

Юрій КОЛЯДА

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені В. Гетьмана»

Катерина СЕМАШКО

аспірантка, асистент кафедри економіко-математичного моделювання,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені В. Гетьмана»

АДАПТИВНЕ ЯКІСНЕ І КІЛЬКІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБСЯГІВ ТІНЬОВОЇ ЕКОНОМІКИ СУСПІЛЬСТВА

Запропоновано низку математичних моделей, що сукупно описують взаємодію легальної й тіньової економіки держави на різних стадіях економічної еволюції суспільства. Результати якісного і кількісного аналізу (інтегральні криві, фазові портрети) поведінки динамічних моделей надають сценарії можливого розвитку подій.

Ключові слова: легальна і тіньова економіка, комп'ютерне моделювання, адаптація динамічних моделей.

Економічні реалії суспільного життя вказують на таке: а) тіньова економіка (ТЕ) є вічним супутником офіційно діючого виробництва – легальної економіки (ЛЕ) і спостерігається у будь-якому суспільстві, незалежно від способу організації виробничих сил, політичного устрою чи пануючих ідеологій; б) економетричне дослідження ТЕ принципово обмежене головним чином через відсутність статистичних даних. Щоб досягти раціонального і релевантного керування перебігом згаданих явищ, тобто уникнути непередбачуваної їх поведінки, слід вивчати механізм співіснування ЛЕ і ТЕ суспільства шляхом побудови динамічних математичних моделей (ММ) і проведення над ними широкомасштабного обчислювального експерименту.

Наразі відома література з цієї проблематики, наприклад джерела [1-2], характеризується як ідеографічна. Притаманний їй описовий характер слід розцінювати як добре підґрунтя для формалізації досліджуваної проблеми, а потім створення адекватних ММ динаміки подій, щоб отримати сценарії співіснування ЛЕ і ТЕ, за рахунок якісного і кількісного моделювання.

Варто зазначити, що нині розробляється парадигма системного і нелінійного економічного мислення [3-4]. Але вона сприятиме глибокому і досить повному вивченню економічної дійсності, стане доступним і ефективним з прагматичної точки зору знаряддям моделювання лише за умови наявності адекватних ММ та інструментарію їх дослідження.

Сучасна економічна теорія потребує нових (принципово відмінних від ортодоксального підходу) шляхів до розв'язання нагальних проблем реальної економіки, міняючи при цьому базові поняття, дефініції, креативні ідеї. Економіко-математичному моделюванню, яке на сьогодні є самостійним науковим напрямком, у системних дослідженнях теоретичної й прикладної економіки належить консолідуюча роль [5]. Саме за допомогою комп'ютерного моделювання проблем економічної динаміки стає можливим відшукати найбільш

прийнятний за наявних обставин й стартових умов варіант співіснування ЛЕ і ТЕ. Більше того, слід пам'ятати слова «хаотичні явища в нестійких нелінійних динамічних системах можуть бути зрозумілими тільки за допомогою математики і лежать за межами наших інтуїтивних уявлень» [6, с.18].

Мета статті – запропонувати ММ динаміки співіснування легальної й тіньової економіки на різних стадіях економічного розвитку суспільства. Для адекватності комп'ютерного моделювання здійснюється гнучке використання відповідних моделей, інструментарію їх якісного й кількісного вивчення, що загалом складає адаптивне економіко-математичне моделювання динаміки подій.

Незаперечні значущість й багатоаспектні наслідки взаємодії ТЕ і ЛЕ вимагають більш глибокого вивчення проблеми детінізації економіки суспільства ніж вербальний аналіз. Довершеності дослідження на сьогодні можна досягнути за рахунок попереднього якісного, а потім кількісного моделювання. Але для цього треба володіти рівняннями математичної моделі (ММ), що вдало описуватимуть динаміку сумісного функціонування ТЕ і ЛЕ. Тоді наслідком комп'ютерного моделювання природи і механізму ТЕ якраз будуть сценарії можливого розвитку подій (з плином часу – інтегральні криві і на фазових портретах – взаємозалежності між змінними ММ). Також з'являється можливість отримати наближені прогностичні оцінки обсягу ТЕ, його спрямованості у розвитку.

Отже, існує нагальна потреба: а) розроблення адекватних ММ явища ТЕ, їх усебічного комп'ютерного дослідження; б) будуючи фазові й параметричні портрети, прогнозувати можливі наслідки нелінійної динаміки подій за настання тих чи інших умов.

