

А.А. Слепышев, А.В. Носова

*Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь***ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ
СЛАБОНЕЛИНЕЙНЫМИ ВНУТРЕННИМИ ВОЛНАМИ НА
СЕВЕРО-ЗАПАДНОМ ШЕЛЬФЕ ЧЕРНОГО МОРЯ**

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные внутренние волны при учете турбулентной вязкости и диффузии. Определяем декремент затухания волны и волновые потки тепла и соли, обусловленные фазовым сдвигом колебаний температуры, солёности и вертикальной скорости, отличным от $\pi/2$. Во втором порядке малости по амплитуде волны находим скорость стокова дрейфа частиц жидкости и среднее на масштабе волны эйлерово течение, индуцированное волной за счет нелинейности. Определяем их вклад в суммарный волновой перенос. Показано, что для наблюдавшихся в натурном эксперименте внутренних волн второй моды вертикальные волновые потоки тепла и соли выше турбулентных.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *внутренние волны, стоков дрейф, вертикальный обмен, диссипация энергии.*

Введение. Нелинейные эффекты при распространении пакетов внутренних волн проявляются в генерации средних на масштабе волны течений [1, 2]. Это течение имеет второй порядок по амплитуде волны, причем вертикальная скорость пропорциональна горизонтальному градиенту квадрата амплитуды волны и имеет разные знаки на переднем и заднем фронте пакета. У скорости стокова дрейфа частиц жидкости вертикальная составляющая равна нулю. Поэтому суммарного волнового переноса по вертикали не происходит. Однако это относится к невязкому случаю. В данной работе будет показано, что при учете турбулентной вязкости и диффузии вертикальные волновые потоки тепла и соли отличны от нуля и имеет смысл сравнить эти потоки с соответствующими турбулентными потоками, причем вертикальная составляющая стокова дрейфа также не равна нулю. Исходные нелинейные уравнения гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска решаем асимптотическим методом многомасштабных разложений. В первом порядке малости по крутизне волны находим решение линейного приближения и дисперсионное соотношение. Во втором порядке малости по крутизне волны определяем среднее эйлерово течение, индуцированное волной и скорость стокова дрейфа. Суммарная скорость дрейфа частиц жидкости складывается из эйлеровой скорости индуцированного течения и скорости стокова дрейфа [3].

Постановка задачи. Уравнения гидродинамики для волновых возмущений запишем в безразмерных переменных (волнистой чертой сверху обозначены размерные физические величины):

© А.А. Слепышев, А.В. Носова, 2012

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_1} + K_1 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + K_3 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_3} + \varepsilon_2^2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(K_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \varepsilon_2^2 \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) - \rho, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = \varepsilon_2^2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(K_1 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \right) + \varepsilon_2^2 \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 \frac{\partial \rho}{\partial x_3} \right) - u_3 \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3}, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1r)$$

где $\tilde{t} = \frac{t}{\omega_*}$, $\tilde{k} = \frac{k}{H}$, $\tilde{\omega} = \omega_* \omega$, $\tilde{u}_1 = u_1 H \omega_*$, $\tilde{u}_3 = u_3 H \omega_*$, $\tilde{P} = \bar{\rho}_0 H^2 \omega_*^2 P$,

$\tilde{\rho} = \rho_0 \omega_*^2 \frac{H \rho}{g}$, $\tilde{x}_i = H x_i$, $\tilde{K}_i = K_i \mu$, $\tilde{M}_i = M_i \mu$, $i = 1, 3$, здесь g – ускорение

силы тяжести, x_1, x_3 – горизонтальная и вертикальная координаты, вертикальная ось направлена вверх, ρ и P – волновые возмущения плотности и давления, ρ_0 – невозмущенная средняя плотность воды, u_1, u_3 – горизонтальная и вертикальная компоненты волновых возмущений скорости, K_1, K_3, M_1, M_3 – горизонтальные и вертикальные коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии соответственно, H – глубина моря, ω_* – характерная частота волны, $\varepsilon_2^2 = \frac{\mu}{H^2 \omega_*}$ – малый параметр, пропорциональный значению горизонтальной турбулентной вязкости.

