УДК 330.4.001.57:339.166.5

Г. С. Трофименко,
аспірант, Національна металургійна академія України

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗБИТТЯ МНОЖИН ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗТАШУВАННЯ МЕДИЧНИХ ЗАКЛАДІВ

A. Trofimenko

USING THE OPTIMAL PARTITION OF TO ADDRESS THE OPTIMAL LOCATION OF MEDICAL INSTITUTIONS

У роботі описано метод оптимального розбиття множин та обгрунтовано доцільність його використання у сфері медичного обслуговування. Практично реалізовано робочий варіант даного методу у середовищі Delphi 6.

This paper describes a method of optimal partitioning of sets and the expediency of its use in health care. Practcly implemented a working version of this method in the environment of Delphi 6.

Ключові слова: ефективність, математичні методи, оптимальне розбиття множин.
Key words: efficiency, mathematical methods, optimal partition sets.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Підвищення ефективності функціонування системи охорони здоров'я вимагає проведення її структурної реорганізації та побудови математичних моделей, враховуючи структуру, чисельність та динаміку зміни населення як у минулому, так і в прогнозованому періоді. Визначення критеріїв оцінки ефективності даних моделей дасть змогу обрати найбільш раціональну з них. Тому використання методу оптимального розбиття множин для моделювання економічних структур у сфері медичного обслуговування є актуальним завданням.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

У роботі [1] обгрунтовано метод розв'язання задач оптимального розбиття множин з обмеженнями на пропускні можливості комунікацій в умовах невизначеності, на основі якого формулюється алгоритм розв'язання названої задачі. Використовуючи результати досліджень, що приведені в роботі [2], можна комплексно розв'язати питання моделювання даних економіко-соціологічних досліджень. Результати, отримані в роботі [3], надають можливість реформувати процеси управління місцевим розвитком в Україні в контексті забезпечення належної результативності і якості діяльності органів державного управління.

МЕТА СТАТТІ

Мета статті — продемонструвати і обгрунтувати доцільність використання методу оптимального розбиття множин для пошуку оптимального розташування медичних закладів та знаходження зон їх обслуговування. Практично реалізувати робочий варіант даного методу у середовищі Delphi 6.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Наразі державою проведено ряд реформ щодо реструктуризації сфери охорони здоров'я у пілотних регіонах, до яких відноситься Дніпропетровська область [4]. На базі цього пропонується розмежувати надання медичної допомоги на три рівня: первинний, вторинний та третинний рівні.

Для структурної реорганізації первинного рівня необхідно: проведення чіткого інституційного структурно — організаційного та фінансово — економічного розмежування первинного та вторинного рівнів; створення мережі закладів первинного рівня, переважно у вигляді амбулаторій та їх оснащення згідно табелів оснащення; створення центрів первинної медико-санітарної допомоги.

З метою покращання якості вторинної медичної допомоги з одночасним підвищенням ефективності використання наявних ресурсів, доцільним є створення госпітальних округів в межах обслуговування до 500 тис. жителі в з урахуванням особливостей адміністративних територій [5].

Тобто, на первинному рівні, в існуючому регіоні, необхідно розділити територію на оптимальні зони обслуговування населення так, щоб вони не пересікались між собою. А також максимально можлива кількість послуг, що надаються амбулаторією задовольняла потребам населення. Собівартість надання послуг та транспортні витрати є відомими. При цьому витрати на обслуговування мають бути мінімальними, а завантаженість — максимальною. Якщо медичний заклад не потрапляє до зони обслуговування, його доцільно закрити.

Для визначення координат розміщення медичних установ та меж територій, що обслуговуються ними можна скористатися моделями оптимального розбиття множин.

Дану задачу запишемо у математичному вигляді.