Зважаючи на актуальність і складність досліджуваної проблеми, успішне її розв'язання немислиме без гнучкого використання як засобів, так інструментарію моделювання динаміки взаємодії ТЕ і ЛЕ суспільства. Тобто апіорі передбачується

адаптивна організація процесу економіко-математичного моделювання, оскільки економічній системі як ніякій іншій притаманна властивість темпоральності (кожна складова економіки володіє своєю часовою константою, пов'язаною зі швидкістю розвитку подій).

Адаптація визначається як процес цілеспрямованої й доцільної змінюваності параметрів і структури системи моделювання (у нашому випадку альтернатива моделі співвідношення легальної та тіньової економіки превентивного до кількісного якісного аналізу ММ), котрий містить критерії функціонування та їх застосування залежно від економічного стану [7, с. 20]. За своєю природою адаптація може бути як ендогенною, так і екзогенною, мати апріорний або апостеріорний характер.

Саме адаптація сприяє найкращому досягненню заданих цілей моделювання, долаючи завжди присутні невизначеність і неповноту інформації про досліджуване явище. При цьому зменшується ризик хибності уявлень про природу того.

У якості первісної ММ, якою описується проблема взаємного існування ТЕ і ЛЕ, може бути диференціальна система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1 - bx_1x_2 \\ \dot{x}_2 = cx_2 - dx_1x_2, \end{cases} \quad (1)$$

де змінна x_1 відповідає ЛЕ, а x_2 - ТЕ, причому $\dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt}$ і $\dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt}$ відповідно є швидкості змінюваності обсягів економік; коефіцієнти ММ (1) вважались сталими, хоча в дійсності вони мають бути функціями часу t . Нелінійна система (1) звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) є знаменита в математичній біології [8] модель «жертва x_1 - хижак x_2 », стійкість різновидів розв'язків якої ретельно були досліджені. Зазначимо, що цей підхід цілком правомірний, бо тіньова економіка, за своєю сутністю, паразитує на тілі суспільства (офіційної економіки).

Інша ММ, якою ураховуються фактори самообмеження росту змінних, конкуренції у середовищі кожної економіки і взаємодії між ними, записується:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1x_1 - b_{12}x_1x_2 - c_1x_1^2 \\ \dot{x}_2 = a_2x_2 + b_{21}x_2x_1 - c_2x_2^2, \end{cases} \quad (2)$$

де c_1 і c_2 характеризують самообмеження обсягів відповідних економік, беручи до уваги ті або інші причини; скаляри a_1 і a_2 відповідають темпоральності описуваних подій. Ступінь взаємодії двох видів економіки відображається коефіцієнтами

b_{ij} ($i, j = 1, 2; i \neq j$), знаками яких детермінується наступне: а) для від'ємних значень існує конкуренція, коли обсяг кожної з економік у присутності іншої зростає з меншою швидкістю, причому перемаже одна з двох економік, якщо власна швидкість зростання іншої менше деякого порогового значення; але ЛЕ і ТЕ співіснують, що спостерігається у житті, якщо виконується нерівність $b_{12}b_{21} < c_1c_2$; б) обидва типи економік сприяють взаємному зростанню, якщо коефіцієнти $b_{12}, b_{21} > 0$ додатні; в) зустрічаються взаємодії,

коли одна з економік відчуває присутність іншої (наприклад, ЛЕ щодо ТЕ), а інша - ні (ТЕ не відчуває ЛЕ), то має місце аменсалізм ($b_{12} = 0, b_{21} < 0$) і коменсалізм ($b_{12} > 0, b_{21} = 0$); г) також може бути ситуація взаємної нейтральності ($b_{12} = b_{21} = 0$) [9].

Рівняння математичної моделі (1) записано з використанням фундаментальних положень синергетики і кінетики [7] для відтворення динаміки економічного стану.

Очевидно, що з ММ (2) впливає (1) як окремий випадок ($c_1 = c_2 = 0$).

Інструментом обчислювального експерименту виступав програмний пакет Mathcad.14 у розділі числового інтегрування системи ЗДР.

Результати комп'ютерного моделювання на прикладі ММ (1) графічно відтворені на рис. 1 і 2, а для моделі (2) - на рис. 3 і 4.

Вплив коефіцієнтів c_1 і c_2 на розташування інтегральних кривих зображено на рис. 5; для $b_{12} = 0.2$ на рис. 6 відтворено взаємодію обсягів ТЕ і ЛЕ з використанням моделі (2). У обох випадках виконується умова $b_{12}b_{21} < c_1c_2$ (добуток коефіцієнтів взаємодії менший, ніж добуток коефіцієнтів самообмеження). Між іншим, нерівність завжди буде, коли коефіцієнти взаємодії протилежних полярних знаків. Для випадку, коли вони одного знаку, треба домагатися виконання зазначеної вище умови.

