УДК 336:519.71

В. О. Капустян,
професор, д.ф.-м.н, завідувач кафедри математичного моделювання економічних систем, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"
К. О. Ільченко,
магістрант, кафедра математичного моделювання економічних систем факультету менеджменту та маркетингу, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

УПРАВЛІННЯ БАНКОМ В УМОВАХ КОНКУРЕНЦІЇ

Стаття присвячена питанню управління банківською установою в умовах конкуренції. Моделювання банку базується на визначенні основної діяльності установи та диференціації матеріальних і нематеріальних ресурсів. Визначаються оптимальні відсоткові ставки за кредитами і депозитами за умов використання гарантованої стратегії і рівноваги за Нешем.

The article is devoted to the bank managment in a competitive environment. The modeling of bank based on defining the core activities of institutions and differentiation of tangible and intangible resources. The optimal interest rates on loans and deposits are determined in cases of use and guaranteed strategy and Nesh equilibrium.

Ключові слова: конкуренція, банк, ліквідність, гудвіл, рівновага за Нешем, оптимальні розв'язки, гарантована стратегія.

ВСТУП

Станом на 1 листопада 2009 року збитки за період у фінансовій звітності відобразили 65 банків — це 35,71% від загальної кількості. Для порівняння 2008 рік був збитковим лише для 4 установ (2,3%). Така загрозлива тенденція, викликана економічною кризою, насиченням ринку та недовірою населення до банківського сектора, спричиняє жорстку конкуренцію між банками.

Основні положення теорій конкуренції, окреслені Рікардо, Чемберлін, Самуельсоном, безумовно, справджуються щодо банків. Слід зазначити, що конкурентна боротьба в банківській сфері поділяється на конкуренцію між банками і небанківськими кредитними установами, конкуренцію між банками та нефінансовими організаціями, власне банківську конкуренцію [2]. Вважаємо за необхідне виділити окремо конкуренцію між комерційними і державними банками.

Математичні моделі конкуренції передусім представлені моделлю Монті-Кляйна, яка базується на класичній мікроекономічній теорії монополії, модифікаціями цієї моделі з урахуванням рівноваги Курно для олігополістичних ситуацій [3]. Широковідомими є модель Бертрана (цінова конкуренція за депозитами і кредитами) і модель Салопа (модифікація транспортної задачі) [4].

Існує дефіцит математичних моделей банків, що зумовлено складністю виділення окремих бізнес-процесів, залежністю банків від мінливого законодавства, закритістю інформації, наявністю багатьох суб'єктивних факторів в управлінні цими установами. Тому важливою задачею є розробка математичної моделі, яка б відображала діяльність банківської установи в цілому і дозволяла змоделювати управління банком в умовах конкурентної боротьби.

Таблиця 1. Відсоткові ставки за депозитами і кредитами

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pd	28.5	37.5	27.0	25.5	37.5	28.5	37	27.0	37.5
Pk	41.5	41.3	43.0	41.5	53.5	41.5	41.35	43.0	53.5

Рис. 1. Динаміка отримання прибутку банком

У роботі запропоноване знаходження стратегії банку з застосуванням методів теорії ігор та порівняно результати, отримані за різних ігрових умов, зі статистичними даними.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Питання пошуку оптимальної стратегії управління банком є дуже важливим під час зменшення припливу депозитів та збільшення ризиків у фінансовій сфері. Така ситуація вимагає чітких зважених рішень і стрімкої реакції на дії конкурентів.

Необхідно змоделювати сукупність банків і розв'язати запропоновану модель — знайти керування банком в умовах конуренції між комерційними установами. Застосовуючи підходи теорії ігор, розглянемо стратегії гарантованого виграшу і рівноваги за Нешем і порівняємо отримані результати зі статистичними даними. Таким чином, ми зможемо оцінити адекватність моделі та отримати результат, який можна втілити практично.

