргана особливо поширилися після публікації «Курсу алгебраїчного аналізу» О. Коші і теорії біквадратичних лишків Гауса[6]. Це стало основою, після чого математики XIX-го століття стали називати площину комплексної змінної «площиною Коші» або «площиною Гауса».

Всі ці роботи можна розглядати як рух до побудови просторової числової системи. І. Кант писав: «Тривимірність відбувається, очевидно, від того, що субстанції в існуючому світі діють одна на одну таким чином, що сила дії обернено пропорційна квадрату відстані… З другого закону виникав би протяг з іншими властивостями і вимірами. Наука про всі ці можливі види простору, безсумнівно, представляла б собою вищу геометрію, яку здатний побудувати кінцевий розум…

Якщо можливо, щоб існували протяги з іншими вимірами, то досить імовірно, що вони дійсно розміщені»[13].

Збільшення вимірності гіперкомплексних числових систем

Необхідно відзначити, що поняття чотиривимірного простору цікавить вже у XVIII ст. таких учених як Даламбер (стаття «Розмірність») і Дідро в їхній спільній праці «Енциклопедія або тлумачний словник наук, мистецтв і ремесла»[14].

Про багатомірність багато написано Ж. Лагранжем у його роботі «Аналітична механіка» (1788)[15]. А про чотиривимірний простір, який «уявити собі не можливо», пише Мебіус в «Баріцентричному численні»(1827 р.)[4].

Інтерес до багатовимірності безпосередньо супроводжувався розвитком алгебраїчних ідей побудови багатовимірних числових систем. Так ірландський математик У. Гамільтон у роботі «Теорія спряжених функцій» (1835) зробив спробу побудови тривимірного аналога комплексних чисел[16]. Він у цій роботі строго обґрунтував комплексну числову систему і представлення цих чисел у вигляді пар дійсних чисел або, що рівнозначно, як векторів на площині. Далі У. Гамільтон здійснив спробу в 1837–1838 рр. побудувати аналітичну теорію для трійок дійсних чисел. Однак, всі ці системи мали так звані дільники нуля[16], тобто такі пари чисел, що

$$A \neq 0, \quad B \neq 0, \text{ але } A \cdot B = 0.$$

А. Морган розглянув у роботі «Про основу алгебри» (1847) числа вигляду

$$a\xi + b\eta + c\zeta$$

і різні алгебри [17]. У тому числі розглянута алгебра з таблицею:

	ξ	η	ζ
ξ	ξ	η	ζ
η	η	$-\zeta$	ξ
ζ	ζ	ξ	$-\eta$

У цій алгебрі роль одиничного елемента відігравав елемент ξ, а елементи η і ζ були пов'язані співвідношенням $\eta^2 = \zeta^2 = \xi^2$. Якщо при цьому позначити ξ, -η і –ζ відповідно через 1, e, e^2, то елементи цієї алгебри можна записати у вигляді $a + be + ce^2$, де $e^2 = 1$.

Алгебраїчною або числовою системою з елементами наведеного вигляду працював Ч. Гревс. У статті «Про алгебраїчні триплети» (1847) він показав, що триплет $a + be + ce^2$ можна представити у вигляді точки тривимірного простору і що триплет за певних умов можна представити у вигляді суми дійсного числа й комплексного числа. Із цього виходить, що алгебру триплетів можна представити прямою сумою поля дійсних і поля комплексних чисел.

У.Р. Гамільтон досліджував, що всі розглянуті потрійні алгебри мають дільники нуля, тому він почав шукати серед алгебр четвертого порядку таку алгебру, яка не мала б дільників нуля[18]. І він знайшов таку алгебру, що володіла, як і поля дійсних і комплексних чисел, всіма властивостями поля, за винятком комутативності. Результати цих досліджень Гамільтон публікує як нову теорію в роботі «Про кватерніони або про нову систему уявностей в алгебрі» (1850), потім в «Лекціях про кватерніони» (1853).