На підґрунті ММ (2) будуть розглядатися варіанти співіснування двох економічних гілок. Проаналізуємо різні їх співвідношення.

Припускається, що у суспільстві згадувані види економіки (ЛЕ і ТЕ) конкурують, взаємний вплив негативний. Відповідно до техніки якісного дослідження ММ економічної динаміки [7] спочатку шукаються особливі точки (рівноважного економічного стану). Для нашого випадку їх всього чотири: №1 - (0;0); №2 - (0; $1/c_2$); №3 - ($1/c_1$; 0); №4 - ($\frac{1-c_2}{1-c_1c_2}$; $\frac{1-c_1}{1-c_1c_2}$), що впливає з системи алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(1 - x_2 - c_1x_1) \\ \dot{x}_2 = x_2(1 - x_1 - c_2x_2). \end{cases} \quad (3)$$

Вона отримується з ММ(2), покладаючи $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$.

Записується функціональна матриця Якобі системи рівнянь (3):

$$J = \begin{pmatrix} 1 - x_2 - 2c_1x_1 & -x_1 \\ -x_2 & 1 - x_1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix},$$

яка становить частинні похідні правої частини ММ (3) по змінних x_1 і x_2 . Матриця Якобі обчислюється для кожної стаціонарної точки.

Щоб кваліфікувати особливу (рівноважну стаціонарну) точку, треба обчислити слід матриці

SpJ - суму елементів головної діагоналі і визначник $det J$. Для тривіальної особливої точки діє: $SpJ_1 = 2 > 0$ і $det J_1 = 1 > 0$;

користуючись діаграмою [7], цю точку визначаємо як нестійкий вузол або фокус. Відповідно для інших рівноважних точок справедливе наступне:

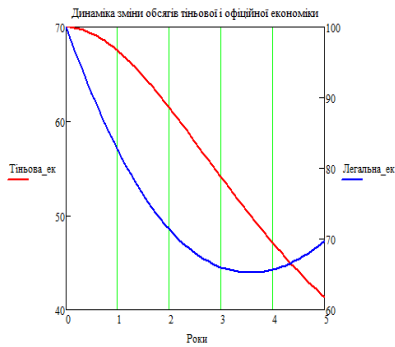


Рис. 1. Інтегральні криві ММ (1)

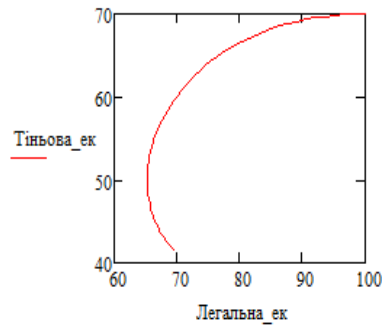


Рис. 2. Фазовий портрет ММ (1)

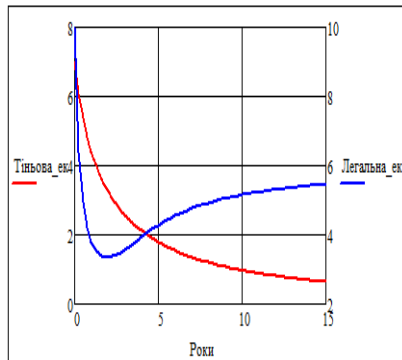


Рис. 3. Інтегральні криві ММ (2)

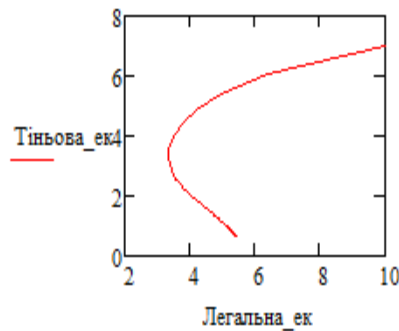


Рис. 4. Фазовий портрет ММ (2)

$SpJ_2 = -1/c_2$; $detJ_2 = (-1 + 1/c_2)$; якщо $0 < c_2 < 1$, то $detJ_2 > 0$, і тоді спостерігатиметься стійкий вузол (фокус); якщо $c_2 > 1$, то $detJ_2 < 0$, і сідлова точка буде завжди нестійка; за аналогією формулюється результат стосовно особливої точки №3.

