

---

---

## Розділ 2. Основи природокористування

---

---

УДК 628.36

© **О.Я. Олійник**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф., чл.-кор. НАНУ;  
**О.А. Колпакова**<sup>2</sup>, аспірант

<sup>1</sup>Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ;  
<sup>2</sup>Київський національний університет будівництва та архітектури

### МОДЕЛЮВАННЯ І РОЗРАХУНКИ БІОЛОГІЧНОЇ ОЧИСТКИ СТІЧНИХ ВОД НА КРАПЛИННИХ БІОФІЛЬТРАХ

*На підставі аналізу загальної математичної моделі пропонуються спрощені моделі і методи розрахунку параметрів очистки стічних вод від органічних забруднень на краплинних біофільтрах в умовах достатнього забезпечення процесів біоокиснення киснем. Наведені рекомендації, які дозволяють оцінити вплив різних факторів на швидкість (кінетику) реакцій і масообмінні процеси.*

**Ключові слова:** біофільтр, стічні води, біологічна плівка, органічні сполуки, масоперенос, метод розрахунку, реакція, модель, очистка.

На практиці біологічної очистки господарсько-побутових стічних вод в аеробних умовах порівняно широке розповсюдження одержали краплинні біофільтри (trickling biofilter), в яких накопичення мікроорганізмів формується у вигляді біоплівки на твердій поверхні завантаження, яке нещільно заповнює резервуар [1–7]. На відміну від затоплених звичайних фільтрів (submerged filters), в яких потік стічної води фільтрується в порах матеріалу завантаження з утвореної на його поверхні біоплівки, в краплинних фільтрах потік стічної води стікає по поверхні завантаження із закріпленою біоплівкою. В якості завантаження приймаються різні пластини із полімерних матеріалів або частинки породи різних розмірів [2, 3, 4, 8, 9]. Крім того, якщо в затоплених фільтрах стічна вода поступає або після початкової аерації її повітрям (киснем), або за рахунок бульбашок повітря у фільтрі при пневматичній аерації, то в краплинному фільтрі повітря поступає природнім шляхом зверху чи знизу постійним потоком, який рухається по поверхні рідини в прямому чи зворотному напрямку. Ефективність вилучення розчинних органічних речовин, якими переважно забруднені господарсько-побутові стічні води, у біофільтрах пов'язана з утворенням високої концентрації біомаси

в одиниці об'єму фільтра у вигляді біоплівки, яка утворюється на поверхні матеріалу завантаження і має значну концентрацію мікроорганізмів [1, 2, 10, 11, 12].

Останнім часом поширилось використання краплинних повітряних біофільтрів (КПБ) для очистки багатьох летючих (легких) органічних сполук (ЛОС) із різних газів. Процес включає масоперенос із газової фази (ізопропілового спирту, ацетону, кисню і т.п.) безпосередньо в біоплівку чи через рідинну плівку; біоокиснення відбувається всередині біоплівки [7, 13, 14]. Більш детально існуючі конструкції краплинних біофільтрів та опис механізмів і процесів вилучення органічних забруднень на них закріпленим біоценозом і динаміки його формування, а також існуючих моделей і методів розрахунку параметрів очистки з використанням біоплівкових моделей розглянуті в багатьох роботах, зокрема [1, 2, 8, 10, 15]. В якості прикладу промислового використання краплинного фільтра в роботі [16] наведені результати ґрунтовних досліджень вилучення амонійного азоту (нітрифікації) при очистці комунальних стічних вод м. Гетеборга (Швеція). При цьому зазначається доцільність і ефективність використання краплинних фільтрів при біологічній очистці значних об'ємів стічних вод. Проте існуючі наукові дослідження, на основі яких розроблялись і пропонувались методи розрахунку, носили в основному емпіричний характер, а також проводились з використанням спрощених теоретичних підходів (моделей). Тому на підставі проведеного аналізу існуючих теоретичних і експериментальних розробок, з більш повним і ґрунтовним врахуванням механізмів і особливостей очистки стічних вод на краплинних біофільтрах, була сформульована і запропонована найбільш повна математична трифазна модель, яка складається із гідродинамічного блоку і блоку динаміки органічних забруднень і повітря (кисню) в краплинному фільтрі, загальна схема якої наведена в роботах [17, 18]. Виконаний аналіз загальної моделі показав, що для використання в практичних розрахунках загальну модель можна спростити, а саме розглядаючи потік забруднень у біоплівку і їх вилучення в стаціонарних умовах, враховуючи, що процес аеробної очистки в достатній кількості забезпечений киснем, тобто не лімітується киснем, а також ряд інших передумов, які цілком допустимі і не вносять суттєвих похибок в розрахунки [2, 10, 11]. Таким чином, для визначення зміни концентрації органічних забруднень (ОЗ)  $L$  в межах біоплівки товщиною  $\delta$  (рис. 1) розглянемо рішення наступного рівняння

$$D_L \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - R_L = 0, \quad (1)$$

яке виконується при наступних граничних умовах

$$\begin{aligned} -D_L \frac{\partial L}{\partial x} &= K_L (L_e - L|_{x=0}) \text{ при } x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= 0 \text{ при } x = \delta. \end{aligned} \quad (2)$$

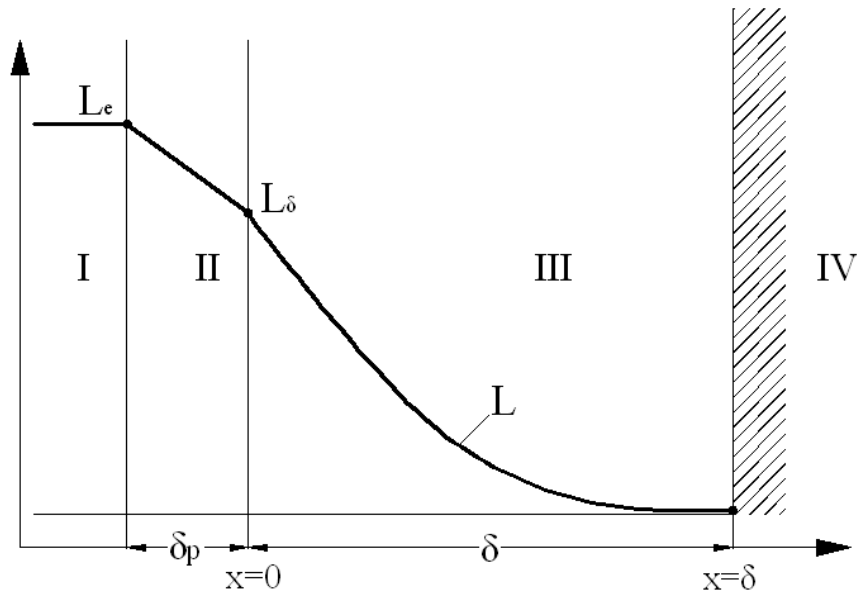


Рис. 1 – Профілі розподілу концентрацій  $L$  в біоплівці і рідинній плівці  
 I – потік рідини, II – рідинна плівка, III – біоплівка, IV – елемент завантаження

Відомо [11, 17], що якщо процес утилізації забруднень не лімітується киснем, тобто забезпечений киснем в достатній кількості, швидкість реакції при повній відсутності інгібуючого впливу описується відомим рівнянням Моно

$$R_L = \frac{\rho_m L}{K_m + L}, \quad \rho_m = \frac{\mu_m X}{Y}. \quad (3)$$

Враховуючи, що при порівняно невеликих концентраціях забруднень часто можна приймати  $K_m \gg L$ , а при значних концентраціях  $K_m \ll L$ , то в цих випадках кінетику реакції можна відповідно приймати першого і нульового порядків, а саме:

$$R_{L1} = kL, \quad k = \frac{\rho_m}{K_m}; \quad (4)$$

$$R_{L0} = w_L, \quad w_L = \frac{\mu_m}{Y} X. \quad (5)$$

У наведених рівняннях і залежностях прийняті наступні позначення окремих параметрів і коефіцієнти:

$L$ ,  $L_e$ ,  $L_0$  – відповідно концентрації органічних забруднень у біоплівці, у фільтрі і вхідній рідині  $\frac{гБПК_n}{м^3}$ ,  $\frac{гХПК}{м^3}$ ;  $\delta$ ,  $\delta_p$  – відповідно розрахункові товщини активної (аеробної) біоплівки і рідинної плівки (пограничного шару), м;  $D$  – коефіцієнт молекулярної дифузії в біоплівці,  $м^2/год$ ;  $K_L$  – коефіцієнт масопереносу  $O_2$  в рідинній плівці, м/год,  $K_m$  – константа

насичення (півнасичення) по ОЗ,  $\frac{z_{БПК_n}}{M^3}$ ,  $\frac{z_{ХПК}}{M^3}$ ;  $\mu_m$  – питома максимальна швидкість росту мікроорганізмів, год<sup>-1</sup>;  $Y = \frac{dX}{dL}$  – стехіометричний коефіцієнт приросту біомаси, г/г;  $X$  – концентрація біомаси в біоплівці,  $\frac{z_{БВБ}}{M^3}$ ,  $\frac{z_{ХПК(Б)}}{M^3}$ .

У результаті рішення рівняння (1) при граничних умовах (2) для реакції  $R_{L1}$  першого порядку (4) одержимо таку залежність для зміни концентрації  $L$  по товщині біоплівки  $x$

$$L(\bar{x}) = L_e \frac{e^{\sqrt{\alpha}(2-\bar{x})} + e^{\sqrt{\alpha}\bar{x}}}{(e^{2\sqrt{\alpha}} + 1) + \lambda(e^{2\sqrt{\alpha}} - 1)}, \quad (6)$$

де  $\alpha = \frac{k\delta^2}{D_L}$ ,  $\lambda = \frac{\sqrt{kD_L}}{K_L}$ ,  $\bar{x} = \frac{x}{\delta}$ .

Залежність для визначення концентрації забруднень на зовнішній поверхні біоплівки одержимо із рівняння (6) при значенні  $\bar{x} = 0$

$$L(0) = L_\delta = AL_e, \quad (7)$$

де  $A = \frac{1 + e^{-\varphi}}{(1 + e^{-\varphi}) + \lambda(1 - e^{-\varphi})}$ ,  $\varphi = 2\sqrt{\alpha}$ . (8)

На основі залежності (8) для визначення параметра  $A$  побудовано розрахунковий графік  $A = f(\varphi, \lambda)$  (рис. 2). З використанням залежності (7) рівняння (6) можна спростити до вигляду:

$$L(\bar{x}) = \frac{ch\sqrt{\alpha}(1-\bar{x})}{ch\sqrt{\alpha}} L_\delta, \quad \text{де } \sqrt{\alpha} = \frac{\varphi}{2} \quad (9)$$

Для визначення концентрації  $L(\bar{x})$  в межах біоплівки можна скористатись графіком  $\frac{L(\bar{x})}{L_\delta} = (\alpha, \bar{x})$ , який наведено в роботі [2, fig 17.5].

Потік органічних забруднень в біоплівку при кінетиці першого порядку  $N_1$  буде складати

$$N_1 = -D_L \left. \frac{\partial L}{\partial x} \right|_{x=0} = D_L \frac{th\sqrt{\alpha}}{\alpha_0} L_\delta = k_1 L_\delta, \quad (10)$$

де  $\alpha_0 = \sqrt{\frac{D_L}{k}}$ ,  $k_1 = D_L \frac{th\sqrt{\alpha}}{\alpha_0}$ .

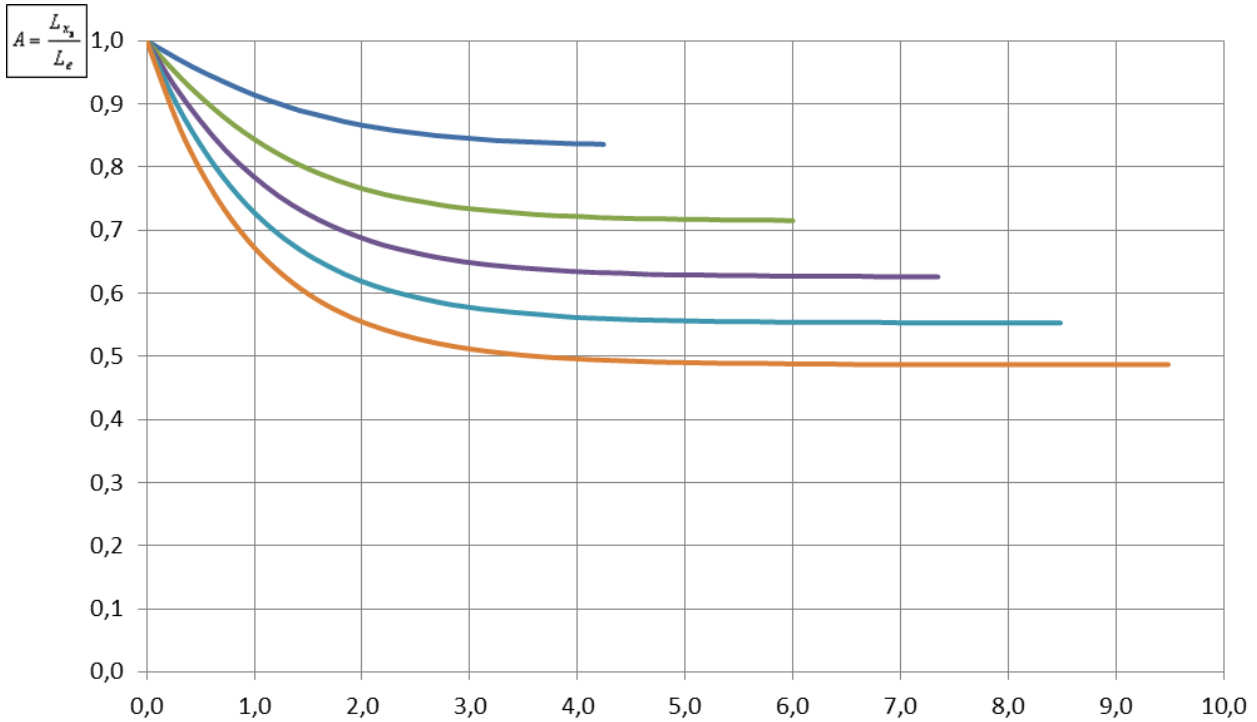


Рис. 2 – Графік залежності  $A = f(\varphi, \lambda)$ . Графік для визначення параметра  $A$ , для призматичного завантаження: 1)  $\delta = 0,0001$  м, 2)  $\delta = 0,0002$ , 3)  $\delta = 0,0003$

Згідно з (10), можна відзначити, що при заданій товщині біоплівки  $\delta$  потік  $N$  залежить тільки від концентрації  $L_{\delta}$ . Проте треба зазначити, що коефіцієнт  $k_1$  буде константою тільки в тому випадку, коли товщина біоплівки буде постійною. Для випадків, коли товщина біоплівки змінюється, величина  $k_1$  збільшується зі збільшенням  $\delta$ . Також концентрація  $L_{\delta}$  залежить від концентрації  $L_e$ , яка змінюється (зменшується) по висоті фільтру, що в деякій мірі буде впливати також на формування товщини біоплівки по висоті фільтру. Наведені дослідження, про що більш детально буде сказано нижче, показали, що в даному випадку в практичних розрахунках при визначенні концентрації  $L_e$  можемо обмежитись осередненим постійним значенням по висоті фільтру.