Елемент кватерніон Гамільтон записав у вигляді

$$a + ib + jc + kd,$$

для них додавання виконується в такий спосіб

$$\frac{\begin{array}{c} a_1 + ib_1 + jc_1 + kd_1 \\ a_2 + ib_2 + jc_2 + kd_2 \end{array}}{(a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2) + j(c_1 + c_2) + k(d_1 + d_2)},$$

а множення здійснюється з урахуванням таблиці

	1	*i*	*j*	*k*
1	1	*i*	*j*	*k*
i	*i*	-1	*k*	-*j*
j	*j*	-*k*	-1	*i*
k	*k*	*j*	-*i*	-1

Для кожного кватерніона k можна побудувати спряжений елемент $\overline{k}$ у вигляді:

$$\overline{k} = a - ib - jc - kd$$

Можна просто перевірити, що

$$\overline{k_1 \cdot k_2} = \overline{k_1} \cdot \overline{k_2},$$

а добуток $k \cdot \overline{k}$ дорівнює ненегативному дійсному числу

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2,$$

а, отже, маємо

$$|k_1|^2 \cdot |k_2|^2 = |k_1 \cdot k_2|^2.$$

Гамільтон визначив всі дії векторної алгебри: додавання векторів

$$\alpha = ix + jy + kz$$

$$\beta = ix^1 + jy^1 + kz^1$$

у вигляді

$$\alpha + \beta = i(x + x^1) + j(y + y^1) + k(z + z^1)$$

Множення векторів дає кватерніон загального вигляду, у якого є скалярна частина, що сам Гамільтон називав скалярним добутком векторів α і β, а векторну частину — векторним добутком цих векторів.

У. Гамільтон визначив також кватерніон виду $\beta \cdot \alpha^{-1}$, який він називав часткою від ділення двох векторів.

Слідом за кватерніонами А. Келі ввів їхнє узагальнення — так званий потік числа Келі або октави. Про них він уперше написав у роботі «Про еліптичні функції Якобі і про кватерніони»[19].

Елемент гіперкомплексної числової системи октав подається у вигляді

$$a + ib + jc + kd + lx + py + qz + rt.$$

Додавання октав здійснюється так само, як і кватерніонов, а множення відповідно до таблиці

	1	i	j	K	l	p	q	r
1	1	i	j	k	l	p	q	r
i	i	-1	k	$-j$	$-p$	$-l$	r	$-q$
j	j	$-k$	-1	i	$-q$	$-r$	l	p
k	k	j	$-i$	-1	$-r$	q	$-p$	l
l	l	$-p$	q	r	-1	$-i$	$-j$	$-k$
p	p	$-l$	r	$-q$	$-i$	-1	r	$-q$
q	q	$-r$	$-l$	p	j	$-r$	-1	l
r	r	q	$-p$	$-l$	r	q	$-l$	-1

Елемент октава має спряжений елемент, а добуток основного елемента на спряжений елемент дорівнює дійсному числу

$$a^2 + b^2 + c^2 + \ldots + z^2 + t^2$$

Значний вплив на розвиток теорії гіперкомплексних числових систем здійснила робота А. Келі «Мемуари про теорію матриць» (1858).

Тут показано, що кватерніону $\alpha = a + ib + jc + kd$ можна поставити у відповідність комплексні матриці

$$\begin{vmatrix} A & B \\ -\overline{B} & \overline{A} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+id & b+ic \\ -b+ic & a-id \end{vmatrix}$$

При цьому сумі й добутку кватерніонов буде відповідати сума й добуток відповідних матриць. При цьому $\alpha \cdot \alpha = |\alpha|^2$.

Поряд з цим одержало розвиток наступне. Нехай є дійсна матриця векторного порядку

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+b & b+c \\ -b+c & a-d \end{vmatrix}$$

Цю же матрицю можна записати у вигляді $\alpha = a + ib + ec + fd$, де роль одиниці грає одинична матриця $I = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$, i-матриця $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$,

e — матриця $I = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$, f — матриця $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$.

Така структура називається антикватерніон. Таблиця множення для антикватерніонов має вигляд

	1	i	e	f
1	1	i	e	f
i	i	-1	f	$-e$
e	e	$-f$	1	$-i$
f	f	e	i	1

Істотний внесок у розвиток теорії комплексної числової системи здійснив Ж. Арган. Він у більшій мірі відомий як математик, який дав геометричну інтерпретацію комплексних чисел і вивчення модуля комплексних чисел.

К.Ф. Гаус вніс величезний вклад у теорію чисел і алгебру, що значно вплинуло на розвиток теорії гіперкомплексних числових систем. Його праці в теорії чисел дали світові фундаментальну теорему про ізоморфізми у класах лишків комплексних і дійсних чисел[20].

Роботи А. Коші (1789–1857) є потужним базисом у теорії функцій дійсної й комплексної змінної. Із цього, як очевидне, слідує вплив робіт А. Коші на теорію функцій гіперкомплексної змінної[2].