Для останньої стаціонарної точки №4 слід матриці Якобі описується виразом $SpJ_4 = \frac{c_1 + c_2 - 2c_1c_2}{c_1c_2(1 - c_1 - c_2 + c_1c_2)}$, а її визначник $detJ_4 = \frac{c_1c_2 - 1}{(1 - c_1 - c_2)^2}$, де $c_1c_2 \neq 1$. Оскільки координати розглядуваної точки не можуть бути від'ємними, то виконуються нерівності $c_1 < 1$ і $c_2 < 1$. Очевидно, що $SpJ_4 < 0$ для коефіцієнтів, більших за одиницю. Вочевидь, що для нашого випадку слід матриці також від'ємний, перепишемо його вираз $\frac{1/b_1 - 1/b_2}{(1/b_1 - 1/b_2) - 1}$, де $b_1 > 1$ і $b_2 > 1$. Після алгебраїчних перетворень остаточно отримується вираз $\frac{b_2 + b_1 - 2}{1 - b_1 b_2}$. У такий спосіб доводиться, що $detJ_4 > 0$. Отже, розглядувана точка може бути лише стійкою, вузлом або фокусом.

Нижче наводяться окремі результати кількісного дослідження ММ (3) при одній і тій же початковій умові ($x_1 = 1; x_2 = 1$).

Характер поведінки розв'язків ММ детермінується відношенням $\frac{c_2}{c_1}$, а саме: а) для $\frac{c_2}{c_1} \ll 1$ одна зі змінних (x_1) значно падає у своєму кількісному вимірі, а інша (x_2) - ні, практично стабілізується.

б) із зростанням числового значення відношення поведінка інтегральних кривих залишається

попередньою, але x_1 падає до 0,6 (раніше до 0,4). Лінія фазового портрета міняє свою опуклість.

$$\frac{c_2}{c_1} > 1$$

в) коли $\frac{c_2}{c_1} > 1$, то спостерігається більше

падіння числового значення змінної x_2 , яке стабілізується, і менше для x_1 , яке набуває тенденції зростання.

$$\frac{c_2}{c_1} = 2$$

г) для $\frac{c_2}{c_1} = 2$ змінна x_1 зростає, а інша стабілізується. [10]

Розглянемо варіант співіснування ЛЕ і ТЕ, коли вони еволюціонують не кращим чином, тобто затухають. Такому варіанту завжди знайдеться період історії економічного розвитку будь якої держави, зокрема він був і в Україні, на нашу думку. У такому разі ММ (2) набуває вигляду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_1x_2 - c_1x_1^2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + x_2x_1 - c_2x_2^2 \end{cases} \quad (4)$$

Покладемо $a_1 = a_2 = -1$; $h_{12} = h_{21} = 1$, що не впливає на загальний якісний характер результатів моделювання. Наразі має місце симбіотична взаємодія двох видів економіки, коли між ними існує позитивний взаємовплив, хоча обидві вони затухають.

Спочатку шукаються координати рівноважних (стаціонарних або особливих) точок, порівнюючи до нуля похідні моделі (4). Розв'язки наступної системи

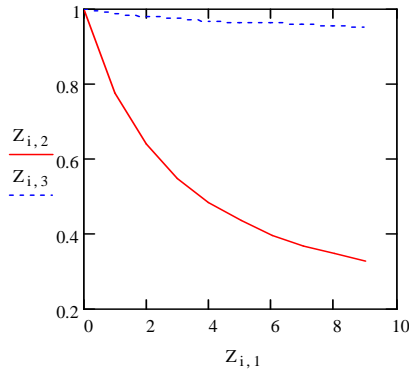


Рис. 5 - інтегральні криві

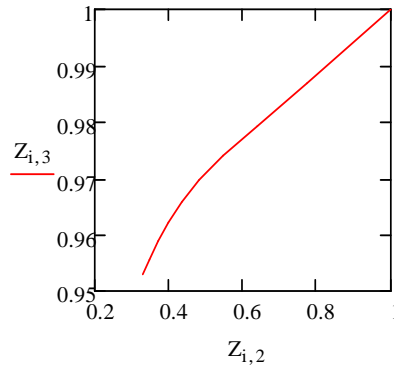


Рис. 6 - фазовий портрет

алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} x_1(x_2 - 1 - c_1x_1) = 0 \\ x_2(x_1 - 1 - c_2x_2) = 0. \end{cases}$$

відповідають координатам особливих точок: №1 -

(0;0) тривіально і №2 - $(\frac{1+c_2}{1-c_1c_2}, \frac{1+c_1}{1-c_1c_2})$. Із змісту розглядуваної проблеми випливає, що має виконуватися нерівність $c_1c_2 < 1$.