МЕТОДОЛОГІЯ

Банк як економічний суб'єкт часто ідентифікується як фінансовий посередник або виробнича фірма. Така дуальність дозволяє використовувати великий обсяг показників для опису роботи банку. Згідно з законодавством України банківська діяльність визначається як залучення грошових коштів фізичних і юридичних осіб та розміщення зазначених коштів від свого імені, на власних умовах та на власний ризик [5]. Для залучення коштів банк повинен відповідати певним критеріям, серед яких можна виділити надійність та привабливість для клієнтів. Ототожнимо ці критерії з матеріальними і нематеріальними активами банку. Перші можна описати за допомогою коефіцієнта ліквідності, другі — через показник гудвілу. Цей показник ще не набув широкого розповсюдження при аналізі роботи підприємств. Але, визначаючи гудвіл як різницю між ринковою і балансовою вартістю активу, отримаємо фактичний результат роботи витрачених на просування коштів. Сукупність вищевказаних показників дозволяє описати і матеріальні і нематеріальні ресурси банку. Врахуємо, що для математичного їх розрахунку необхідно знати дохід банку, прибуток, витрати, виробничі активи. Ці показники, в свою чергу, залежать від відсоткових ставок, змінюючи які, можна впливати на коефіцієнт ліквідності і гудвіл, від яких залежить швидкість припливу депозитів. Тобто ставки — це важелі керування банком.

Банк має певний набір кредитних і депозитних програм, що відрізняються сумами і процентними ставками. Вони формують відповідні портфелі банку, тобто банк оперує грошовою сумою під кредитування: $\sum_{k=1}^{n} K_k$, де k — номер кредитної програми; n — кількість різних кредитів, а $\sum_{j=1}^{m} D_j$ — депозитний

Таблиця 2. Депозитні і кредитні ставки

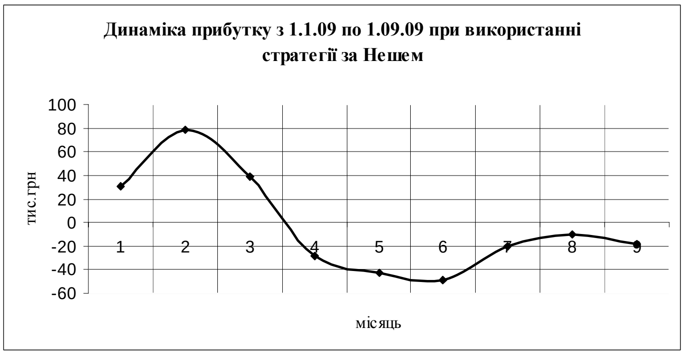

Рис. 2. Динаміка прибутку при використанні рівноваги за Нешем

портфель банку, де j — номер депозитної програми; m — кількість депозитних програм. Також наявні певні виробничі активи.

Для розгляду сукупності банків, на макроекономічному рівні, необхідно додати умову, що сума депозитів не може бути менша за суму виданих кредитів і кошти на міжбанку.

Отже, маємо банківську систему з певною кількістю установ, які вимушені діяти в умовах конкуренції. На основі вищезазначеного побудуємо математичну модель:

$$\begin{cases} \vec{G}_i = \int_{t_1}^{t_2} \left(\dfrac{(\sum_{k=1}^{n} K_{k_i}(t) p_{k_{k_i}}(t) + M_i(t) b_i(t) - (FC_i + VC_i) \cdot r) \cdot \sum_{i=1}^{q} N(t)}{(\sum_{j=1}^{m} D_{j_i}(t+\varepsilon)(1 - p_{d_{j_i}}(t+\varepsilon)) - \sum_{k=1}^{n} K_{k_i}(t)(1 - p_{k_i}(t)) + MB} \right) dt \to \max \\ \vec{L}_i = \int_{t_0}^{t_1} \left(\dfrac{\sum_{k=1}^{n} K_{k_i}(t) p_{k_i}(t) + N(t) + \xi \cdot \sum_{k=1}^{n} K_{k_i}(t) + MB}{\sum_{j=1}^{m} D_{j_i}(t+\varepsilon) p_{d_{j_i}}(t+\varepsilon)} \right) dt \to \max \\ \dot{D}_i = G_i + \dot{L}_i \\ \sum_{i=1}^{q} M_i + \sum_{i=1}^{q} \sum_{k=1}^{n} K_{k_i} \le \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{m} D_{j_i}(t-\varepsilon) \end{cases},$$