А. Морган запропонував подвійну алгебру і у своєму варіанті дав геометричну інтерпретацію комплексних чисел. Відомо, що А. Морган записав для Бебодта першу комп'ютерну програму та подібно Гамільтону працював над розширенням алгебри на простір вимірності три.

Обчислення векторів в 1844 р. опублікував Г. Грассман, який істотно розвинув теорію гіперкомплексного подання даних.

Значний розвиток одержала комплексна система чисел у працях Г. Рімана. Ним вивчене застосування комплексних змінних у теорії еліптичних функцій. Ріман наблизив свої роботи до побудови, так званих сьогодні, ріманових поверхонь. Вважається, що Ріман побудував загальну теорію комплексних змінних.

Англійський математик Дж. Сільвестр зробив важливі роботи з теорії матриць у розвиток робіт Кэлі.

Величезний внесок у математику та розділи, що нас цікавлять, вніс К. Вейєрштрасс, який ще в 1856 р. написав книгу по теорії аналітичних функцій. Вейєрштрасс вважав, що комплексне число — це єдине комутативне алгебраїчне розширення дійсних чисел.

Огляд розвитку систем дійсних, комплексних і гіперкомплексних чисел дав Г. Ганнель. Він також багато працював над теорією комплексних чисел і теорією функцій.

Б. Пірс у США працював над асоціативними алгебрами і почав класифікацію комплексних асоціативних алгебр.

В. Кліффорд узагальнив кватерніони Гамільтона і ввів бікватерніони, які він використовував для вивчення руху в неевклідових просторах.

Навіть якби Ф. Фробеніус не створив нічого іншого, окрім однієї теореми, цього було б досить[4]. Знаменита теорема Фробеніуса стверджує: «Поле дійсних чисел і поле комплексних чисел є єдиними скінченномірними асоціативно-комутативними алгебрами без дільників нуля, тіло кватерніонов є єдиною скінченномірною асоціативною, але не комутативною алгеброю без дільників нуля, алгебра Келі є єдиною скінченномірною альтернативною, але не асоціативною алгеброю без дільників нуля»[21].

Подальший розвиток теорія кватерніонов і алгебра Кліффорда[22] одержали в роботах Р. Ліфшица. Вважається, що він незалежно сформулював і представив алгебри Кліффорда й застосував їх для вивчення груп обертання[23].

Ф.Є. Молін є автором робіт із систем вищих комплексних чисел.

На можливість побудови числових систем, аналогічних комплексним числам, вказував також один з найбільших російських математиків XIX ст. Е.І. Золотарьов, який у своїй докторській дисертації побудував теорію чисел, що є узагальненням комплексних чисел[24]. Дослідження Е.І. Золотарьова відносяться до алгебраїчного напрямку побудови гіперкомплексних чисел. Вони були продовжені Д.М. Волковим та Н.М. Криловим, які розглядали комплексні числа вигляду $z = x_0 + x_1 e + ... + x_{n-1} e^{n-1}$, де e — корінь алгебраїчного рівняння n-го степеня: $e^n = p_0 + p_1 e + ... + p_{n-1} e^{n-1}$ у теорії комплексів Галуа. Н.М. Крилов називає такі числа z комплексами Галуа. Окремий випадок таких чисел розглянутий В.А. Філіновим у роботах «Багатомірне узагальнення комплексного числення», «Полінарна алгебра» та «Теорія функцій полінарного аргументу», де в якості визначального алгебраїчного рівняння n-го степеня обране рівняння $j^n = 1$.

Узагальнення комплексних чисел у формі Золотарьова-Крилова, виконане В.Е. Слівінським для матриць, є природним продовженням робіт Н.М. Крилова, Е.І. Золотарьова, І.А. Лаппо-Данилевського. Важливість цього узагальнення диктується збереженням комутативності множення та однозначності ділення на число, відмінне від нуля або дільника нуля. Подібний підхід застосував Е. Штуді, розглянувши побудову комутативних гіперкомплексних числових систем 2, 3 і 4-го порядку. При цьому він виходив з лінійної незалежності векторів $a^0, a^1, a^2, ..., a^{n-1}$, де $a = \lambda_1 e_1 + ... + \lambda_n e_n$, а побудову уявних одиниць виконував залежно від розв'язку рівняння $a^n = \alpha_1 a^{n-1} + ... + \alpha_n a^0$.