Кинематическое и динамические условия на свободной поверхности [4]:

$$\frac{d\zeta_3}{dt} = u_3, \quad -P + g_1 \zeta_3 + 2\varepsilon_2^2 K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0, \quad K_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + K_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0. \quad (2)$$

Здесь ζ_3 – возвышение свободной поверхности, $g_1 = \frac{g}{\omega_*^2 H}$. Последние

два условия определяют отсутствие нормальных и тангенциальных напряжений.

Граничные условия на дне – условия прилипания:

$$u_3(-1) = 0, \quad u_1(-1) = 0. \quad (3)$$

Введем функцию тока, которая определяет поле волновых скоростей

$$u_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_3}, \quad u_3 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}. \quad (4)$$

Подставим (4) в (1) и полученную систему решим асимптотическим методом многомасштабных разложений, представив функции ψ и ρ в виде асимптотических рядов [2]:

$$\psi = \sum_{n=1} \varepsilon^n \psi_n(\xi, \tau, z, \theta), \quad \rho = \sum_{n=1} \varepsilon^n \rho_n(\xi, \tau, z, \theta), \quad (5)$$

где ε – крутизна волны ($\varepsilon \ll \varepsilon_2^2$), $\tau = \varepsilon^2 t$, $\xi = \varepsilon^2 x$.

Здесь θ – быстрая, ξ и τ – медленные переменные, θ – фаза волны. Волновое число и частоту определяем по формулам:

$$k = \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \omega = -\frac{\partial \theta}{\partial t}.$$

Волновые возмущения функции тока ψ_1 в линейном приближении представим в виде:

$$\psi_1 = A(\xi, \tau) \varphi_1(x_3) e^{i\theta} + c.c., \quad (6)$$

где $A(\xi, \tau)$ – амплитудная функция медленных переменных ξ и τ , $c.c.$ – комплексно-сопряженные слагаемые (здесь и далее в тексте).

Подставим (5) в уравнения (1) и используем (6). Получим уравнение для $\varphi_1(x_3)$ в первом порядке малости по крутизне волны ε .

$$\begin{aligned} & \left(i\omega - k^2 M_1 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) \times \left[k^2 \left(k^2 K_1 \varphi_1 - \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d\varphi_1}{dx_3} \right) \right) + \right. \\ & \left. + \frac{d}{dx_3} \left(-k^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + \right) \right) \right] \varepsilon_2^2 - i\varepsilon_2^2 \omega \left(k^2 M_1 - \frac{d}{dx_3} \left(M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) \times (7) \\ & \times \left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 = \omega^2 \left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 - k^2 \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1. \end{aligned}$$

Из граничных условий (2, 3) получим с точностью до ε^1 :

1) на свободной поверхности $x_3 = 0$

$$\begin{aligned} & \frac{kg_1}{\omega} \varphi_1 - \frac{\omega}{k} \frac{d\varphi_1}{dx_3} - ik\varepsilon_2^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + ik^{-1} \varepsilon_2^2 \frac{d}{d} \left(K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) - \\ & - 2ik\varepsilon_2^2 K_3 \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0, \end{aligned} \quad (8a)$$

$$K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + K_1 k^2 \varphi_1 = 0, \quad (8b)$$

2) на дне $x_3 = -1$

$$\varphi_1 = \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0. \quad (8в)$$

Уравнение (7) имеет малый параметр при старшей производной. Следуя [4, 5], это уравнение при малом ε_2 решаем асимптотическим методом Люстерника-Вишика, разлагая φ_1 , ω в ряды:

$$\varphi_1(x_3) = \sum_{i=0} \varphi_{1,i}(x_3)\varepsilon_2^i + \varepsilon_2 \sum_{i=0} v_i^1 \varepsilon_2^i + \varepsilon_2^2 \sum_{i=0} \varepsilon_2^i v_i^0, \quad (9а)$$

$$\omega = \omega_{01} + \varepsilon_2 \omega_{11} + \varepsilon_2^2 \omega_{21} + \dots, \quad (9б)$$

где $v_i^1(1+x_3)/\varepsilon_2$ – погранслойные решения в окрестности дна; $v_i^0(x_3/\varepsilon_2)$ – погранслойные решения в окрестности свободной поверхности.