Функціональна матриця Якобі для ММ (4) записується

$$J = \begin{pmatrix} -1 + x_2 - 2c_1x_1 & x_1 \\ x_2 & x_1 - 1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix}.$$

Слід матриці Якобі записується

$$SpJ = -1 + x_2 - 2c_1x_1 - 1 - 2c_2x_2, \text{ як сума}$$

елементів головної діагоналі. Її визначник має вигляд

$$detJ = -x_1 + 1 + 2c_2x_2 - x_2 - 2c_2x_2^2 - 2c_1x_1^2 + 2c_1c_2x_1x_2 = h_{21} = 1.$$

Зазначені величини обчислюються для кожної особливої точки. З в використанням діаграми [7] кваліфікується тип стаціонарної точки. Наприклад, тривіальна точка є стійкий вузол або фокус, оскільки

$$SpJ = -2 < 0 \text{ і } detJ = 1 > 0.$$

Це означає, що за характером своєї поведінки інтегральні криві $x_1(t)$ і $x_2(t)$ ММ не зростають з плином часу.

Для особливої №2 існують вирази

$$SpJ = \frac{-c_1 - c_2 - 2c_1c_2}{1 - c_1c_2} < 0;$$

$$detJ = \frac{-c_1(1 - c_1c_2) - c_2(1 - c_1c_2) - (1 - c_1^2c_2^2)}{(1 - c_1c_2)^2} < 0$$

після обчислення елементів матриці Якобі та алгебраїчних перетворень. Вона кваліфікується як сідлова точка (нестійка).

Нижче наводяться результати обчислювального експерименту над ММ (4) для різноманітних значень коефіцієнтів c_1 та однакової початкової умови.

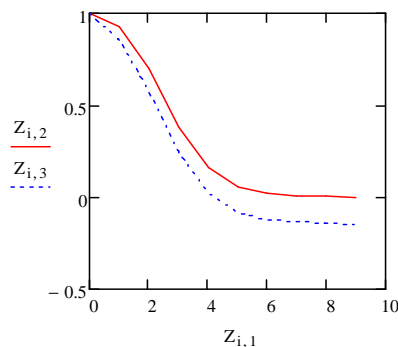


Рис. 7. Інтегральні криві ММ (4)

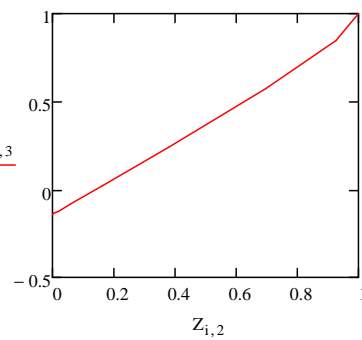


Рис. 8. Фазовий портрет

Якщо коефіцієнт c_2 - сталий, а c_1 поступово наближається від 0,01 до 0,1, то результати комп'ютерного моделювання графічно зображуються на рис. 7-8. Для цього випадку спостерігається падіння обсягів ЛЕ і ТЕ. [11].

Висловлюється гіпотеза: два різновиди економіки полярні за своїм цільовим призначенням, але між ними існує певний взаємовплив (позитивний або негативний зворотний зв'язок). Зазначене описується ММ (5),

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_1x_2 - c_1x_1^2 \\ \dot{x}_2 = x_2 + x_2x_1 - c_2x_2^2 \end{cases},$$

(5)

як окремий випадок (2), де $a_1 = -1$,

$$2c_1a_2 \neq 4c_1c_2x_1x_2 = h_{21} = 1.$$

Знайдемо особливі (стаціонарні, рівноважні або критичні) точки, прирівнюючи похідні до нуля

$$\begin{cases} x_1(x_2 - 1 - c_1x_1) = 0 \\ x_2(x_1 + 1 - c_2x_2) = 0, \end{cases}$$

яких всього три, а саме: №1 - тривіальна (0;0); №2 -

(0; $1/c_2$); №3 - $(\frac{c_2-1}{1-c_1c_2}, \frac{1-c_1}{1-c_1c_2})$, якщо взяти до уваги вимогу про додатні числові значення. Звісно, що

мають виконуватися нерівності: $c_1 < 1$; $c_2 > 1$ і $c_1c_2 < 1$.

Функціональна матриця Якобі для ММ (5) має вигляд

$$J = \begin{pmatrix} -1 + x_2 - 2c_1x_1 & x_1 \\ x_2 & 1 + x_1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix}.$$

Її числові характеристики записуються: слід $SpJ = x_1 + x_2 - 2c_1x_1 - 1 - 2c_2x_2$ як сума

елементів головної діагоналі; визначник

$$\det J = -1 - x_1 + 2c_2x_2 + x_2 - 2c_2x_2^2 - 2c_1x_1 - 2c_1x_1^2 + 4c_1c_2x_1(1 - x_1 - c_2x_2) - 0$$

. Величини SpJ і $\det J$ обчислюються для кожної рівноважної точки. Знаючи їх знаки, кваліфікуємо тип особливої точки. Наприклад, тривіальна точка є сідлова, бо $SpJ_1 = 0$ і $\det J_1 = -1 < 0$.