Виконаний аналіз показав, що оцінити ефективність очистки в даному випадку можна за рахунок коефіцієнта  $\varepsilon$ , який визначається відношенням

$$\varepsilon = \frac{th\alpha}{\alpha_0} . \quad (11)$$

Так, при малих значеннях  $\frac{\delta}{\alpha_0} < 0,4$  біоплівка буде повністю проникна, а значення  $\varepsilon$  відповідає приблизно 1. Для більш товстої біоплівки  $\frac{\delta}{\alpha_0} > 0,4$  значення  $\varepsilon$  буде зменшуватись і становитиме десь

$$\varepsilon = \frac{\alpha_0}{\delta} \text{ при } \frac{\delta}{\alpha_0} > 4 . \quad (12)$$

Рішення рівняння (1) для реакції  $R_L$  нульового порядку (3) розглянемо для двох наступних випадків з різними граничними умовами. У першому випадку, який відповідає повному проникненню ОЗ в біоплівку ( $\beta \geq 1$ ), рішення рівняння (1) виконується при граничних умовах (2), в результаті цього одержимо таку залежність для визначення концентрації  $L$  в біоплівці

$$L(x) = L_e - \frac{w_L}{D_L} \left( \frac{\delta D_L}{K_L} + \delta x - \frac{x^2}{2} \right). \quad (13)$$

Значення концентрації на поверхні біоплівки ( $x=0$ ) буде складати

$$L_\delta = L_e - \frac{w_L \delta}{K_L}. \quad (14)$$

З врахуванням (14) рівняння (13) можна записати у вигляді

$$L(x) = L_\delta - \left( \delta x - \frac{x^2}{2} \right) \frac{w_L}{D_L}, \quad (15)$$

яке для послідуочого аналізу запишемо у вигляді

$$L(x) = L_\delta \left[ 1 - \left( \frac{2x}{\delta \beta^2} - \frac{x^2}{\delta^2 \beta^2} \right) \right], \quad (16)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2L_\delta D_L}{w_L \delta^2}}, \quad \text{або} \quad \beta \delta = \sqrt{\frac{2L_\delta D_L}{w_L}}. \quad (17)$$

У другому випадку, який відповідає частковому проникненню ОЗ в біоплівку ( $\beta < 1$ ), рішення рівняння (1) виконується при умові  $L=0$  на границі  $x=\delta$  замість  $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$  в попередньому випадку

$$L(x) = L_\delta \left( 1 - \frac{2x}{\beta \delta} - \frac{x^2}{(\beta \delta)^2} \right), \quad (18)$$

$$L_\delta = \frac{L_e - \frac{w_L \delta}{K_L}}{\left( 1 - \frac{D_L}{\delta K_L} \right)}. \quad (19)$$

Якщо в багатьох випадках відношення  $\frac{D_L}{\delta \cdot K_L} \ll 1$ , то в обох випадках значення  $\beta$  для визначення концентрації  $L_\delta$  можна скористатись залежністю (14).

У першому випадку ( $\beta \geq 1$ ) потік в біоплівку згідно з рівнянням (2) буде складати

$$N = w_L \delta, \quad (20)$$

а в другому випадку ( $\beta < 1$ ) маємо

$$N = \beta \delta w_L. \quad (21)$$

Так як згідно з (17) параметр  $\beta$  залежить від концентрації  $L_\delta$ , то залежність (21) можна записати у вигляді

$$N = \sqrt{2D_L w_L} \sqrt{L_\delta}, \quad (22)$$

тобто одержати відому залежність половинного порядку для потоку  $O_3$  від концентрації  $L_\delta$  при швидкості реакції  $k_\delta (m^{0.5} e^{-0.5t^{-1}})$

$$M = k_\delta \sqrt{L_\delta}. \quad (23)$$

Таким чином, відношення потоків для реакцій нульового порядку для частково проникної біоплівки (21) і для повністю проникної біоплівки (20) визначаються через параметр  $\beta$ . Для визначення зміни концентрацій всередині біоплівки для різних значень  $\beta$  ( $\beta < 1$  і  $\beta \geq 1$ ) можна скористатись графіком  $\frac{L}{L_\delta} = f(\bar{x}, \beta)$  (рис. 3) [2].

Зазначимо, що графіки на рис. 3 побудовані при постійній товщині біоплівки  $\delta$ , проте відповідають кожному конкретному значенню змінної по висоті фільтра концентрації  $L_e$ , від якої залежить концентрація на поверхні біоплівки  $L_\delta$ . Таким чином, в даному випадку параметр  $\beta$  залежить від концентрації  $L_e$ , і це потрібно врахувати при його визначенні. Із рис. 3 також слідує, що перехід від частково проникної біоплівки до повністю проникної біоплівки відбувається при  $\beta = 1$ , що наближено відповідає значенню концентрації на поверхні біоплівки

$$L_{\delta_{\min}} = \frac{\delta^2 w_L}{2D_L}. \quad (24)$$

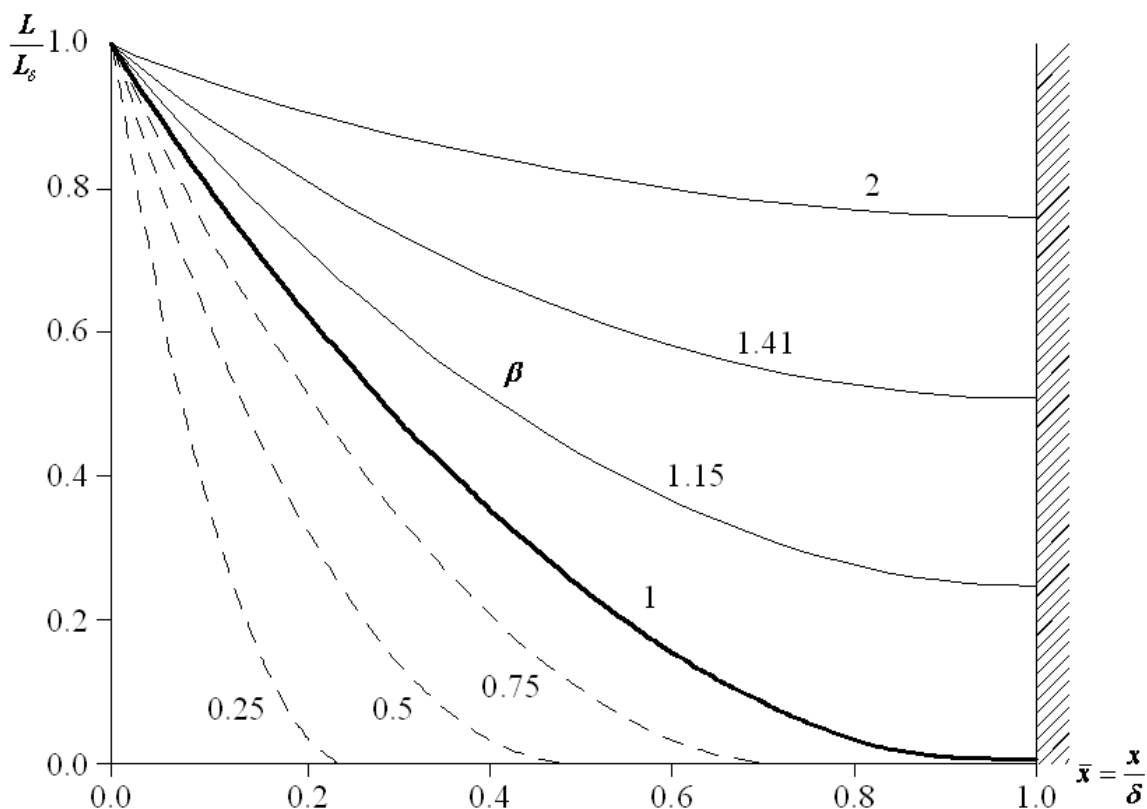


Рис. 3 – Профілі концентрації при кінетиці нульового порядку в середині біоплівки для різних значень  $\beta < 1$  і  $\beta > 1$