Нехай Ω — обмежена, замкнута множина, що вимірюється за Лебегом, яка задає регіон для розміщення медичних установ. Необхідно розбити її на N непересічних між собою зон обслуговування $\Omega_1,\ldots,\Omega_N$ пацієнтів і-ї амбулаторії (серед яких можуть бути порожні, тоді заклад доцільно закрити) та розмістити центри $\tau_1,\ldots,\tau_N$ цих зон в області Ω, тобто знайти невідомі заздалегідь координати центрів $\tau_1,\ldots,\tau_N$ так, щоб

$$mes(\Omega_i \cap \Omega_k) = 0, \quad i \neq k, \quad i, k = 1,2,\ldots,N \qquad (1),$$

де mes(·) — міра Лебега,

$$\bigcup_{i=1}^{N} \Omega_i = \Omega \qquad (2),$$

сумарна кількість пацієнтів, що обслуговуються і-ю амбулаторією і проживають на ділянці Ω_i не перевищувала заданих обсягів:

$$\sum_{j=1}^{M} \int_{\Omega_i} \rho^j(x)dx \le b_i, \; i = 1,\ldots,N \qquad (3),$$

де $\rho^j(x)$ — потреба в j-й послузі в точці x;

b_i — максимально можлива кількість послуг, що надаються амбулаторією;

і щоб при цьому функціонал [4]:

$$F(\{\Omega_1,\ldots,\Omega_N\}, \{\tau_1,\ldots,\tau_N\}) = \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} \int_{\Omega_i} [c(x,\tau_i) + \alpha_i^j]\rho^j(x)dx \to \min \quad (4),$$

де M — кількість послуг;

N — кількість центрів;

$c(x,\tau_i)$ — функція визначення транспортних витрат на виклик;

a_j^i — собівартість надання j-ї послуги і-ю амбулаторією.

Надалі інтеграли розуміються в сенсі Лебега. Будемо вважати, що міра множини граничних точок Ω_i, i = 1,...,N дорівнює нулю.

Функції $c(x,\tau_i)$ — дійсні, обмежені, визначені на $\Omega \times \Omega$, вимірні по аргументу x при будь-якому фіксованому $\tau_i = (\tau_i^{(x)},\ldots,\tau_i^{(y)})$ з Ω для всіх i=1,..., N; функції $\rho_i(x)$ — дійсні, обмежені, вимірні і невід'ємні на Ω для всіх j= 1,..., M;

$\tau_i = (\tau_i^{(x)},\ldots,\tau_i^{(y)})$ — задана точка підмножини Ω_i;

$\alpha_1^1,\ldots,\alpha_N^1,\ldots,\alpha_1^M,\ldots,\alpha_N^M, b_1,\ldots,b_N$ — задані невід'ємні числа, причому

$$S = \int_\Omega \sum_{j=1}^{M} \rho^j(x)dx \le \sum_{i=1}^{N} b_i, \quad 0 \le b_i \le S, \quad i = 1,2,\ldots,N.$$

Введемо характеристичну функцію підмножини Ω_i:

$$\lambda_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_i \\ 0, & x \in \Omega \backslash \Omega_i, \; i = 1,2,\ldots,N \end{cases}$$

Розглянемо функціонал

$$I(\lambda(\cdot),\tau) = \int_\Omega \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} [c(x,\tau_i) + \alpha_i^j]\rho^j(x)\lambda_i(x)dx,$$

де вектор-функція $\lambda(x) = (\lambda_1(x), \ldots, \lambda_N(x)) \in \Omega$,

$$\tau = (\tau_1,\ldots,\tau_N) \in \underbrace{\Omega\ldots\Omega}_{\Omega^N}.$$

Очевидно, $I(\lambda(\cdot),\tau) = F(\{\Omega_1,\ldots,\Omega_N\}, \tau)$.

Розглянемо дану задачу у наступному вигляді.

Задача 1. Необхідно знайти пару елементів $(\lambda_*(x), \tau_*)$ $(\lambda_*(x) \in \Gamma_1$ м.в. для $x \in \Omega$, $\tau_* \in \Omega^N)$ таку, що

$$I(\lambda_*(x), \tau_*) = \min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma_1 \times \Omega^N} I(\lambda(\cdot),\tau),$$

де

$\Gamma_1 = \{\lambda(x): \lambda(x) \in \Gamma_1'$ м.в. для $x \in \Omega$;

$\int_\Omega \sum_{j=1}^{M} \rho^j(x)\lambda_i(x)dx \le b_i, \; i = 1,\ldots,N\}$

$\Gamma_1' = \{\lambda(x): \lambda_i(x) = 0 \vee 1$ м.в. для $x \in \Omega$, $i = 1,2,\ldots,N$,

$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i(x) = 1$ м.в. для $x \in \Omega\}$.