Погранслойные поправки представляют собой быстроубывающие функции при удалении от границы, которые обеспечивают выполнение граничных условий.

Подставляем разложения (9) в (7), (8), получаем краевую задачу Штурма-Лиувилля для φ_{10} в невязком случае, в нулевом порядке малости по параметру ε_2 .

$$\frac{d^2 \varphi_{10}}{dx_3^2} + k^2 \frac{(N^2 - \omega_{01}^2)}{\omega_{01}^2} \varphi_{10} = 0, \quad (10)$$

где $-\frac{d\rho_0}{dx_3} = N^2$ – квадрат частоты Брента-Вяйсяля.

Граничные условия для φ_{10} :

$$\varphi_{10}|_{x_3=-1} = 0, \quad \omega_{01}^2 \frac{d\varphi_{10}}{dx_3} + g_1 k^2 \varphi_{10}|_{x_3=0} = 0. \quad (11)$$

Данная краевая задача (10), (11) имеет счетный набор собственных функций – набор мод, причем каждому значению волнового числа k соответствует определенное значение частоты ω_{01} , отвечающее данной моде. Краевая задача (10), (11) решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности, собственное значение, величина k^2 при фиксированной частоте волны находится методом пристрелки. Последующие члены в разложении (9а) и декремент затухания волны $\text{Im}(\omega_{21})$ определены в работе [6].

Средняя скорость стокова дрейфа частиц жидкости находится по формуле [7]:

$$\bar{u}_s = \overline{\int_0^t \bar{u} dt \nabla \bar{u}}, \quad (12)$$

где \bar{u} – поле волновых эйлеровых скоростей, черта сверху означает осреднение по периоду волны. Вертикальная компонента скорости стокова дрейфа с точностью до членов, квадратичных по крутизне волны, имеет вид:

$$u_{3s} = \varepsilon^2 k^2 \frac{2\delta\omega}{\omega\omega^*} \cdot \frac{\partial}{\partial x_3} (\varphi_1 \varphi_1^*) A_1 A_1^*, \quad (13)$$

здесь, $A_1 = A \exp(\delta\omega \cdot t)$, $\delta\omega = \varepsilon^2 \text{Im}(\omega_{21})$ – декремент затухания волны на турбулентности. Действительная часть ω_{21} равна 0.

Уравнения для неосциллирующей на временном масштабе волны поправки к функции тока находится во втором приближении по параметру ε , после подстановки разложений (5) в исходную систему (1) при использовании соотношений (4), после осреднения по периоду волны. Как и при отсутствии турбулентности [2], неосциллирующую поправку к функции тока $C(x_3, \tau, \varepsilon)$ следует искать в виде $C = c(x_3) A_1 A_1^*$.

Функция $c(x_3)$ удовлетворяет уравнению:

$$\varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = ki \frac{d}{dx_3} \left((-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2}) \varphi_1 \varphi_1^* \right) + c.c. \quad (14)$$

При следующих граничных условиях:

$$ik\varphi_1^* \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + c.c. = \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) \quad \text{при } x_3 = 0, \quad (15a)$$

$$\frac{d^2 c}{dx_3^2} = 0 \quad \text{при } x_3 = 0, \quad (15b)$$

$$\frac{dc}{dx_3} = c = 0 \quad \text{при } x_3 = -1. \quad (15в)$$

Вертикальная компонента скорости индуцированного волной среднего течения определяется через функцию $c(x_3)$: $\bar{u}_{3 \text{ инд}} = -\varepsilon^2 c(x_3) \frac{\partial |A_1|^2}{\partial x_1}$.