Наведені вище рішення одержані для кінетики реакцій  $R_L$  першого і нульового порядків, що відповідає низьким і значним концентраціям ОЗ. Згідно з [19] в практичних розрахунках це відповідає відношенням  $\beta_L = \frac{K_m}{L_0} > 2$  і  $\beta_L < 0,25$ . Проте при очистці стічних вод на біофільтрах, в окремих випадках маємо відношення  $\beta_L$  в межах  $0,25 < \beta_L < 0,2$ . В цих випадках при розрахунках кінетики реакцій  $R_L$  необхідно використовувати відоме в рівнянні Моно (3). У роботі [19] для визначення концентрації  $L$  в біоплівці, зокрема на поверхні  $L_\delta$ , запропоновано метод рішення рівняння (1) з врахуванням кінетичної реакції  $R_L$ , згідно з рівнянням Моно. Зміст і послідовність використання запропонованої ітераційної методики розрахунку наведено в роботах [19, 20].

У роботах [10, 20] потік органічних забруднень через біоплівку у випадку кінетики реакції за рівнянням Моно пропонується досить обґрунтовано визначити як середньозважену величину  $N_n$ , одержану від потоків при реакціях нульового порядку  $N_0$  і першого порядку  $N_1$ , а саме

$$N_n = \gamma N_0 + (1 - \gamma) N_1, \quad (25)$$

$$\text{де } \gamma_0 = \frac{L_\delta^0}{K_m + L_\delta^0}, \quad \gamma_1 = \frac{L_\delta^1}{K_m + L_\delta^1}. \quad (26)$$



Проведений аналіз показав, що залежність (25) можна спростити, прийнявши в ній замість потоків  $N$  значення концентрацій на поверхні біоплівки [21]

$$L_{\delta}^n = \gamma_0 L_{\delta}^0 + (1 - \gamma_1) L_{\delta}^1. \quad (27)$$

Для оцінки точності запропонованого середньозваженого методу результати, які одержані за допомогою цього методу, порівнювались з результатами, одержаними чисельним методом рішення рівняння (1) з реакцією  $R_L$  за рівнянням Моно (3). Проведені широкі порівняльні дослідження і наведені оцінки показали, що середньозважений підхід забезпечує необхідну точність розрахунку; при цьому відхилення в обох випадках як по потоку, так і по концентрації в біореакторі в середньому не перевищує 10% [20].

Згідно з [17] для визначення зміни концентрації  $L_e$  по висоті біофільтра використовуємо загальне рівняння збереження маси забруднень у потоці рідини біофільтра

$$n_e \frac{\partial L_e}{\partial t} = -Q \frac{\partial L_e}{\partial z} - F_{\delta} K_L (L_e - L_{\delta}). \quad (28)$$

В умовах стаціонарного режиму, який настає досить швидко, в результаті рішення рівняння (28) при  $n_e \frac{\partial L_e}{\partial t} = 0$ , враховуючи залежність (7) для  $L_{\delta}$  і граничну умову  $L_e = L_0$  при  $z = 0$ , для послідувочої реалізації практичних розрахунків для реакції першого порядку одержимо залежність

$$\bar{L}_e = e^{-B\bar{z}} \approx e^{-\tilde{z}}, \quad A_* = K_L F_{\delta} (1 - A) \quad (29)$$

де  $\bar{L}_e = \frac{L_e}{L_0}$ ,  $\bar{z} = \frac{z}{S}$ ,  $B = \frac{A_* S}{Q}$ ,  $\tilde{z} = B\bar{z} = \frac{A_*}{Q} z$ .

Для визначення концентрації на виході з фільтра (у фільтраті)  $z = S$  маємо

$$L_e(S) = L_0 e^{-\tilde{S}}, \quad \tilde{S} = \frac{A_*}{Q} S \quad (30)$$

а для визначення робочої висоти фільтра  $S$  при відомих заданих параметрах  $L_0$ ,  $Q$ ,  $\varepsilon$ ,  $L_e(S)$  і  $A_*$  маємо

$$S = \frac{Q}{A_*} \ln \frac{L_0}{L_e(S)}. \quad (31)$$

У наведених залежностях:  $F_{\delta}$  – площа поверхні біоплівки на одиницю висоти фільтра, м;  $S$  – робоча висота фільтра, м;  $Q$  – витрата (об'ємна швидкість потоку), м<sup>3</sup>/год.

На основі залежності (29) на рис. 4, 5 побудовані розрахункові графіки  $\bar{L}_e = \frac{L_e}{L_0} = f(\bar{Q}, \bar{z})$  і  $\bar{L}_e = \frac{L_e}{L_0} = f(\tilde{z})$ , де  $\bar{Q} = \frac{1}{B} = \frac{Q}{A_* S}$ .

