УДК 330.46:51-75

Сергій ІЛЛІЧЕВСЬКИЙ
аспірант кафедри економічної кібернетики,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

АНАЛІЗ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ

Стаття присвячена дослідженню і розробці актуарних моделей розрахунку ймовірності банкрутства страхової компанії за умови її інвестиційної діяльності. Здійснено її комплексний аналіз.

***Ключові слова**: інвестиційна діяльність, страхова компанія, ймовірність банкрутства.*

Страхування – це стратегічний сегмент економіки, оскільки воно дозволяє суттєво знизити навантаження на витратну частину бюджетів різних рівнів; сприяє соціально-економічній стабільності в суспільстві, тому що є важливим елементом соціального захисту населення; дозволяє оптимізувати діяльність суб'єктів економіки за рахунок централізованих фондів фінансових ресурсів; забезпечує компенсацію збитків, завданих юридичним і фізичним особам у результаті появи несприятливих подій; є джерелом внутрішніх довгострокових інвестицій в економіку країни.

На сьогодні не можливо уявити ринкову економіку без ризику. З ним пов'язана практично будь-яка економічна діяльність. Тому існує велика потреба обрахувати, спрогнозувати і, наскільки це можливо, мінімізувати ризик. Страхування є однією з галузей економіки, над котрою постійно тяжіє ризик банкрутства. Саме у цьому полягає одна з найголовніших проблем – обчислення ймовірності банкрутства страхових компаній.

Термін «страхування» походить з латинської мови. В його основі — слова «securus» і «sine», які означають «безтурботний». Отже, страхування відбиває ідею застереження, захисту та безпеки. У багатьох слов'янських мовах, у тому числі - в українській, виникнення терміна «страхування» пов'язують зі словом «страх».

У фаховій літературі етимології терміна також відведено значну увагу. Проте єдиної думки з цього питання не існує. Аналіз опублікованих визначень поняття "страхування" показує, що кожне з них уточнює або доповнює попередні, залишаючи без змін їх основу.

Страхування — це вид цивільно-правових відносин щодо захисту майнових інтересів громадян та юридичних осіб у разі настання певних подій (страхових випадків), визначених договором страхування або чинним законодавством за рахунок грошових фондів, що формуються шляхом сплати громадянами та юридичними особами страхових платежів (страхових внесків, страхових премій) та доходів від розміщення коштів цих фондів.

Найперші дослідження у цій сфері проводилися ще на початку XX ст. З того часу математичний апарат обчислення банкрутства весь час еволюціонував, і за сотню років накопичилось чимало різноманітних методів і підходів. Зі зростанням масштабів суспільно-економічних потреб і процесів глобалізації значущість страхування невпинно зростає в економіках всіх країн світу. Україна в цьому плані має досить невеликий досвід через вади перехідної економіки.

У цій роботі вперше поєднуються актуарні дослідження з моделюванням за допомогою штучних нейронних мереж. Наукова проблема полягає у пошуку та формуванні економіко-математичного апарату для аналізу діяльності страхової компаніїї за умови її інвестиційної активності.

Одне з головних питань на сьогодні для актуарного аналізу українського страхового ринку є відсутність великої статистичної бази, яка необхідна при будь-якому економетричному моделюванні. Цю проблему можна спробувати вирішити за допомогою моделювання штучними нейронними мережами. Прогнози, побудовані таким чином, можна використовувати як вхідну інформацію для актуарних моделей.

Вагомий внесок у дослідження теоретико-методологічних основ фінансово-економічної страхової діяльності зробили такі вчені, як М. М. Александрова, В. Д. Базилевич, К. С. Базилевич, Н. Н. Внукова, О. О. Гаманкова , О. А. Гвозденко, О. Д. Заруба, А. Б. Камінський, О. І. Ляшенко, С. С. Осадець, Р. В. Пікус, А. О. Старостіна, О. Ф Філонюк , О. І. Черняк, В. В. Шпирко та ін.

Об'єкт дослідження – ринок інвестиційно-страхових послуг України в період економічного розвитку, становлення ринкових відносин, міжнародної інтеграції України.