Для критичної точки №2 сформулюємо вирази: $SpJ_2 = -2 + 1/c_2$, причому слід матриці додатний для $c_2 < 1/2$, від'ємний для $c_2 > 1/2$ і рівний нулю для $c_2 = 1/2$; $\det J_2 = (1 - 1/c_2)$, причому визначник додатний для $c_2 > 1$ і тоді буде стійкий вузол (фокус); для $c_2 < 1$ визначник від'ємний і буде сідлова точка (нестійка).

Для третьої особливої точки справедливі вирази: $SpJ_3 = \frac{c_1 - c_2}{1 + c_1c_2} < 0$, якщо брати до уваги додатність координат, тобто $c_2 > 1$, $c_1 < 1$ і $c_1c_2 < 1$, у випадку $c_2 < 1$, $c_1 > 1$ повинна виконуватися нерівність $c_1c_2 > 1$.

Визначник матриці $\det J_3 = \frac{(1 - c_1c_2)[(1 + c_1c_2) - (c_2 - c_2)]}{(1 - c_1c_2)^2}$ від'ємний для $c_2 < 1$, $c_1 > 1$ і $c_1c_2 > 1$, тоді буде сідлова точка; додатний для $c_2 > 1$, $c_1 < 1$ і $c_1c_2 < 1$, стійкий вузол (фокус) буде [12].

На рис. 9-10 графічно відображено результати комп'ютерного моделювання над ММ (5) для різних числових значень коефіцієнтів c_1 і c_2 .

Ситуацію, коли у суспільстві спостерігається спад виробництва, але тіньова економіка (ТЕ) набуває розмаху, математично можна описати двояко. На підґрунті правил рівнянь економічного стану у якості математичної моделі (ММ) виступає нелінійна диференціальна система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_1x_2 - c_1x_1^2 \\ \dot{x}_2 = x_2 - x_1x_2 - c_2x_2^2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_1x_2 - c_1x_1^2 \\ \dot{x}_2 = x_2 + x_2x_1 - c_2x_2^2 \end{cases}.$$

(6a)

Особливі точки (0;0) і (0; $1/c_2$) ММ (6) отримуються, розв'язуючи алгебраїчну систему

$$x_1(-1 + x_2 - c_1x_1) = 0$$

$$x_2(1 - x_1 - c_2x_2) = 0$$

Особливі точки ММ (6a) також мають зазначені координати, зважаючи на економічний характер моделі.

Елементи матриці лінеаризації для нелінійних ММ (6) і (6a) різняться лише знаками. Для моделей (6) і (6a) функціональна матриця лінеаризації відповідно має вигляд:

$$J_6 = \begin{pmatrix} -1 + x_2 - 2c_1x_1 & x_1 \\ -x_2 & 1 - x_1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix},$$

$$J_{6a} = \begin{pmatrix} -1 - x_2 - 2c_1x_1 & -x_1 \\ x_2 & 1 + x_1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix},$$

яка обчислюється в особливих точках ММ. Відповідно отримуються дійсні матриці:

$$J_6(0;0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

слід матриці $SpJ_6 = 0$, а особлива точка (0;0) кваліфікується як сідло, нестійка.

$$J_6(0;1/c_2) = \begin{pmatrix} -1 + 1/c_2 & 0 \\ -1/c_2 & -1 \end{pmatrix}$$

$SpJ_6 = -2 + 1/c_2$; $\det J = 1 - 1/c_2$. Для усіх $c_2 > 1$ особливі точки кваліфікуються [7] як стійкі вузли або фокуси; для $c_2 = 1/2$ слід матриці рівний нулю, визначник від'ємний - особлива точка сідло.