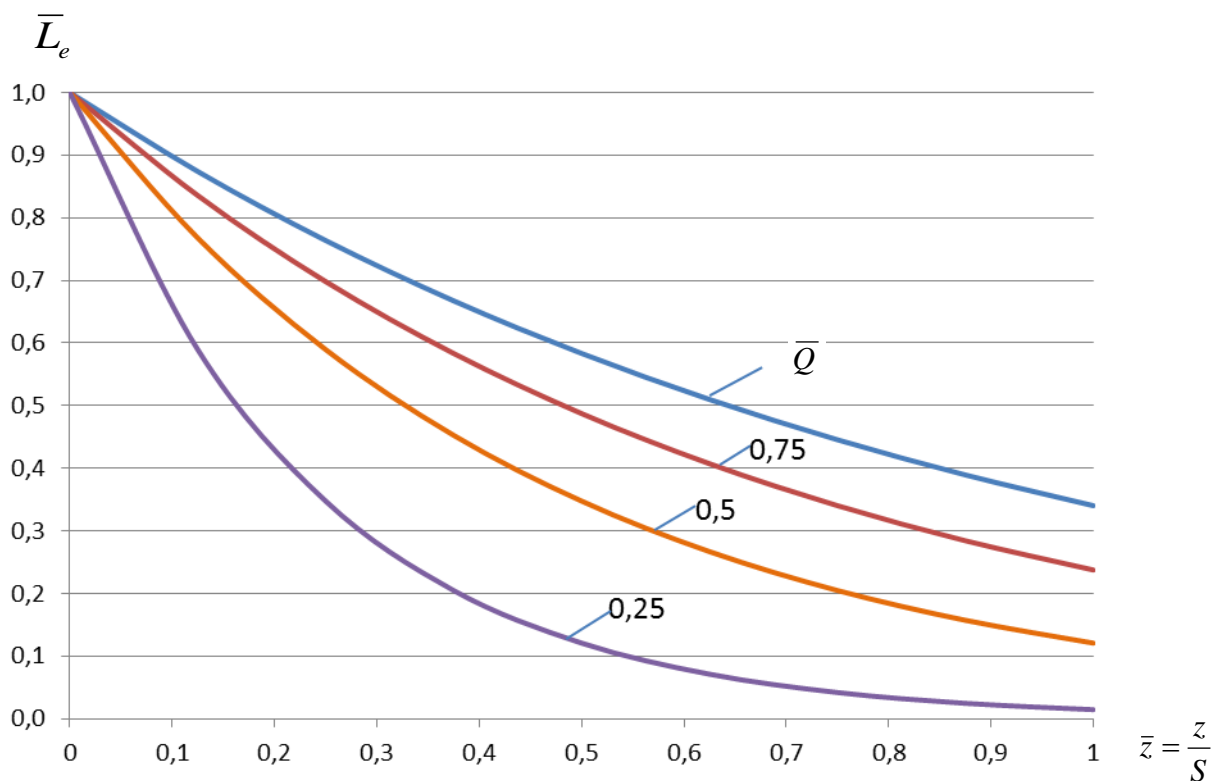


Рис. 4 – Графік залежності  $\bar{L}_e = \frac{L_e}{L_0} = f(\bar{Q}, \bar{z})$

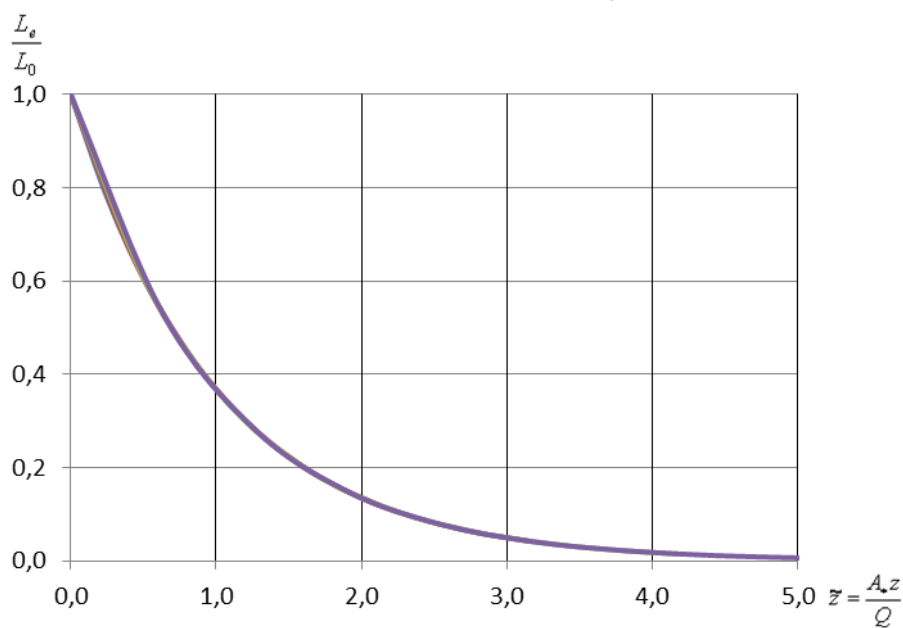


Рис. 5 – Графік залежності  $\bar{L}_e = \frac{L_e}{L_0} = f(\tilde{z})$

У результаті рішення рівняння (28) для реакції нульового порядку (5) із врахуванням залежності (14) для визначення зміни концентрації  $L_e$  по висоті фільтра  $z$  одержимо залежність

$$L_e = L_0 - \frac{F_\delta}{Q} w_L \delta z . \quad (32)$$

Концентрація на виході із фільтра ( $z = S$ ) буде складати

$$L_e(S) = L_0 - \frac{F_\delta}{Q} w_L \delta S , \quad (33)$$

а для визначення висоти фільтра при заданій концентрації  $L_e(S)$  маємо

$$S = \frac{Q}{F_\delta w_L \delta} (L_0 - L_e(S)) . \quad (34)$$

Більш складним буде рівняння (28) при врахуванні концентрації  $L_\delta$  за залежністю (27). В цьому випадку рівняння для зміни концентрації у фільтрі  $\bar{L}_e$  буде мати вигляд [21].

$$\frac{\partial \bar{L}_e}{\partial \bar{z}} + A_{*n} \bar{L}_e + A_p = 0 , \quad (35)$$

розв'язок якого при  $\bar{L}_e(0) = 1$  ( $L_e = L_0$  при  $z = 0$ ) буде мати вигляд

$$\bar{L}_e(\bar{z}) = (1 + M) e^{-\bar{z}} - M , \quad (36)$$

$$\text{де } M = \frac{A_p}{A_{*n}} , \quad A_p = \gamma_0 \rho \lambda , \quad A_{*n} = \lambda A_0 , \quad A_0 = 1 - \gamma_0 - (1 - \gamma_1) ,$$

$$\lambda = \frac{F_\delta K_L}{Q} , \quad \rho = \frac{w_L \delta}{K_L} , \quad \bar{z} = A_{*n} z , \quad \bar{z} = \frac{z}{S} .$$

У багатьох існуючих випадках профілі концентрації всередині біоплівки розраховані при передумові, що концентрація забруднень на поверхні біоплівки  $L_\delta$  дорівнює концентрації забруднень у біофільтрі  $L_e$ . Проте навіть при повному перемішуванні в біофільтрі спостерігається утворення пограничного шару, масообмін через який потрібно враховувати за формулою

$$N_L = K_L (L_e - L_\delta) = \frac{1}{R_L} (L_e - L_\delta) , \quad (37)$$

де  $K_L$  – коефіцієнт переносу і  $R_L$  – зовнішній опір, які визначаються [2, 22]

$$K_L = \frac{D}{\delta_p}, \quad K_L = \frac{1}{R_L}, \quad R_L = \frac{\delta_p}{D}, \quad (38)$$

також із рівняння 
$$Sh = \frac{d_L}{R_L D}, \quad (39)$$

тобто залежить від товщини рідинної плівки (пограничного шару)  $\delta_p$  і коефіцієнта дифузії в рідинній фазі  $D$ .

Тут  $d_L$  – характеристична довжина,  $Sh$  – число Шервуди, яке визначається за формулою

$$Sh = A + B Re^m Sc^n; \quad (40)$$

$Re = \frac{V d_L}{\nu}$  – відоме число Рейнольдса;  $Sc = \frac{\nu}{D}$  – відоме число Шмідта;  $A, B, m, n$  – дослідні параметри,  $V$  – швидкість, м/год;  $\nu$  – кінематична в'язкість, м<sup>2</sup>/с.

Так, сумісно розглядаючи потік ОЗ в біоплівку за формулою (10) і потік через зовнішній пограничний шар (37), то, наприклад для реакції першого порядку, одержимо

$$N_1 = k_1 L_\delta = \frac{1}{R_L} (L_e - L_\delta), \quad L_\delta = A L_e. \quad (41)$$

Після деяких перетворень для визначення опору  $R_L$  одержимо

$$R_L = \frac{1-A}{k_1 A}, \quad K_L = \frac{k_1 A}{1-A}. \quad (42)$$

Нагадаємо, що  $k_1 = D_L \frac{th\sqrt{\alpha}}{\alpha_0}$ ,  $\alpha = \frac{k\delta^2}{D_L}$ ,  $\alpha_0 = \sqrt{\frac{D_L}{k}}$ ,  $k = \frac{\rho_m}{K_m}$ ,  $D_L \approx 0,8D$ ,  $\lambda = \frac{\sqrt{kD_L}}{K_L}$ .

Так як параметр  $A$  згідно з рівнянням (8) залежить від коефіцієнта  $K_{L1}$ , то залежність (42) вирішується методом ітерацій.