Предмет – вивчення діяльності страхової компанії на українському страховому ринку.

У нашій статті розглядається страхова компанія у випадку, коли страхові премії описуються обмеженою невід'ємною функцією C_t, а капітал компанії інвеструється у ризиковий портфель, ціна якого описується процесом геометричного Броунівського руху з середнім значенням a, і відхиленням $\sigma > 0$.

Відомо, що актуарний і економіко-математичний аналіз діяльності страхової компанії, пов'язаної з постійними ризиками, є дуже важливим. Проблема її банкрутства, вперше описана в працях Крамера і Ліндеберга на основі стохастичних процесів, і зараз має великий науковий інтерес.

Інвестиційна діяльність страхової компанії є небезпечною: скрутне становище може настати, коли прибутковість інвестиційних проектів низька, і компанія не зможе покрити збитки продажем цих проектів через цінові коливання.

Очевидно, що інвестиції з стохастичною

процентною ставкою можуть бути надто небезпечними для компанії. Це можна підтвердити математично.

Якщо прийняти $\beta := \frac{2a}{\sigma^2} - 1 > 0$, то можна знайти асимптотичні верхню і нижню межі для ймовірності банкрутства $\Psi(u)$, де u - початковий капітал прямує до нескінченності, тобто $C_* u^{-\beta} \le \Psi(u) \le C^* u^{-\beta}$ для достатньо великого u.

Крім того, якщо $C_t = C^* e^{\gamma t}$ з $\gamma \le 0$, можна знайти асимптотичну ймовірність банкрутства, а саме $\Psi(u) \approx u^{-\beta}$. Якщо $\beta \le 0$, то $\Psi(u) = 1$ для будь-якого $u \ge 0$.

У цій статті розглядається проблема банкрутства страхової компанії, котра здійснює інвестиційний проект , що визначається процесом Броунівського руху:

$dV_t = V\,(adt + \sigma dwt)$, де $(wt, t \ge 0)$ - стандартний Броунівський рух, $a > 0, \sigma > 0$.

Виявляється, що у випадку невеликої дисперсії, тобто $0 < \sigma^2 < 2a$, ймовірність банкрутства має не експоненціальний розподіл, а є функцією від початкового капіталу з параметром $\beta := \frac{2a}{\sigma^2} - 1$.

До речі, це твердження правильне без накладання умови на додатність параметру загрузки системи.

Водночас, для великої дисперсії $\sigma^2 > 2a$, ймовірність банкрутства дорівнює 1 для будь-якого значення початкового капіталу.

Класична актуарна модель діяльності страхової компанії передбачає опис надходження страхових виплат постійним процесом. На практиці це свідчить про те, що компанія отримує надходження постійно з однаковим рівнем. Насправді це не відповідає дійсності. Ця умова сильно обмежує застосування класичних актуарних моделей на практиці.

Ми розглядаємо проблему банкрутства страхової компанії за умови, що її премії описуються деякою невід'ємною випадковою функцією.

Для цієї проблеми за умови невеликої дисперсії, ми отримуємо точні верхні і нижні межі ймовірності банкрутства. А у випадку експоненціального процесу надходження премій, тобто $C_t = \exp(\gamma t)$, $\gamma > 0$, ми отримуємо асимптотичну ймовірність банкрутства.

Також ми вказуємо, що при нульовому рівні надходження, тобто $\gamma = -\infty$, асимптотичні результати збігаються з випадком, коли $-\infty < \gamma < 0$.

Крім того, у граничному випадку $\sigma^2 = 2a$, компанія банкрутує з ймовірністю 1, для будь-якої функції C_t.

Заданий інвестиційний проект, що здійснює страхова компанія, визначається процесом Броунівського руху: $dV_t = V\,(adt + \sigma dwt)$,

де $(wt, t \ge 0)$ - стандартний Броунівський рух, $a > 0, \sigma > 0$.