Для ММ(6a) діє:

$$J_{6a}(0;1/c_2) = \begin{pmatrix} -1 - 1/c_2 & 0 \\ 1/c_2 & -1 \end{pmatrix};$$

слід матриці завжди від'ємний, а детермінант - додатний. Особлива точка кваліфікується як стійка (фокус або вузол, траєкторії не розбігаються). Зазначимо, що

$$J_6(0;0) = J_{6a}(0;0)$$

Далі наводяться деякі результати комп'ютерного кількісного моделювання на підґрунті зазначених вище нелінійних динамічних моделей. Для ММ(6) у випадку $c_1 = c_2 = 0,5$ на рис. 11а спостерігається на короткому часовому проміжку (довжиною близько одиниці) падіння обсягу виробництва і незначне зростання обсягу ТЕ. З плином часу продовжується зменшення обсягу ТЕ і значне нарощування обсягу ТЕ, причому ці процеси досягають своїх піків і надалі стабілізуються. Фазовий портрет (рис. 11б) описує взаємозалежність ТЕ і ЛЕ.

Для інших випадків різних числових значень коефіцієнтів c_1 і c_2 , але виконується $c_1 < c_2$, спостерігається монотонне падіння

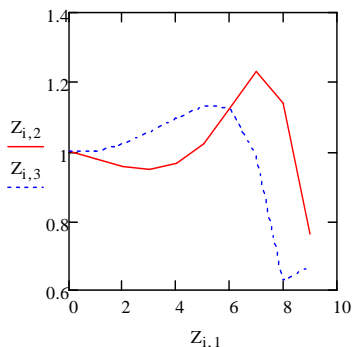


Рис. 9. Інтегральні криві ММ

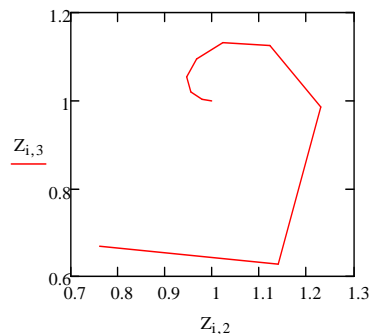


Рис. 10. Фазовий портрет

легального виробництва, обсяг ТЕ спочатку також трохи падає, а потім стрімко зростає, стабілізуючись на рівні 0,65.

Для нелінійної ММ(6а) і дробових значень коефіцієнтів ϵ_1 і ϵ_2 характерна поведінка обсягів ЛЕ і ТЕ приводиться на рис. 12. спостерігається протягом чотирьох одиниць часу падіння легального виробництва, зростання обсягу ТЕ, але надалі ці процеси стабілізуються (досягають рівноважного стану).

Як видно, результати числового моделювання з використанням ММ(6) і (6а) дещо різняться, ключову роль відіграють коефіцієнти ϵ_1 і ϵ_2 .

Цілком зрозуміло, що адекватний опис розглянутої вище реальної для економіки ситуації вимагає адаптивного використання ММ (6) і (6а) на коротких

часових проміжках.

Застосовуючи інструментарій комп'ютерного (якісного і кількісного) моделювання на підґрунті ММ (2), доходимо висновку, що встановлені тенденції співіснування ТЕ і ЛЕ якісно правильно відображають реалії української економіки. Надважливо зоставити емпіричні дані (досить різноманітну інформацію) з результатами моделювання співіснування ЛЕ і ТЕ для різних держав.

Подальше удосконалення моделювання обсягів ТЕ і ЛЕ нам вбачається зокрема у тому, щоб розглядати мінливість у часі t коефіцієнтів ММ та застосовувати методи оптимізації розв'язків моделі (2).

Також існує потреба дослідити вплив часових лагів на результати математичного моделювання ТЕ і ЛЕ.

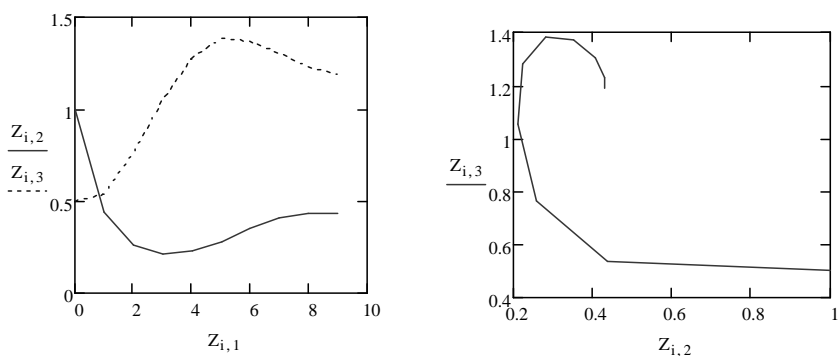


Рис. 11: а) інтегральні криві (неперервна - обсяг ЛЕ; пунктирна лінія - обсяг ТЕ) б) фазовий портрет