На рис. 6 в якості прикладу для оцінки впливу  $\delta_p$  наведено графік  $N_L = f(L_{ec}, \delta_p)$ , побудований для випадку  $\delta = 200$  мк, за кінетикою Моно і біореактори – змішувачі, тобто при  $L_e(z) = L_{ec} = const$  [2]. Проте графік в якійсь мірі дозволяє оцінити вплив товщини  $\delta_p$  на роботу біофільтра, в якому концентрація  $L_e$ , а тому і товщина  $\delta_p$  будуть змінюватись по висоті фільтра, при збільшенні концентрації ОЗ в біофільтрі і зменшенні товщини пограничного шару  $\delta_p$  потік  $N_L$  зростає. Так, при значній товщині пограничного шару  $\delta_p = 500$  мк потік ОЗ зменшується більше ніж на 70%.

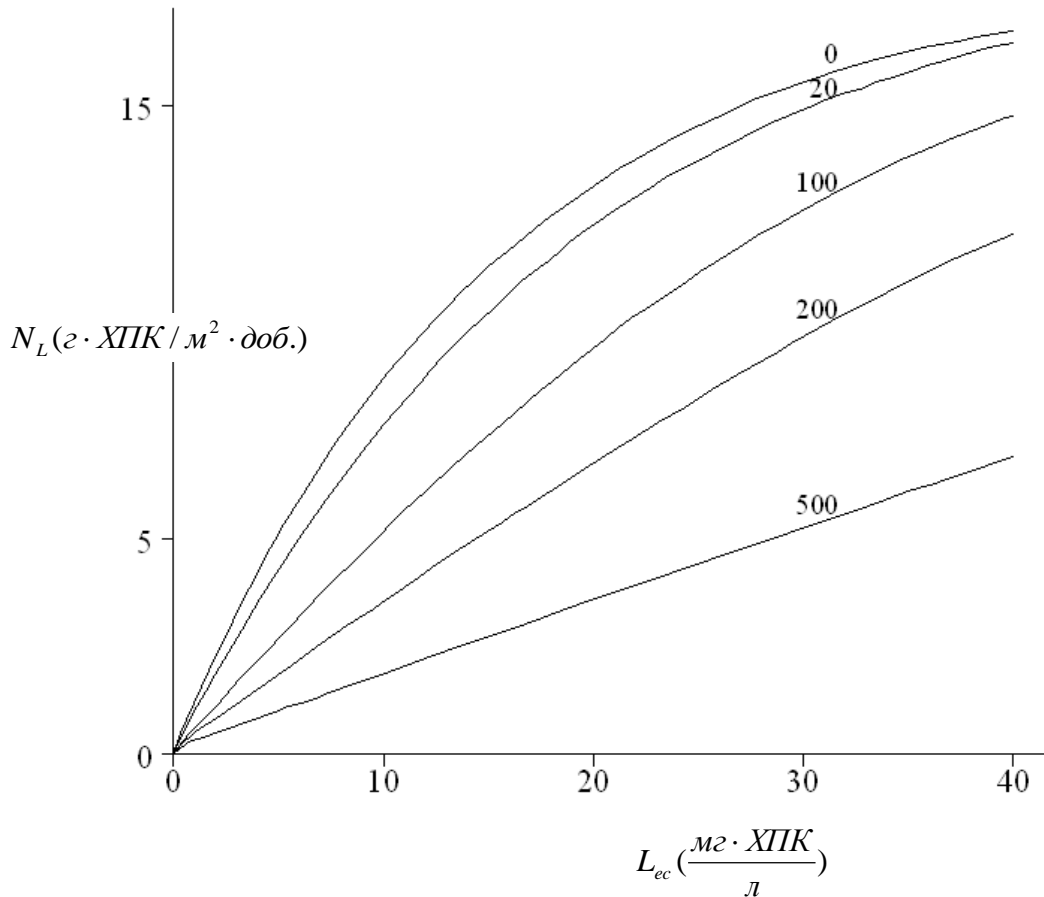


Рис. 6 – Графік залежності потоку  $N_L = f(L_{ec}, \delta_p)$  за кінетикою Моно при  $L_e = L_{ec} = const$  і  $\delta = 200 мк$

Ефективність вилучення в даному випадку органічних забруднень у біофільтрі пов'язана з утворенням високої концентрації закріпленої біомаси (біоплівки) на одиницю об'єму біофільтра. Біоплівка являє собою складну мікробіальну екосистему, в якій одночасно протікають декілька фізичних, хімічних та біологічних процесів. У загальному випадку біоплівка складається з двох частин: рідинна фаза, в якій розчинені речовини перемішуються за рахунок молекулярної дифузії, і твердої фази, яка складається з різних видів бактерій, нерозчинених речовин і інертного матеріалу. Більш детально склад компонентів в рідинній і твердій фазах, які кількісно беруть участь у формуванні товщини біоплівки, і оцінка при цьому взаємозв'язку між ними наведені зокрема в роботах [10, 11, 12]. Проте, хоча рідина складає основну частину біоплівки, але основна її фізична характеристика знаходиться у твердій фазі, частини якої є основними при моделюванні товщини і складу біоплівки, так як вони визначають її реактивні і структурні якості. Тверда частина біоплівки має складну гетерогенну структуру і складається в основному з активної біомаси (в даному випадку гетеротрофних мікроорганізмів), інертної біомаси і позаклітинних полімерних речовин (EPS) [10, 11, 12]. Бактерії переважно знаходяться всередині EPS, який в основному являє собою клейкоподібну масу, яка утримує біоплівку на місці. В цілому структура біоплівки змінюється по її товщині і по висоті фільтра. Вивченню гетерогенної структури біоплівки, її основних характеристик, процесів, що відбуваються в біоплівці при вилученні органічних забруднень

в аеробних умовах і т.п., присвячено багато робіт, зокрема [1, 2, 10, 11, 12, 19, 20], і тому в даній статті обмежились тільки деякою інформацією, яка буде корисною для розуміння процесів очистки стічних вод біоплівковими методами.

Масоперенос, густина і товщина біоплівки, швидкість реакцій в біоплівці в значній мірі залежать від навантаження і гідравлічних умов в реакторах із закріпленим біоценозом. Товщина біоплівки залежить від часу її зростання (віку біоплівки), має змінну густину (щільність) і, як правило, неплоску шорстку поверхню. В існуючих дослідженнях біоплівкових моделей приймається, як правило, плоска поверхня біоплівки. Проте останнім часом зроблені спроби врахувати неплоску геометрію поверхні біоплівки, змінну густину по її товщині шляхом введення поправочних коефіцієнтів [10, 23, 24, 25]. При цьому треба звернути увагу на те, що в біоплівкових моделях бере участь не вся товщина біоплівки, а її активна однорідна частина [2, 10, 19, 20]. Зазначимо, що при формуванні товщини біоплівки, як правило, необхідно враховувати процеси розпаду, відриву, особливо це доцільно робити при значних товщинах біоплівки і при тривалих режимах її роботи. У зв'язку із зазначеним вище, для визначення формування товщини біоплівки в часі пропонується наступне загальне рівняння [2, 10].

$$\frac{d\delta}{dt} = U_{\delta}(\delta) + U_{as} - U_{ds}, \quad (43)$$

де  $U_{\delta}(\delta)$  – загальний ефект розширення біоплівки, як результат її зростання і розпаду всередині біоплівки, тобто швидкість зростання, якщо інші процеси відсутні;  $U_{as}$  – швидкість прилипання;  $U_{ds}$  – швидкість відриву з поверхні біоплівки. На основі рівняння (43) в роботах [2, 10, 20, 26] наведені різні рівняння в залежності від особливостей при врахуванні зазначених процесів.