Уравнения для волновых возмущений температуры T и солёности s имеют вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_3 \frac{\partial T_0}{\partial x_3} = \varepsilon_2^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(M_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), \quad (16a)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + u_i \frac{\partial s}{\partial x_{i1}} + u_3 \frac{\partial S_0}{\partial x_3} = \varepsilon_2^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(M_i \frac{\partial s}{\partial x_i} \right), \quad (166)$$

где $T_0(x_3)$, $S_0(x_3)$ – средние профили температуры, солёности.

Решения системы (16), следуя уже использованному нами методу асимптотических многомасштабных разложений, будем искать в виде рядов по параметру нелинейности – крутизне волны ε :

$$T = \varepsilon \cdot T_1 + \varepsilon^2 T_2 + \dots, \quad s = \varepsilon \cdot s_1 + \varepsilon^2 s_2 + \dots \quad (17)$$

Решения линейного приближения будем искать в виде:

$$T_1 = T_{10}(x_3)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + c.c., \quad s_1 = s_{10}(x_3)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + c.c., \quad (18)$$

где T_{10} , s_{10} удовлетворяют уравнениям:

$$-i\omega T_{10} + u_{30} \frac{dT_{10}}{dx_3} = \varepsilon_2^2 (-k^2 M_1 T_{10} + \frac{d}{dx_3} (M_3 \frac{dT_{10}}{dx_3})), \quad (19a)$$

$$-i\omega s_{10} + u_{30} \frac{ds_{10}}{dx_3} = \varepsilon_2^2 (-k^2 M_1 s_{10} + \frac{d}{dx_3} (M_3 \frac{ds_{10}}{dx_3})). \quad (19b)$$

Последующий анализ проведем только для температурных возмущений, т.к. для s_{10} делается все аналогично, только производные $\frac{dT_0}{dx_3}$ заме-

няются производными $\frac{dS_0}{dx_3}$.

Уравнение (19a) имеет малый параметр при старшей производной и решение будем искать в виде, аналогичном (9a):

$$T_{10} = T_{10}^I + \varepsilon_2^2 T_{10}^{II} + \varepsilon_2 \sum_{i=0} T_{10i}^{III} \left(\frac{x_3+1}{\varepsilon_2} \right) \varepsilon_2^i + \varepsilon_2^2 \sum_{i=0} T_{10i}^{IV} \left(\frac{x_3}{\varepsilon_2} \right) \varepsilon_2^i. \quad (20)$$

Из (19a) следует, что

$$T_{10}^I = -\frac{k\varphi_{10}}{\omega_{01}} \cdot \frac{dT_0}{dx_3}, \quad (21a)$$

$$T_{10}^{II} = \frac{ki}{\omega_{01}^2} [\delta\omega + k^2 M_1 - \frac{d}{dx_3} (M_3 \frac{d}{dx_3})] (\varphi_{10} \frac{dT_0}{dx_3}) - \frac{k\varphi_{12}}{\omega_{01}} \cdot \frac{dT_0}{dx_3}. \quad (21b)$$

Погранслойные решения T_{10}^I и T_{10}^0 в окрестности дна и свободной поверхности находим аналогично тому, как находились V_0^0 и V_0^1 .

Определим вертикальный волновой поток тепла $\overline{u_3 T}$, учитывая разложения (9а), (20):

$$\begin{aligned} \overline{u_3 T} / (\varepsilon^2 |A_1^2|) = & u_{30}^I (\varepsilon_2^2 T_{10}^{II} + \varepsilon_2 T_{II0}^I + \varepsilon_2^2 T_{II0}^0)^* + \\ & + (T_{10}^I)^* (\varepsilon_2 u_{3II0}^I + \varepsilon_2^2 u_{3II0}^0) + \varepsilon_2^2 u_{30}^{II} (T_{10}^I)^* + c.c. \end{aligned} \quad (22)$$

Чтобы получить вертикальный поток соли необходимо в формуле (22) производные $\frac{dT_0}{dx_3}$ заменить на производные $\frac{dS_0}{dx_3}$.