В.В. Люш в «Теорії універсальних чисел і додатках її до вирішення алгебраїчних рівнянь», а також в «Теорії функцій триплексної змінної» запропонував будувати гіперкомплексні числа, виходячи з вирішення задачі про представлення числами векторів у просторі трьох і більше вимірів[25]. Автор вказав, що дана задача може бути вирішена вибором одиниць — спочатку для простору 2^n вимірів, а потім для простору числа вимірів, відмінного від 2^n. Для представлення числами векторів у просторі 2^n вимірів у розгляд вводяться n незалежних між собою уявних одиниць, квадрат кожної з яких дорівнює –1. Оскільки кожна така одиниця виражає тільки один вимір у просторі, то для представлення всіх 2^n вимірів варто розглядати крім (n+1) одиниць 1, $i_1, ... i_n$ ще й всі добутки цих одиниць по дві, по три і т. д. У цьому випадку загальне число одиниць дорівнює 2^n. Для простору вимірності m число незалежних одиниць дорівнює m і за одиниці приймаються елементарні симетричні функції від $i_1, i_2, ..., i_m$ відповідно нормовані.

І.Л. Кантор і А.С. Солодовників[16] описали ще один шлях побудови гіперкомплексних числових систем — процедура подвоєння Келі-Діксона, що дозволяє по деякій системі CR побудувати систему вдвічі більшої вимірності з елементами вигляду $\omega = v_1 + v_2 E$, де $\omega \in B, v_1, v_2 \in CR, E$ — нова базисна одиниця. На множині B поширюється норма і операції додавання, віднімання, множення й спряження таким чином, щоб їх звуження на вихідну систему CR збіглося з уже уведеними в цій системі аналогічними операціями. Крім того, операція множення в B може бути введена двома способами: із збереженням властивості комутативності та без збереження цієї властивості. У першому випадку будується комутативне подвоєння системи CR, у другому — некомутативне подвоєння.

Узагальненням некомутативних розширень числових систем довільного порядку є числа Грасмана, альтерніони та числа Кліфорда. У загальному випадку числа Грасмана n-го порядку виходять некомутативним подвоєнням чисел Грасмана (n-1)-го порядку за допомогою дуальних чисел. Числа Кліфорда є узагальненням чисел Грассмана і альтерніонів.

М.В. Синьков і Н.М. Губарені [20] вивчають і доводять фундаментальні теореми Гауса про ізоморфізми і проводять побудову систем залишкових класів для алгебр другого порядку (комплексних, подвійних, дуальних чисел), вивчають комутативні та некомутативні подвоєння алгебр, побудову систем залишкових класів для квадриплексних, триплексних чисел, кватерніонов, октав, бікватерніонов, алгебр Грасмана та Кліфорда.

І.Я. Акушський, В.М. Амербаев, І.Т. Пак[26,27] займаються дослідженнями з побудови машинної арифметики в комплексній області. Вони розглядають комплексне число (або плоский вектор) як елементарний неподільний об’єкт, що дає можливість створення нових методів чисельного вирішення.

Вище були розглянуті основні етапи розвитку теорії та практики гіперкомплексних числових систем і пов’язаних з ними практичних додатків. Ці матеріали вивчають становлення гіперкомплексних числових систем, як розширення поля комплексних чисел.

Висновки

Останнім часом поряд з використанням традиційних способів представлення даних в математичному моделюванні все частіше стають ефективними і нетрадиційні форми представлення даних. Ці нетрадиційні представлення даних не претендують на універсальність, а проявляють свої якості і можливості при вирішенні практичних задач.

Однією з важливих нетрадиційних форм представлення даних стають гіперкомплексні числові системи. Теоретичні положення побудови гіперкомплексних числових систем почали розроблятися ще в XIX ст. у працях Гауса, Гамільтона, Кліфорда, Пірса, Штуді, Фробеніуса, Картана. Проте тривалий час не були визначені області використання гіперкомплексних числових систем. У другій половині 20 ст. сформувалося дуже важливе вживання кватерніонів для моделювання обертань в практичних задачах. У наш час методи розробок і застосувань гіперкомплексних числових систем достатньо досліджені і доступні для широкого використання.