У найбільш поширеному вигляді рівняння можна записати у вигляді [2]

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{YN}{X} - b_{\delta}\delta - U_{ds}, \quad (44)$$

де  $\frac{YN}{X}$  – зростання біоплівки;  $b_{\delta} = (b - b_{as})\delta$  – розпад біоплівки;  $b_{in}$ ,  $b_{res}$  – відповідно коефіцієнти інактивації і ефективного дихання (респірація);  $U_{ds}$  – швидкість відриву з поверхні біоплівки.

У роботі [2] наведено огляд залежностей для визначення швидкості  $U_{ds}$ . Вважаючи, що в більшості біоплівкових моделей товщина біоплівки приймається постійною, то, записавши рівняння (44) у вигляді

$$0 = \frac{YN}{X} - b\delta - U_{ds}, \quad (45)$$

при різних значеннях потоків  $O_3$   $N$  і швидкостей відриву, можна визначити товщину біоплівки  $\delta$ .

Так, якщо прийняти значення потоку для реакції нульового порядку за формулою (21), а значення швидкості відриву згідно з [2] за формулою

$$U_{ds} = k_d \delta^2 ; \quad (46)$$

то на підставі рішення рівняння відносно  $\delta$  і врахувавши (5) одержимо

$$\delta = \frac{\mu_m - b}{k_d} . \quad (47)$$

Нагадаємо, що у формулі (47) прийнято  $\mu_m$  в год<sup>-1</sup>,  $b$  – год<sup>-1</sup>,  $k_d = \frac{1}{\text{год} \cdot \text{м}}$ ,  $\delta$  – м. При врахуванні потоку в рівнянні (45), визначеного за кінетикою Моно всередині біоплівки, швидкість відриву приймається також за формулою (46). Проведений аналіз показав, що у всіх випадках товщина біоплівки і потік ОЗ зменшуються зі збільшенням швидкості відриву ( $k_d$ ), тоді як із збільшенням концентрації ОЗ в біофільтрі ці характеристики збільшуються.

При вилученні забруднень закріпленим біоценозом (біоплівкою) на біофільтрах різних конструкцій їх концентрації по висоті фільтра будуть зменшуватись, що згідно з прийнятими моделями призведе в цілому до зменшення також товщини біоплівки по висоті фільтра. Запропоновані моделі і методи розрахунку в принципі дозволяють врахувати цю обставину. Проте проведений чисельний порівняльний аналіз теоретичних розрахунків з дослідними даними свідчить про те, що запропоновані моделі і розроблені методи розрахунку на основі прийнятих середньозважених постійних значень товщини  $\delta$  достатньо надійно і адекватно описують і відображають процеси очистки в цих випадках [1, 2, 10, 19, 20]. В цьому випадку при розрахунках товщини  $\delta$  згідно з рівнянням (45) приймаються також осереднені значення потоків  $N$  і концентрацій  $L_s$ . Так як параметри  $N$  і  $L_s$  в загальному випадку залежать від товщини біоплівки, то при розрахунку  $\delta$  рівняння (44) виконується методом ітерацій.

Важливим параметром при проектуванні і експлуатації очисних споруд є час затримання твердих частин [2]. Для розглянутих гомогенних біоплівок з одним тільки типом мікроорганізмів розрахунок часу затримки дозволяє одержати корисну порівняльну інформацію про умови зростання біомаси в реакторах біоочистки. В даному випадку середній час затримки твердих часток визначається

$$SRT = \frac{\text{середня}_\text{ маса}_\text{ біоплівки}}{\text{середня}_\text{ швидкість}_\text{ відриву}_\text{ біоплівки}} = \frac{\delta X}{U_{ds} X} . \quad (48)$$

Так, якщо записати для стаціонарних умов рівняння (45) у вигляді

$$U_{ds} = \frac{YN}{X} - b\delta , \text{ згідно з (48) одержимо}$$

$$SRT = \frac{\delta}{\frac{YN}{X} - b\delta} = \frac{1}{\frac{YN}{X\delta} - b} . \quad (49)$$

Зазначимо також, що нехтуючи в рівнянні (45) відривом ( $U_{ds} \approx 0$ ), можна визначити мінімальне значення концентрації  $L_{\delta\min}$ , при якій ще можливе зростання біомаси в біоплівці.

Вилучення органічних забруднень у біоплівці в аеробних умовах контролюється проникненням кисню. Органічне забруднення може бути присутнє по всій товщині біоплівки, але не може бути вилучене на ділянці, куди не може проникнути кисень. У біофільтрах із закріпленим біоценозом (біоплівкою) в умовах аеробного процесу утилізації ОЗ необхідно по всій товщині біоплівки забезпечити розчинений кисень концентрацією не менше  $C > 5$  мг/л [2, 10, 20, 27]. При цьому швидкість (лімітування) процесу буде визначатись тим субстратом, який проникає в біоплівку на меншу глибину. В літературі для різних кінетик реакцій з використанням стехіометричних коефіцієнтів обґрунтовано і запропоновано ряд критеріїв. Так, в роботі [1] запропоновано наступний критерій в умовах кінетики реакцій нульового порядку

$$\frac{C_{\delta}}{L_{\delta}} \succ \prec \frac{D_L}{D_C} \frac{1}{\alpha_3} . \quad (50)$$

Якщо прийняти  $D_C = 1,7 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/доб.,  $D_L = 0,4 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/доб.,  $\alpha_3 = 1,7 \frac{zXPK}{zO_2}$ , то маємо

$$\frac{C_{\delta}}{L_{\delta}} \succ \prec \frac{D_L}{D_C} \frac{1}{\alpha_3} = 0,14 \frac{zO_2}{zXPK} . \quad (51)$$

При концентрації кисню  $C_{\delta} \prec 0,14L_{\delta}$  він буде потенційним лімітуючим субстратом, а якщо  $C_{\delta} \succ 0,14L_{\delta}$ , то лімітуючим субстратом буде органічний субстрат. Дещо подібна оцінка та визначення цього критерію наведені в роботі [10, 27]. Аеробне окиснення органічного субстрату пов'язане зі швидкістю росту гетеротрофів  $R_x$  при відповідних швидкостях утилізації субстрату (ОЗ)  $R_L$  і кисню  $O_2$ , а саме

$$R_x = \mu_m \frac{L}{K_{m_L} + L} \frac{C}{K_C + C} X_t , \quad (52)$$

$$R_L = \frac{1}{Y} R_x , \quad (53)$$

$$R_C = \frac{(1-Y)}{Y} R_x , \quad (54)$$

де  $X_n$  – концентрація гетеротрофної біомаси в ХПК. Зазначимо, що в рівнянні (52) врахована тільки утилізація кисню, пов'язана з утилізацією субстрату, і не враховується поглинання



(респірація). Поділивши (53) на (54), одержимо стехіометричний коефіцієнт, який пов'язує утилізацію субстрату і кисню

$$\gamma_{L,C} = \frac{R_L}{R_C} = \frac{1}{1-Y} = \frac{N_L}{N_C} . \quad (55)$$

У роботі [2] для визначення коефіцієнта  $\gamma_{L,C}$  пропонується такий критерій

$$\gamma_{L,C} = \sqrt{(\alpha_1 - Y) \frac{D_L}{D_C} \frac{L_\delta}{C_\delta}} , \quad (56)$$

де  $\alpha_1 = 1 \frac{zO_2}{zXPK}$ ,  $Y = 0,4 \frac{zXPK}{zXPK}$ ,  $D_C = 175 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_L = 83 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/добу,

$\gamma_{L,C}$ ,  $\gamma_{C,L}$  – утилізація органічного субстрату відносно утилізації кисню і навпаки.