Суммарные вертикальные волновые потоки тепла и соли определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} J_T = & \overline{T u_3} + T_0 u_{3s} + T_0 u_{3 \text{ инд}}, \\ J_S = & \overline{s u_3} + S_0 u_{3s} + S_0 u_{3 \text{ инд}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Ввиду того, что вертикальная скорость индуцированного течения $|u_{3 \text{ инд}}| = \left| -c(x_3) \frac{\partial(A_1 A_1^*)}{\partial \xi} \varepsilon^4 \right| \ll |u_{3s}|$ последними слагаемыми в (23) пренебрегаем.

Результаты расчетов. Волновые потоки тепла и соли рассчитаем для внутренних волн, наблюдавшихся в ходе натурального эксперимента в третьем этапе 44 рейса научно-исследовательского судна «Михаил Ломоносов» к юго-западу от г. Евпатория. Вертикальные профили температуры, солёности и частоты Брента-Вяйсяля по данным гидрологического зонда «ИСТОК-5» (измеритель электропроводности, температуры и концентрации кислорода) показаны на рис. 1.

На рис. 2 представлены четыре реализации возвышений изолиний температуры, рассчитанные по данным приборов «ГРАД» (градиентно-распределенных датчиков температуры). Первый прибор располагался в слое 5 – 15 м, второй – в слое 15 – 25 м, третий – в слое 25 – 35 м, четвертый – в слое 35 – 60 м. Легко видеть, что мощные колебания с периодом 15 минут в слое 25 – 60 м находятся в противофазе с колебаниями в слое 15 – 25 м, что говорит о колебаниях второй моды. Данные прибора «ДКСТ» (долговременный измеритель компонент скорости течения) также подтверждают факт присутствия мощных колебаний с периодом 15 мин на указанных горизонтах. На спектрах двух компонент скорости течения присутствуют пики на частоте, соответствующей периоду 15 мин. Таким образом, данные эксперимента свидетельствуют о прохождении пакета внутренних волн с периодом 15 мин второй моды.

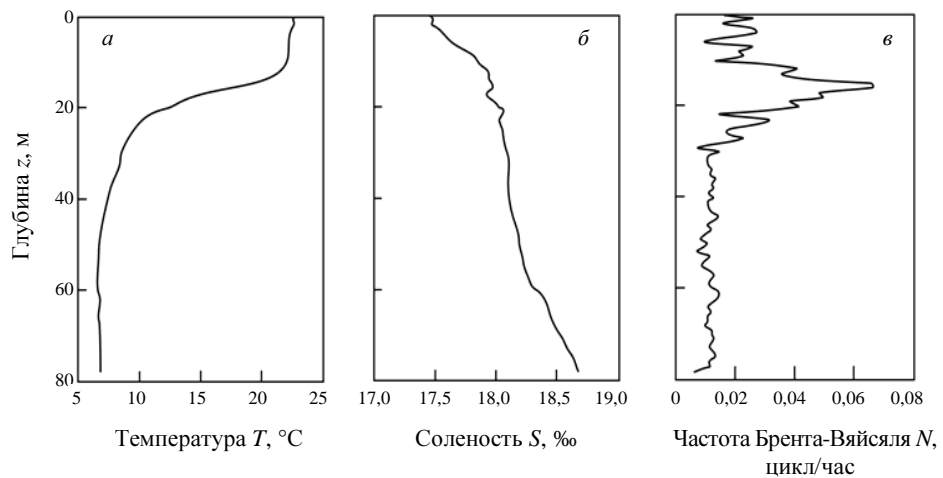


Рис. 1. Вертикальные профили: *a* – температуры, *б* – солёности, *в* – частоты Брента-Вайсяля.