Список використаних джерел:

1. Математическая энциклопедия/ под ред. Виноградова И.М.–М.: Советская Энциклопедия, 1979. –1103с.
2. Башмакова И.Г. История математики с древнейших времён до начала нового времени/ Башмакова И.Г., Маркушевич А.И. — М.: Наука, 1970. — Т. 1. –420с.
3. Колмогоров А.Н. Математика XIX века: математическая логика, алгебра, теория чисел, теория вероятностей/ Колмогоров А.Н., Юшкевич А.П. –М.: Наука, 1970.– Т. 1. — 353 с.
4. Смышляев В.К. О математике и математиках/Смышляев В.К. — Йошкар-Ола: Наука,1977. — 224с.
5. Гиндикин С.Г. Рассказы о физиках и математиках/ Гиндикин С.Г. — М. Наука ,1981. — (Сер. Библиотечка Квант) — 192 с.
6. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики/ Стройк Д.Я.– М.: Наука, 1984. — 285 с.
7. Вернадский В.И. Труды по всеобщей истории науки/ Вернадский В.И. — М.:Наука, 1988. — 380с.
8. Лейбниц Г. Рассуждения о метафизике: соч. в 4-х томах / Лейбниц Г. — М.:Мысль, 1982. –Т.1.–356с.
9. Leibnizes mathematisch Schriften, Bd. 1-7 London-Berlin-Halle,1849-1863.
10. История механики с древнейших времен до конца XVIII в. — М.: Наука, 1972. –290с.
11. Wessel C. Essae sus la representation de la direction/ Wessel C.–Copenhaque, 1897.–147p.
12. Розенфельд А.Б. История неевклидовой геометрии. Развитие понятия о геометрическом пространстве./ Розенфельд А.Б. –М.:Наука, 1976. — 408с.
13. Кант И. Метафизические начала естествознания/ Кант И. — М.:Мысль, 1999.– 1712с.
14. Декарт Р. Рассуждение о методе с приложениями: Диоптрика. Метеоры. Геометрия/ Декарт Р. — М.: Изд-во АН СССР,1953. –423с.
15. Лагранж Ж.Л. Аналитическая механика/ Лагранж Ж.Л. — М.:ГТТИ, 1950.– Т.1.– 594с., Т.2.– 400с.
16. Кантор И.Л.Гиперкомплексные числа/ Кантор И.Л., Солодовников А.С.– М.: Наука, 1973. — 144с.
17. Morgan A.D. On the foundation of algebra/ Morgan A.D. –Trans Cambrige Philos. Soc., 1847–V.8 –N.3–p.241-254
18. Hamilton W.R. On Quaternions or on new system of emaginaries in Algebra/ Hamilton W.R. –Phill. Mag., 1844. –40p.
19. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексной переменной/ Привалов И.И. . — М.: Наука, 1977. — 238с.

20. Синьков М.В. Непозиционные представления в многомерных числовых системах/ Синьков М.В., Губарени Н.М. — Киев: Наукова думка, 1979. –140с.
21. Frobenius F.G. Theorie der hyperkomplexen grossen/ Frobenius F.G. — Sitzungsber,1897. –87p.
22. Clifford W.K. Applications of Grassmann’s extensive algebra/ Clifford W.K. — Baltimor, 1878, Mathematical papers, N. J.,1968 — p.260-267.
23. Ландау Л.Д. Теория поля/ Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — М.: Наука, 1967. — 156с.
24. Диментберг Ф.М. Винтовое исчисление и его приложения в механике/ Диментберг Ф.М. — М. Наука, 1965г. — 200с.
25. Люш В.В. Теория универсальных чисел и приложения ее к решению алгебраических уравнений / Люш В.В. — Труды II Всесоюзного математического съезда. — М.- Изд-во АН СССР, 1936. — Т.2. — С.49-56
26. Акушский И.Я. Основы машинной арифметики комплексных чисел/ Акушский И.Я., Авербаев В.М., Пак И.Т . — Алма-Ата: Наука, 1970 г.– 179с.
27. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах/ Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. — М.: Сов. Радио,1968. — 440 с.

УДК.719(438)

Хоменко Л.Г.

СОЗДАНИЕ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ВТОРОГО ПОКОЛЕНИЯ, НАЧАЛО ОТХОДА ОТ БАЗОВЫХ ПРИНЦИПОВ ДЖ. НЕЙМАНА (1963-1966)

На етапі 1963–1966 рр. вітчизняна промисловість переорієнтувалась на створення ЕОМ другого покоління. Розглянуті нові засоби програмного забезпечення на базі мови АЛГОЛ і загальні конструктивні особливості створення програмно — технічних комплексів другого покоління.

На этапе 1963–66 гг. отечественная промышленность переориентировалась на создание ЭВМ второго поколения. Рассмотрены новые средства программного обеспечения на базе языка АЛГОЛ и общие конструктивные особенности созданных программно — технических комплексов второго поколения.

Domestic industry was reoriented to create a second generation of computers. Consider new means of software based on ALGOL and