Побудуємо некласичну модель стохастичного стану капіталу страхової компанії, що здійснює інвестиційну діяльність:

$$X_t = u + a\int_0^t X_s ds + \sigma\int_0^t X_s dw_s + \int_0^t c_s ds - \sum_{i=1}^{N_t} \xi_i,$$

де a, σ - константи (характеристики Броунівського руху);

N_t - Пуасонівський процес у момент часу t з параметром $\alpha > 0$;

$c_t = c(t, X)$ - обмежена додатна випадкова функція, що описує процес надходження страхових премій

Далі введемо поняття функції адаптації :

$$I(x) = \frac{cm - \gamma}{\gamma}\exp((Z - c\theta)),$$

і за допомогою нерівності

$$\psi(x) = E(1-q)^{N(x)} \ge (1-q)^{EN(x)},$$

$$\psi(x) \ge \exp\left(\log(1-q)\left(\frac{x}{\varphi_1} + \frac{\varphi_2}{\varphi_1^2}\right)\right),$$

отже

визначимо наступну функцію

$$f(x) = \frac{-\varphi_1 + \sqrt{\varphi_1^2 + 4M(a)\rho t}}{2M(a)\rho t}.$$

Оскільки $f(\varphi_2) = R(a)$ і

$$f'(t) = \frac{\varphi_1\sqrt{\varphi_1^2 + 4M(a)\rho t} - \varphi_1^2 - 2M(a)\rho t}{2M(a)\rho t^2\sqrt{\varphi_1^2 + 4M(a)\rho t}} \le 0,$$

для $t \ge 0$,

$R(a)$ спадає і верхня оцінка $\psi(x) \le e^{-R(a)x}$ зростає разом з φ_2.

З цього виводимо верхню оцінку: $\psi(x) \le \overline{\psi(x)} = e^{-R^u x}$

,де

$$R^u = \frac{1}{2\varphi_2 M(a)}\left(-\varphi_1 + \sqrt{\varphi_1^2 + 4\rho\varphi_2 M(a)}\right).$$

Так як $\log(1-q) < 0$, тоді нижня оцінка спадає по φ_2 і

$$\psi(x) \ge \underline{\psi}(x) = \exp\left(\log(1-q)\left(\frac{x}{\varphi_1} + \frac{\overline{\varphi}_2}{\varphi_1^2}\right)\right) \equiv K\exp\left(-R^l x\right),$$

де

$$R^l = \frac{\log(1-q)}{\varphi_1}, \quad K = \exp\left(\log(1-q)\frac{\overline{\varphi}^2}{\varphi_1^2}\right).$$

Класична модель ризику описує стохастичну еволюцію капіталу страхової компанії і формально задається рівністю [3, с. 181]:

$$R_t(x) = x + ct - S,$$

де t - час, $x \ge 0$ - початковий капітал страхової компанії,

c - інтенсивність надходження премій,

$S_t = \sum_{k=1}^{N_t} X_k$ - незалежні, однаково розподілені випадкові величини (страхові виплати),

N_t - кількість виплат на момент t (пуасонівський процес, не залежний від S_t).

Час банкрутства обчислюється за формулою:

$$\tau(x) = \inf\{t > 0 : R\ (x) \le 0\},$$

а ймовірність банкрутства: $\psi(x) = P[\tau(x) < \infty]$.

Нехай $B(t)$ - функція розподілу величини виплат, $M[X_i] = \mu$, $D[X_i] = \sigma^2$, $B(0) = 0$, $B(b) = 1$,

ρ - рівень надійності, тобто $c = \lambda\mu(1+\rho)$. Далі обчислюються нижня і верхня межі ймовірності $\psi(x)$, які позначаються $\psi(x)$ і $\overline{\psi(x)}$ відповідно.

Перші два моменти випадкової величини χ_i можуть бути виражені, як:

$$\varphi_1 = E[\chi_i] = \frac{E[X_i^2]}{2\mu} = \frac{\mu^2+\sigma^2}{2\mu},$$

$$\varphi_2 = E[\chi_i^2] = \frac{E[X_i^3]}{3\mu} = \frac{\mu_3}{3\mu},$$

де $\mu_3 = E[X_i^3]$ третій момент функції виплат, який у загальному випадку невідомий. E можливо використовувати тільки оцінки $\varphi_2(\underline{\varphi_2} \le \varphi_2 \le \overline{\varphi_2})$. Але ми отримуємо двосторонню оцінку ймовірності банкрутства, яка залежить лише від $\overline{\varphi_2}$. Отже, найбільш цікаво було б знайти найточнішу оцінку третього моменту $\overline{\mu_3}$.