Дана задача є задачею нескінченно вимірного математичного програмування з булевими змінними $\lambda(\cdot)$.

Також розглянемо наступну задачу 2.

Знайдемо пару елементів $(\lambda_*(\cdot), \tau_*)$ (де $\lambda_*(x) \in \Gamma_2$, $\tau_* \in \Omega^N$) таку, що $I(\lambda_*(\cdot), \tau_*) = \min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma_2 \times \Omega^N} I(\lambda(\cdot),\tau)$,

де

$\Gamma_2 = \{\lambda(x): \lambda(x) \in \Gamma$ п.в. для $x \in \Omega$;

$\int_\Omega \sum_{j=1}^{M} \rho^j(x)\lambda_i(x)dx \le b_i, \; i = 1,\ldots,N\}$;

Тут

$\Gamma = \{\lambda(x): \sum_{i=1}^{N} \lambda_i(x) = 1$ м.в. для $x \in \Omega$;

$0 \le \lambda_i(x) \le 1, \; x \in \Omega, \; i = 1,2,\ldots,N\}$;

Аналогічно до леми 4.1, [6] Γ_2 — обмежена, замкнута, опукла множина гільбертова простору $L_2^{M \times N}(\Omega)$.

Очевидно,

$$I(\lambda_*(\cdot), \tau_*) = \min_{\tau \in \Omega^N} [\min_{\lambda(\cdot) \in \Gamma_2} I(\lambda(\cdot),\tau)]. \qquad (5)$$

Як слідує із результатів п. 4.1 глави 4 [6], при кожному фіксованому $\tau \in \Omega^N$ внутрішня задача (5) лінійна відносно $\lambda(\cdot)$ на Γ_2 та неї існує глобальний розв'язок. Крім того, при кожному фіксованому $\tau \in \Omega^N$ серед множини оптимальних розв'язків даної задачі 2 містяться оптимальні рішення задачі 1.

Для розв'язання задачі побудуємо функціонал Лагранжа для задачі 1.2 у такий спосіб:

$$h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi) = I(\lambda(\cdot),\tau) + \sum_{i=1}^{N} \psi_i [\int_\Omega \sum_{j=1}^{M} \rho^j(x)\lambda_i(x)dx - b_i] =$$

$$= \int_\Omega \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} [c(x,\tau_i) + a_i^j + \psi_i] \cdot \rho^j(x)\lambda_i(x)dx - \sum_{i=1}^{N} \psi_i b_i, \qquad (6)$$

де $\psi = (\psi_1,\ldots,\psi_N)$ є N-мірний вектор дійсних невід'ємних чисел; $\lambda(x) \in \Gamma$ для $x \in \Omega$; $\tau = (\tau_1,\ldots,\tau_N) \in \Omega^N$.

Пару елементів $(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*)$ будемо називати сідловою точкою функціонала (6) на множині $\{\Gamma \times \Omega^N\} \times \Lambda$, де

$\Lambda = \{\psi = (\psi_1,\ldots,\psi_N) \in E_N: \psi_i \ge 0, \; i = 1,\ldots,N\}$,

якщо

$h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi) \le h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*) \le h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi^*)$

для всіх $\lambda \in \Gamma$, $\psi \in \Lambda$,

чи

$$h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi) \le h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*) =$$

$$= \min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma \times \Omega^N} \max_{\psi \in \Lambda} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi) = \max_{\psi \in \Lambda} \min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma \times \Omega^N} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi).$$

розв'язок задачі:

$$h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*) = \max_{\psi \in \Lambda} \min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma \times \Omega^N} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi), \quad \psi \in \Lambda.$$