Формули (55), (56) дозволяють зробити такі висновки:

- а) при  $\gamma_{L,C} < 1$  – органічний субстрат потенційно обмежений у біоплівці, але кисень повністю проникає в біоплівку;
- б) при  $\gamma_{L,C} = 1$  – незрозуміло – кисень чи органічний субстрат обмежений всередині біоплівки, для цього доцільно провести додаткові дослідження біоплівки;
- с) при  $\gamma_{L,C} > 1$  – кисень потенційно обмежений в біоплівці, а органічний субстрат повністю проникає в біоплівку.

Проведений в роботі [2] порівняльний аналіз глибин penetрації (проникнення) для різних субстратів і кисню показує, що для більшості концентрацій субстратів їх вилучення обмежується присутністю кисню. Крім того, в більшості випадків penetрація кисню може складати тільки декілька сотень мк. Тому робиться висновок, що потовщення біоплівки в основному неприродне для аеробних процесів в біоплівці.

У подальших дослідженнях будуть запропоновані необхідні передумови для реалізації наведеної методики розрахунку з аналізом і оцінкою впливу різних факторів при очистці стічних вод на краплинних фільтрах.

### Список використаної літератури

1. Henze M., Harremoes P., Jansen C., Arwin E. Wastewater Treatment-Springer-Berlin, New York, 2002 – 430 p.
2. Henze M., M. Van Loosdrecht M.E., Ekama G.A., Brdjanovic D. Biological Wastewater Treatment // IWA Publishing, London, 2008 – 511 p.
3. Яковлев С.В., Воронов Ю.В. Водоотведение и очистка сточных вод – М. АСВ. 2002 – 704 с.
4. СНиП. 2.04.03–84. Канализация. Наружные сети и сооружения // Госстрой СССР – М.: Стройиздат, 1985 – 73 с.

5. Таварткиладзе И.М., Клепикова В.В. Очистка сточных вод на биофильтрах. – К. Будівельник, 1983 – 70 с.
6. Яковлев С.В., Воронов Ю.В. Биологические фильтры. – М.: Стройиздат, 1982 – 120 с.
7. Олейник А.Я., Колпакова О.А. К расчету очистки сточных вод на биофильтрах (капельных фильтрах). // Проблемы водопостачання, водовідведення та гідравліки. – К. КНУБА, 2011 – Вип. 16. – С. 86–106.
8. Bruce E. Logan, Stawonir W. Hermanoiwicz, Denny S. Parker. A fundamental model for trickling filter process design // WPCF, vol. 39, № 12 – 1987 – P. 1029–1042.
9. Bruce E. Logan, Stawonir W. Hermanoiwicz, Denny S. Parker. Engineering implications of a new trickling filter model // WPCF, vol. 39, № 12 – 1987 – P. 1017–1028.
10. Wanner O., Ebert N.I., Rittman B.E. Mathematical Modeling of biofilms // Scientific and Technical report, № 18 – 2006 – 208 p.
11. Олейник А.Я., Василенко Т.В., Рыбаченко С.А., Хамид Ихаб Ахмад. Моделирование процессов доочистки хозяйственно-бытовых сточных вод на фильтрах // Проблемы водопостачання, водовідведення та гідравліки – 2006 – вип. 7 – С. 85–97.
12. Wimpenny I., Manz W., Szewzyk U. Heterogeneity in biofilms // FEMS Microb. Rev. – 2000 – Vol. 24. – P. 661–671.
13. Liao Q., Tian X., Chen R., Zhu X. Mathematical model for gas liquid two-phase flow and biodegradation of a low concentration volatile organic compound (VOC) in a trickling biofilter // Internal. J. of Heat and Mass Transfer.
14. Hekmat D., Stephan M., Bauer R., Feuchtinger A., Vortmeyer D. Modelling of multi-species biofilm population dynamics in a trickle-bed bioreactor used for waste gas treatment // Proc. Biochem., № 41 – 2006 – P. 1409–1416.
15. Вавилин В.А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках. – М.: Наука, 1983. – 159 с.
16. Person F., Wik T., Sorensson F., Hermanson M., Distribution and activity of ammonice bacteria in a large-scale trickling filter // Wat. Res., 2002 – 36 – P. 1439–1448.
17. Олейник А.Я., Кравчук А.М., Колпакова О.А. Теоретическое обоснование очистки сточных вод на капельных биофильтрах / Доповіді НАНУ – 2012 – № 3 – С. 179–183.
18. Кравчук А.М., Колпакова О.А. Моделювання процесу вилучення органічних забруднень на краплинних фільтрах / Вісник ОДАБА, м. Одеса – 2011, вип. 13 – С. 120–126.
19. Рыбаченко С.О. Аеробна доочистка стічних вод на затоплених фільтрах / Дис. канд. тех. наук 05.-23.-4 – КНУБіА, 2-11 – С. 143.
20. Perez I., Piccioreanu C., van Loosdrecht M. Modelling biofilm and flosdiffusion processes based on analytical solution of reaction – diffusion equations // Wat. Res. 2005, vol. 39 – P. 1311–1323.
21. Маслун Г.С. Розрахунки кисневого режиму при біологічній доочистці стічних вод фільтруванням // Екологічна безпека та природокористування – 2012 – Вип. 10 – С. 45–53.

22. Келарева Д.А., Кравчук А.М., Олійник О.Я. Моделювання сумісного вилучення органічних забруднень і азоту при очистці стічних вод біофільтрацією // Доповіді НАНУ – 2012 – № 5 – С. 179–183.

23. Beyenal H., Lewandowski Z. Modelling, mass transport and microbial activity in stratified biofilms // Chem. Engin, Scinse, 2005, № 60 – P. 4337–4348.

24. Lee M.W., Park J.M. One-dimensional mixed-culture biofilm model considering different space occupancies of particulate components // Wat. Res., 2007 – 41 – P. 4317–4328.

25. Ebert H.I., Picioreanu C., Heijnen J.J., M. Van Loosdrecht // Athreedimensional numerical study on the correlation of spatial structure hydrodynamic conditions and mass transfer and conversion in biofilms // Chem. Eng. Sc. 55 – 2000 – P. 6209–6222.

26. Поляков В.Л. О моделировании действия аэробной биопленки при очистке сточных вод фильтрованием // Проблемы водопостачання, водовідведення та гідравліки – 2010, вип. 14 – С. 163–175.

27. Маслун Г.С. Дослідно-виробнича апробація теоретичних розрахунків кисневого режиму при доочистці стічних вод фільтруванням // Екологічна безпека та природокористування – 2013, вип. 12 – С. 98–113.

*Стаття надійшла до редакції 23.07.14 українською мовою*

© А.Я. Олейник, О.А. Колпакова

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТЫ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД НА КАПЕЛЬНЫХ БИОФИЛЬТРАХ**

*На основе анализа общей математической модели предлагаются упрощенные модели и методы расчета параметров очистки сточных вод от органических загрязнений на капельных фильтрах в условиях достаточного обеспечения процессов биоокисления кислородом. Приведены рекомендации, которые позволяют оценить влияние разных факторов на скорость (кинетику) реакций и массообменные процессы.*

© A.Y. Oleynik, O.A. Kolpakova

### **MODELLING AND CALCULATION OF BIOLOGICAL WASTEWATER TREATMENT TO TRICKLING BIOFILTERS**

*On the basis of the general mathematical model proposed simplified models and methods for calculating the parameters of wastewater organic pollution trickling biofilters under conditions sufficient security processes of biookysnennya oxygen. These recommendations are to assess the impact of various factors on the speed (kinetic) reactions and mass transfer processes.*