де $\vec{L}$ — вектор значень ліквідності; — сума k-го кредиту портфеля в момент часу t; $p_{kr_k}(t)$— кредитна ставка; $N(t) = \phi_0(t) \cdot x_1^{\phi_1(t)} \cdot x_2^{\phi_2(t)}$ — виробнича функція Клуба-Дугласа, яка описує матеріальні активи банку, компонент $\phi_0(t)$ дозволяє вводити в модель ряд зовнішніх факторів впливу; , де — сума коштів, яку банк виводить на міжбанківський ринок; — відсоток , під яким працюють кошти на міжбанку; — сума j-го депозиту портфеля в момент часу $t + \varepsilon$, часовий лаг між кредитами і депозитами зумовлений різницею в строках повернення; — депозитна ставка; G — вектор значень гудвілу; $FC + VC$ — постійні і змінні витрати банку; r — середньогалузева рентабельність; i — порядковий номер банку в системі.

При дослідженні статистичних даних було виявлено, що вплив ліквідності й гудвілу на швидкість приплиназваної депозитів виражається алгебраїчною сумою зазначених показників.

Для знаходження керування банком, тобто його ставок, слід застосувати методи теорії ігор — теорії математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту.

Гарантований виграш.

Кожен вид діяльності вимагає певного результату. В залежності від ситуації змінюється умова, якій повинна задовольняти гра. Але в найпростішому випадку результат не повинен бути менший за гарантований, тобто гарантія — це результат, який точно можна отримати, діючи самостійно і не переймаючись діями інших гравців на ринку. Іншими словами, це мінімальна вигода, без якої не має сенсу діяти.

Теорія ігор висуває дві вимоги для гарантованого результату: по-перше, використовуючи гарантовану стратегію, гравець повинен отримати виграш не менший за свою гарантію за будь-якої поведінки інших учасників гри. Так, якщо — гарантована стратегія першого гравця, то його гарантія:

$$I_1[u_1^{(1)}] \le I_1(u_1^{(1)}, u_2, t_*, x_*), \forall u_2 \in U_2,$$

якщо $u_2 \in U_2$ — гарантована стратегія другого гравця, то його гарантія;

.

По-друге, ця гарантія повинна бути найбільшою з усіх можливих гарантій:

$$I_i[t_*, x_*] = I_i[u_i^{(i)}] = \max_{u_i} I_i[u_i] \quad (i = 1,2),$$

де

,

,

I_i —виграші гравців.

Для побудови гарантованих стратегій використовують поняття максиміну.

Означення. Стратегія називається максимінною для першого гравця в грі, якщо:

$$I_1^*[t_*, x_*] = \max_{u_1 \in U_1} \min_{u_2 \in U_2} I_1(u_1, u_2, t_*, x_*) = \min_{u_2 \in U_2} I_1(u_1^{(1)}, u_2, t_*, x_*),$$

стратегія $u_2^{(2)}$ є максимінною для другого гравця, якщо:

$$I_2^*[t_*, x_*] = \max_{u_2 \in U_2} \min_{u_1 \in U_1} I_2(u_1, u_2, t_*, x_*) = \min_{u_1 \in U_1} I_2(u_1, u_2^{(2)}, t_*, x_*).$$

Число $I_i^*[t_*, x_*]$ називається максиміном i-го гравця.