Позначимо

$$G(\psi) = \min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma \times \Omega^N} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi), \quad \psi \in \Lambda.$$

Задача, двоїста до задачі 2, має вид:

$$G(\psi) \to \max, \quad \psi \in \Lambda \qquad (7).$$

Від задачі відшукання $\min_{(\lambda(\cdot),\tau) \in \Gamma \times \Omega^N} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)$ можна перейти до задачі відшукання

$$\min_{\tau\in\Omega^N}\min_{\lambda(\cdot)\in\Gamma} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi) \text{ при } \psi\in\Lambda \quad (8).$$

Позначимо в (8)

$$G_1(\tau,\psi) = \min_{\lambda(\cdot)\in\Gamma} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi) \quad (9).$$

Підставляючи в (9) вираз для $h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)$ з (6), отримуємо

$$G_1(\tau,\psi) = \min_{\lambda(\cdot)\in\Gamma} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi) = -\sum_{i=1}^{N}\psi_i b_i +$$

$$+ \min_{\substack{0\le\lambda_i^j\le 1,\ \sum_{i=1}^{N}\lambda_i^j=1 \\ i=1,\dots,N,\ j=1,\dots,M}} \int_\Omega \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}[c(x,\tau_i) + a_i^j + \psi_i]\cdot\rho^j(x)\lambda_i(x)dx,\ \tau\in\Omega^N,\ \psi\in\Lambda$$

(10)

Із результатів глави 4 [6] випливає, що в (10) мінімальне значення по λ функціонала $h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)$ досягається для кожних $\tau\in\Omega^N$ і $\psi\in\Lambda$ при

$$\lambda_{*i}(x) = \begin{cases} 1, \text{ при } x\in\Omega_{*i} = \{x\in\Omega: c(x,\tau_i) + a_i^j + \psi_i \le c(x,\tau_k) + a_k^j + \psi_k, \\ i\ne k \text{ м.в. для } x\in\Omega,\ k=1,\dots,N \\ 0, \text{ в інших випадках,} \end{cases} \quad (11)$$

І функціонал $G_1(\tau,\psi)$ приймає вигляд:

$$G_1(\tau,\psi) = -\sum_{i=1}^{N}\psi_i b_i + \int_\Omega \sum_{j=1}^{M}\min_{k=1,\dots,N}[c(x,\tau_k) + a_k^j + \psi_k]\cdot\rho^j(x)dx \quad (12)$$

Із вигляду оптимального розв'язку (11) задачі (10) для кожного фіксованого $\tau\in\Omega^N$ (в припущенні, що виконуються умови $\rho^j(x)\ge 0$ м.в. для $x\in\Omega$, $j = 1,2,\dots,M$) слідує теорема 5.1 [6].

Для того, щоб можливе розбиття Ω_* було оптимальним для задачі 1 необхідна та достатня наявність дійсних констант $\psi_1,\dots,\psi_N$ такі, що

$$c(x,\tau_i) + a_i^j + \psi_i \le c(x,\tau_k) + a_k^j + \psi_k,$$
$$i\ne k, \text{ м.в. для } x\in\Omega_{*i},\ i,k = 1,\dots,N. \quad (13)$$

Слідство. У точках x, що належать оптимальній межі підмножин Ω_{*i} та Ω_{*k}, у нерівності (13) досягається знак рівності.

Таким чином, сідлова точка $(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*)$ (де перша компонента $\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\}$ є оптимальним розв'язком задачі 1) функціонала (6) на множині $\{\Gamma\times\Omega^N\}\times\Lambda$ визначається для і = 1,…,N,і майже всіх $x\in\Omega$ у такий спосіб:

$$\lambda_{*i}(x) = \begin{cases} 1, \text{ при } x\in\Omega_{*i} \text{ и } x\notin\Omega_{*l},\ l\le i, \\ 0, \text{ при } x\notin\Omega_{*i}, \end{cases}$$

де

$$\Omega_{*i} = \{x\in\Omega: c(x,\tau_{*i}) + a_i^j + \psi_i^* = \min_{k=1,\dots,N}[c(x,\tau_{*k}) + a_k^j + \psi_k^*],$$