У випадку відомої функції виплат, її математичного сподівання і дисперсії можемо отримати:

$$\overline{\mu}_3 = b(\mu^2+\sigma^2) - \frac{d^2}{b-\mu}, \text{де} \quad d = b\mu - \mu^2 - \sigma^2 \ge 0 \quad .$$

Складно застосовувати страхові моделі з урахуванням інвестиційної діяльності через брак належної вхідної інформації на Українському страховому ринку.

Інші актуарні моделі досить добре моделюють ймовірність банкрутства страхової компанії, але за умови розгляду процесу надходжень страхових премій константою.

Для більш реального моделювання необхідно описувати процес надходження премій також через деяку стохастичну функцію.

Список літератури

1. *Анісімов, В. В. Математична статистика [Текст] : навч. посібник для студентів вузів / В. В. Анісімов, О. І. Черняк.– К.: МП „Олеся”, 1995. –104 с.*
2. *Страхування [Текст] : підручник / В. Д. Базилевич, К. С. Базилевич, Р. В. Пікус та інш. ; В. Д. Базилевич (ред.). – К. : Знання, 2008. – С. 1019.*
3. *Внукова, Н. М. Страхування: теорія та практика [Текст] / Н. М. Внукова, Л. В. Временко, В. І. Успаленко. – Харків: Бурун-книга, 2004. – 376 с.*
4. *Гаманкова, О. О. Страхові послуги [Текст] : навч.-метод.пос. / О. О. Гаманкова, Т. М. Артюх. – К: КНЕУ, 2000.*
5. *Гвозденко, А. А. Финансово-экономические методы страхования [Текст] / А. А. Гвозденко. – М.: Финансы и статистика, 2000.*
6. *Гихман, И. И. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. – Київ: Вища школа, 2001.*
7. *Заруба, О. Д. Страхова справа [Текст] : підручник. – К.: Товариство "Знання", КОО- 1998. – 321 с.*
8. *Камінський, А. Б. Моделювання фінансових ринків [Текст] : монографія / А. Б. Камінський. – К.: Видавничо-поліграфічний центр „Київський університет”, 2006. – 304 с.*
9. *Ляшенко, О. І. Математичне моделювання динаміки відкритої економіки [Текст] / О. І. Ляшенко. – Рівне: Волинські обереги, 2005. – 360 с.*
10. *Пікус, Р. В. Управління фінансовими ризиками [Текст] : навчальний посібник / Р. В. Пікус, Н. В. Приказюк. – К. : Знання, 2010. – 598 с.*
11. *Страхування [Текст] : підручник / Керівник авт. колективу і наук, ред. С. С. Осадець. – Вид. 2-ге, перероб. і доп. – К.: КНЕУ, 2002. – 599 с.*
12. *Економетрика [Текст] / О. І. Черняк, О. В. Комашко, А. В. Ставицький, О. В. Баженова. – К.: ВПЦ „Київський університет”, 2010.*
13. *Chernyak, O. I. Asymptotic behaviour of a complex renewable standby system with fast repair [Text] / O. I. Chernyak, J. Sztrik // Problems of Control and Information Theory. – 1991. – v. 20(1). – P. 37-44. Budapest,Hungary.*

РЕЗЮМЕ

Илличевский Сергей

Анализ инвестиционной деятельности страховой компании

Данная статья посвящена исследованию и разработке актуарных моделей для расчета вероятности банкротства страховой компании, при условии ее инвестиционной деятельности. Научная новизна состоит в комплексном анализе страховой и инвестиционной деятельности страховой компании.

RESUME

Illichevs’kyi Sergiy

The analysis of investment activity of insurance company

This article is devoted to the research and development of actuarial models of calculation the ruin probability of the insurance company under its investment activity. This scientific is unique due to the complex analysis of the insurance and investment activities of insurance companies.

Стаття надійшла до редакції 14.03.2012 р.