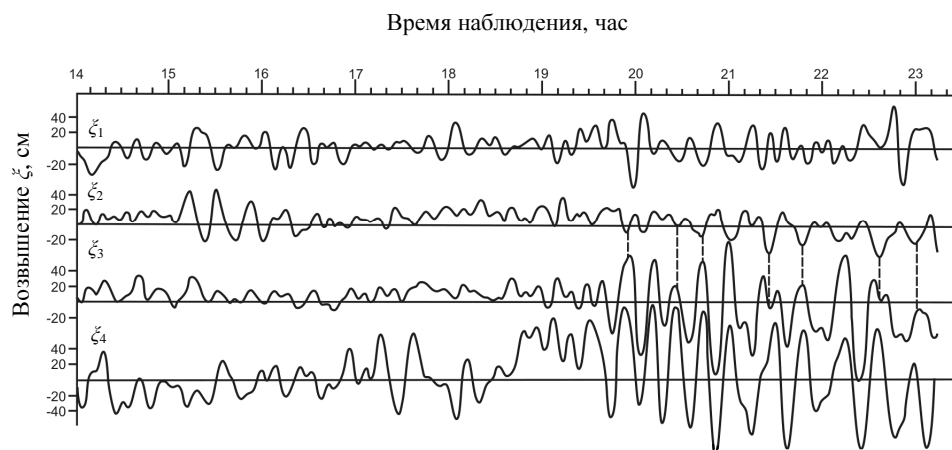


Рис. 2. Временной ход вертикальных смещений изолиний температуры.

Коэффициент вертикального турбулентного обмена K_3 определяем по эмпирической формуле, справедливой в области свала глубин на северо-западном шельфе Черного моря [8]: $K_3 \cong 8,4 \cdot 10^{-4} N_c^{-1} \text{ м}^2/\text{с}$, N_c соответствует частоте Брента-Вайсяля в цикл/ч. Будем полагать, что теряемая волной энергия целиком переходит в турбулентность и далее расходуется на работу турбулентности против сил плавучести и на диссипацию в тепло, т.е. скорость диссипации волновой энергии, проинтегрированная по глубине, равна интегральной величине работы турбулентности против сил плавучести $M_3 N^2$ и скорости диссипации турбулентной энергии ε_t , т.е.

$$2|\delta\omega| \int_0^H E dz = \int_0^H (M_3 N^2 + \varepsilon_t) dz, \quad (24)$$

здесь $E = \varepsilon^2 A_1 A_1^* \left[k^2 \left(1 + 2 \frac{N^2}{\omega^2} \right) \varphi_1 \varphi_1^* + \frac{d\varphi_1}{dz} \cdot \frac{d\varphi_1^*}{dz} \right]$ – плотность энергии волны, $z = (x_3 + 1)H$, $M_3 = 0,5K_3$, $M_1 = 0,5K_1$.

Уравнение (24) позволяет найти коэффициент горизонтального турбулентного обмена K_1 . Скорость диссипации турбулентной энергии ε_t определяем по эмпирической формуле, справедливой для области свала глубин на северо-западном шельфе Черного моря [8]: $\varepsilon_t = 7,6 \times 10^{-9} N_c^2 \text{ м}^2/\text{с}$. Краевую задачу по определению функции φ_{12} также решаем численно по неявной схеме Адамса, находим единственное решение, ортогональное φ_{10} и декремент затухания волны $\delta\omega$. У внутренних волн второй моды с периодом 15-минут (наблюдавшихся в эксперименте) декремент затухания равен $\delta\omega = -3,08 \times 10^{-3} \text{ рад/с}$. Из уравнения (24) находим коэффициент горизонтального турбулентного обмена $K_1 = 2,85 \text{ м}^2/\text{с}$ при максимальной амплитуде волны 0,5 м.

Суммарные волновые потоки сравниваем с соответствующими турбулентными потоками, которые определяются по формулам: $t_f = -M_3 \frac{dT_0}{dz}$ и

$$s_f = -M_3 \frac{dS_0}{dz}.$$

На рис. 3 изображены турбулентные (пунктирная линия) и суммарные волновые потоки (сплошная линия).