$i\ne k$ м.в. для $x\in\Omega\}$,

у якості $\tau_{*1},\dots,\tau_{*N},\ \psi_1^*,\dots,\psi_N^*$ обирається оптимальний розв'язок двоїстої задачі (7), приведеної до вигляду

$$G(\psi) = \min_{\tau\in\Omega^N} G_1(\tau,\psi) = \min_{\tau\in\Omega^N}\{\int_\Omega\sum_{j=1}^{M}\min_{i=1,\dots,N}[c(x,\tau_i) + a_i^j + \psi_i]\cdot\rho^j(x)dx - \sum_{i=1}^{N}\psi_i b_i\}\to\max \quad (14),$$

за умовами

$$\psi_i\ge 0,\ i = 1,\dots,N. \quad (15).$$

Алгоритм розв'язку задачі.

Очевидно, що по змінній ψ функція $G_1(\tau,\psi)$ із (12) являється випуклою диференційованою на множині

$\Lambda = \{\psi\in E_n: \psi_i\ge 0,\ i = 1,\dots,N\}$.

Для пошуку рішення задачі (14), (15) будемо використовувати алгоритм узагальнених майжеградієнтів з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних узагальнених градієнтів, близький до r-алгоритму Н.З. Шора. Для цього від задачі (14), (15) перейдемо до задачі безумовної максимізації по ψ за допомогою введення у цільову функцію (12) негладкої штрафної функції множини $\{\psi_i\ge 0,\ i = 1,\dots,N\}$

знайти

$$\max_{\psi\in E_N}\min_{\tau\in\Omega^N} P(\tau,\psi) \quad (16),$$

де

$$P(\tau,\psi) = G_1(\tau,\psi) - S\cdot\sum_{i=1}^{N}\max(0, -\psi_i).$$

Тут S — достатньо велике достатнє число (значно більше максимального із множників Лагранжа для функції (12)).

Визначимо і-у компоненту 2N-мірного вектора узагальненого майжеградієнта

$$g_p(\tau,\psi) = (g_p^{\psi}(\tau,\psi),\ g_p^{\tau}(\tau,\psi)) =$$
$$= (g_p^{\psi_1}(\tau,\psi),\dots,g_p^{\psi_N}(\tau,\psi),\ g_p^{\tau_1}(\tau,\psi),\dots,g_p^{\tau_N}(\tau,\psi))$$

функції (1.14) в точці $(\tau,\psi) = (\tau_1,\dots,\tau_N,\psi_1,\dots,\psi_N)$ у такий спосіб:

$$g_p^{\psi_i}(\tau,\psi) = \int_\Omega\sum_{j=1}^{M}\rho^j(x)\lambda_i(x)dx - b_i + S\cdot\max[0,\mathrm{sign}(-\psi_i)],\ i = 1,\dots,N \quad (17)$$

$$g_p^{\tau_i}(\tau,\psi) = \int_\Omega\sum_{j=1}^{M}\rho^j(x)g_c^{\tau_i}(\tau,x)\lambda_i(x)dx,\ i = 1,\dots,N \quad (18),$$

де $g_c^{\tau_i}(\tau,x)$ є і-а компонента N-мірного вектора узагальненого градієнта $g_c^{\tau_i}(\tau,x)$ функції $c(x,\tau_i)$, в точці $\tau = (\tau_1,\dots,\tau_N)$;

$$\lambda_i(x) = \begin{cases} 1, \text{ при } c(x,\tau_i) + a_i^j + \psi_i = \min_{k=1,\dots,N}[c(x,\tau_k) + a_k^j + \psi_k], \\ i\ne k \text{ м.в. для } x\in\Omega,\ i = 1,\dots,N, \\ 0, \text{ в інших випадках.} \end{cases} \quad (19).$$