Лема. Максимінна стратегія i-го гравця $u_i^{(i)}$ є гарантованою для нього, а його максимін $I_i^*[t_*, x_*]$— найбільшою гарантією [6].

Для знаходження гарантійної стратегії скористаємося градієнтним методом, що дасть змогу поступово наближуватися до максимального значення функціоналу.

Рівновага за Нешем.

У теорії ігор рівновагою за Нешем називають розв'язання гри двох і більше учасників, при якому жоден з них не може змінити виграш без зміни виграшу іншими. Саме таку сукупність стратегій і їх виграші називають рівновагою Неша. Сама концепція Неша вперше була використана Курно. Також раніше Нейманом і Моргенштерном було доведено існування такої рівноваги для гри з двома учасниками.

Означення. Ситуація: $u^e = (u_1^e, u_2^e, u_3^e) \in U$ — називається ситуацією рівноваги за Нешем для диференційної гри, якщо при будь-яких початкових позиціях $(t_*, x_*) \in [0, \vartheta] \times R^n$ буде виконуватися:

$$I_2(u_1^e, u_2, u_3^e, t_*, x_*) \le I_2(u^e, t_*, x_*), \forall u_2 \in U_2$$

[6].

Визначення матодів розв'язання моделі для вказаних ігрових ситуацій.

Отже, маємо задачу знаходження симетричної конфліктної рівноваги з програмним керуванням, яке описується системою диференційних рівнянь.

В умовах конкуренції діє певна кількість учасників, кожен з яких прагне максимізувати свій функціонал — прибуток. Введемо обмеження: описуємо лише основну діяльність банку. Тому прибуток — це різниця між доходами і витратами по основній діяльності. Для спрощення задачі будемо розглядати лише депозити і кредити одного виду. Отже, прибуток виразимо як:

$$) = D(t) \cdot (1 - p_d(t)) + K(t) \cdot (p_k(t) - 1) \to \max,$$

Ураховуючи динаміку:

$$\int_{t_1}^{t_2} (D(t) \cdot (1 - p_d(t)) + K(t) \cdot (p_k(t) - 1)) dt \to \max,$$

Для знаходження цього функціоналу необхідно знати депозити, згідно наведеної вище системи рівнянь маємо інтегро-диференційне рівняння, яке треба розв'язати. Робимо припущення, що вагові коефіцієнти для показників гудвілу і ліквідності становлять 0,4 та 0,6 відповідно. Це спрощує задачу: зникає необхідність шукати оптимальні значення цих показників.

$$\dot{D}(t)_i = 0.4 \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{(K_i(t) p_{k_i}(t) + M_i(t) b_i(t) - (FC_i + VC_i) \cdot r) \cdot \phi_0(t) x_1^{\phi_1(t)} x_2^{\phi_2(t)}}{(D_i(t+\varepsilon)(1 - p_{d_i}(t+\varepsilon)) - K_i(t)(1 - p_{k_i}(t)) + M_i(t) \cdot b_i(t)} \right) dt + 0.6 \cdot \left(\int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{K_i(t) p_{k_i}(t) + \phi_0(t) x_1^{\phi_1(t)} x_2^{\phi_2(t)} + \xi \cdot K_i(t) + M_i(t) \cdot b_i(t)}{D_i(t+\varepsilon) p_{d_i}(t+\varepsilon)} \right) dt \right)'$$

Маємо наступне обмеження:

$$\sum_{i=1}^{q} M_i + \sum_{i=1}^{q} K_i \le \sum_{i=1}^{q} D_i(t - \varepsilon).$$

Для знаходження рівноваги за Нешем необхідно знайти гамільтоніан від цільового функціоналу. Зауважимо, що фактично прибуток має таку залежність: $\psi = P(p_d, p_k)$, в момент часу t.

Тобто маємо три впливи управління на цільову функцію. Отже, шукаючи оптимальне управління, ми повинні