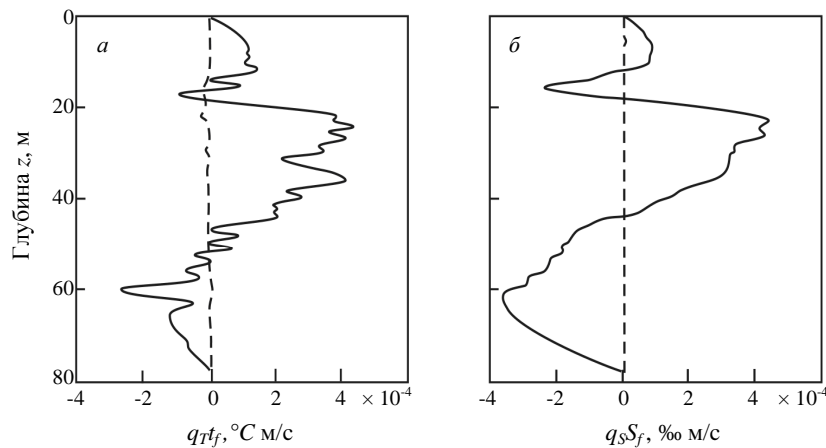


Рис. 3. Профили турбулентных и волновых потоков: а – тепла, б – соли.

Из рис. 3 видно, что волновые потоки превосходят турбулентные. Структура вертикального волнового потока соли в основном определяется вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа. В волновой поток тепла помимо скорости стокова дрейфа вносит вклад волновой поток $\overline{u_3 T}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Grimshaw R.* The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // *Stud. In Appl. Math.* – 1977. – Vol. 56. – P. 241-266.
2. *Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И., Миропольский Ю.З.* К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // *Известия АН СССР: Физика атмосферы и океана.* – 1976. – Том 12, № 3. – С. 293-301.
3. *Madsen O.S.* Mass transport in deep-water waves // *J. Phys. Oceanogr.* – 1978. – Vol. 8, № 6. – P. 1009-1015.
4. *Черкесов Л.В.* Гидродинамика волн. – Киев: Наукова Думка, 1980. – 259 с.
5. *Задорожный А.И.* Затухание длинных волн в экспоненциально стратифицированном море // *Морские гидрофизические исследования.* – 1975. – № 3. – С. 96-110.
6. *Слепышев А.А., Мартынова И.С.* Нелинейные эффекты при распространении внутренних волн с учетом турбулентной вязкости и диффузии // *Морской гидрофизический журнал.* – 2009. – № 5. – С. 3-22.
7. *Longuet-Higgins M.S.* On the transport of mass by time varying ocean current // *Deep Sea Res.* – 1969. – Vol. 16, № 5. – P. 431-447.
8. *Иванов В.А., Самодуров А.С., Чухарев А.М., Носова А.В.* Интенсификация вертикального турбулентного обмена в районах сопряжения шельфа и континентального склона в Черном море // *Доповіді Національної Академії Наук України.* – 2008. – № 6. – С. 108 – 112.

Материал поступил в редакцию 28.10.2012 г.

АНОТАЦІЯ У наближенні Буссінеска розглядаються вільні внутрішні хвилі при обліку турбулентної в'язкості та дифузії. Визначаємо декремент загасання хвилі і хвильові потіки тепла та солі, обумовлені фазовим зрушенням коливань температури, солоності і вертикальної швидкості, відмінним від $\pi/2$. У другому порядку малості по амплітуді хвилі знаходимо швидкість стокова дрейфу частинок рідини і середню на масштабі хвилі ейлерову течію, індуковану хвилею за рахунок нелінійності. Визначаємо їх внесок у сумарний хвильовий перенос. Показано, що для внутрішніх хвиль другого моди, що спостерігалися в натурному експерименті, вертикальні хвильові потоки тепла та солі вище турбулентних.

ABSTRACT In the Bussinesq approximation free internal waves are studied with regard for turbulent viscosity and diffusion. Decrement of attenuation of a wave is determined. Wave's fluxes of heat and salt caused by phase shift of fluctuations of temperature, salinity and the vertical velocity, distinct from $\pi/2$ are found. In the second order on amplitude a velocity of the Stokes drift of a liquid particles and a wave-induced mean flow for the account of nonlinearity are found. We define their contribution to total wave transport. It is shown that for internal waves of the second mode observed in natural experiment vertical wave fluxes of heat and salt greater then the turbulent one's.