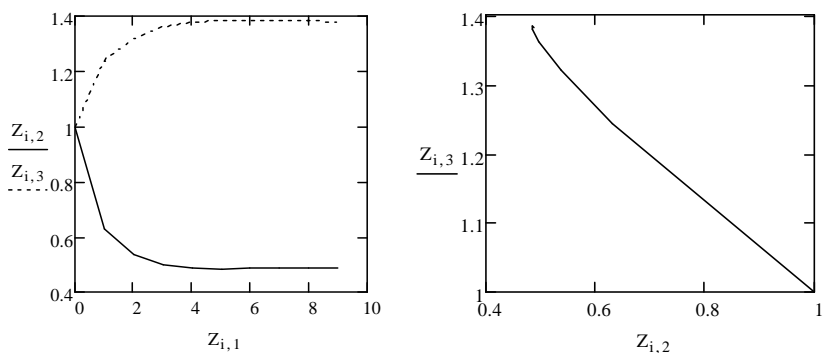


Рис. 12: а) інтегральні криві б) фазовий портрет

Список літератури

1. Тіньова економіка: сутність, особливості та шляхи легалізації [Текст] : монографія / [З. С. Варналій, А. Я. Жаліло та ін.]; за ред. д.е.н., проф. З. С. Варналія. - К.: НІСД, 2006. - 576 с.
2. Ермаков, К. М. Теневая экономика: анализ и моделирование [Текст] / К. М. Ермаков. - М.: Финансы и статистика, 2004. - 498 с.
3. Корнал, Я. Системная парадигма [Текст] / Я. Корнал // Вопросы экономики. - 2002. - №4. - С. 4-22
4. Решетило, В. П. Синергетическая парадигма и формирование нелинейного стиля экономического мышления [Текст] / В. П. Решетило // Экономическая теория. - 2004. - №4. - С. 3-21.
5. Клейнер, Г. Б. Экономико-математическое моделирование и экономическая теория [Текст] / Г. Б. Клейнер // Экономика и матем. методы. - 2001. - т. 37. - №3. - С. 111-126.
6. Занг, В. Б. Синергетическая экономика. Время и переменны в нелинейной экономической теории [Текст] / В. Б. Занг: Пер.с англ. - М.: Мир, 1999. - 390 с.
7. Коляда, Ю. В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки [Текст] : монографія / Ю. В. Коляда. - К: КНЕУ, 2011. - 297 с.
8. Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование [Текст] / В. Вольтерра. - М.: ИКИ, 2004. - 288 с.
9. Коляда, Ю. В. Сценарії співіснування легальної й тіньової економік суспільства на підґрунті математичного моделювання [Текст] / Ю. В. Коляда, К. А. Семашко // Інформаційні технології та моделювання в економіці : третя міжнародна науково-практична конференція. - Черкаси: Брама-Україна, 2012 - С. 121-122.
10. Коляда, Ю. В. Якісні сценарії поведінки легальної і тіньової економік [Текст] / Ю. В. Коляда, К. А. Семашко // Модели развития современной науки: материалы XX Международной научно-практической конференции по философским, филологическим,

юридическим, педагогическим, экономическим, психологическим, социологическим и политическим наукам. – Горловка: ООО «НВП «Интерсервис», 2012. – С. 20-23.

11. Коляда, Ю. В. Апостеріорне оцінювання динаміки обсягів легальної й тіньової економіки суспільства [Текст] / Ю. В. Коляда, К. А. Семашко // Формування конкурентоспроможної економіки: теоретичні, методичні та практичні засади. – Тернопіль: Крок, 2012 – С. 23-26.
12. Коляда, Ю. В. Комп'ютерні сценарії взаємодії легальної й тіньової економіки суспільства [Текст] / Ю. В. Коляда, К. А. Семашко // Тенденції забезпечення сталого розвитку економічної системи України : матеріали економічної наукової інтернет-конференції – Тернопіль, 2012. – С. 94-97.

РЕЗЮМЕ

Коляда Юрий, Семашко Екатерина

Адаптивное качественное и количественное моделирование объемов теневой экономики общества

Предложен ряд математических моделей, совокупно описывают взаимодействие легальной и теневой экономики государства на разных стадиях экономической эволюции общества. Результаты качественного и количественного анализа (интегральные кривые, фазовые портреты) поведения динамических моделей предоставляют сценарии возможного развития событий.

RESUME

Kolyada Yuriy, Semashko Kateryna

Adaptive qualitative and quantitative modeling of shadow economy society

A number of mathematical models that collectively describe the interaction of legal and shadow economy of the state at different stages of economic evolution has been proposed. The results of qualitative and quantitative analysis (integral curves, phase portraits) behavior of dynamic models provide the scenarios of possible development of these events.

Стаття надійшла до редакції 18.10.2012 р.