Область Ω заключаємо у паралелепіпед П, сторони якого паралельні осям декартової системи координат, вважаємо $\rho^j(x) = 0$, при $x\in\Pi\backslash\Omega$, j = 1,...,M. Паралелепіпед П покриваємо прямокутною сіткою та задаємо початкове наближення $\tau,\psi) = (\tau^{(0)},\psi^{(0)})$. Обчислюємо значення $\lambda^{(0)}(x)$ у вузлах сітки за формулами (19) при $\psi = \psi^{(0)}$, $\tau = \tau^{(0)}$. Обчислюємо значення $(g_p^{\psi}(\tau^{(0)},\psi^{(0)}),\ g_p^{\tau}(\tau^{(0)},\psi^{(0)}))$ у вузлах сітки за формулами (17)-(18) при $\psi = \psi^{(0)}$, $\tau = \tau^{(0)}$, $\lambda(x) = \lambda^{(0)}(x)$. Обираємо початковий пробний крок h0> 0 r-алгоритму та знаходимо

$$\tau^{(1)} = P_\Pi(\tau^{(0)} - h_0 g_p^{\tau}(\tau^{(0)},\psi^{(0)})),$$
$$\psi^{(1)} = \psi^{(0)} + h_0 g_p^{\psi}(\tau^{(0)},\psi^{(0)}),$$

де P_Π — оператор проектування на П.

Переходимо до другого кроку.

Нехай у результаті обчислень після k (k = 1,2,...) кроків алгоритму отримані певні значення $\psi^{(k)}$, $\tau^{(k)}$, $\lambda^{(k-1)}(x)$ у вузлах сітки.

Опишемо (k+1)-й крок.

1. Обчислюємо значення $\lambda^{(k)}(x)$ у вузлах сітки за формулами (19) при $\tau = \tau^{(k)}$, $\psi = \psi^{(k)}$.

2. Обчислюємо значення $g_p(\tau^{(k)},\psi^{(k)})$ за формулами (17)-(18) при $\lambda(x) = \lambda^{(k)}(x)$, $\tau = \tau^{(k)}$, $\psi = \psi^{(k)}$.

3. Проводимо (k+1)-й крок r-алгоритму узагальнених майжеградієнтів розтягуванням простору, близького до r-алгоритму [7], коротка схема якого має вигляд:

$$\tau^{(k+1)} = P_{\Pi}(\tau^{(k)} - h_k B^{\tau}_{k+1} \tilde{g}^{\tau}_{p}),$$

$$\psi^{(k+1)} = \psi^{(k)} + h_k B^{\psi}_{k+1} \tilde{g}^{\psi}_{p},$$

де B^{ψ}_{k+1}, B^{τ}_{k+1} — оператори відображення перетвореного простору в основний простір E_N,причому $B^{\psi}_0 = I_N$, $B^{\tau}_0 = I_N$, IN — одинична матриця, $\tilde{g}_p = B^{*}_{k+1} g_p(\tau^{(k)},\psi^{(k)})$, h_k — кроковий множник, вибір якого здійснюється із умови мінімуму за напрямком.

4. Якщо умова

$$\|(\tau^{(k)},\psi^{(k)}) - (\tau^{(k+1)},\psi^{(k+1)})\| \le \varepsilon,\ \varepsilon > 0 \quad (20),$$

не виконується, переходимо до (k+2)-му кроку алгоритму, якщо виконується, то к п.5.

5. Вважаємо $\psi^* = \psi^{(l)}$, $\tau_* = \tau^{(l)}$, $\lambda_*(x) = \lambda^{(l)}(x)$, де l — номер ітерації, на якій виконалася умова (20).

6. Обчислюємо оптимальне значення цільового функціонала за формулою (12) при $\tau = \tau_*$, $\psi = \psi^*$, і, для контролю обчислення, за формулою

$$I(\lambda_*(\cdot), \tau_*) = \int_{\Omega} \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} [c(x,\tau_i) + a^j_i] \cdot \rho^j(x) \lambda_{*i}(x) dx \quad (21).$$

У результаті роботи алгоритму оптимальне розбиття для задачі отримується у вигляді значень характеристичних функцій $\lambda_i(x)$ для кожної з підмножин Ω_i, $i = 1, ,N$, обчислених в точках x, які являються вузлами прямокутної сітки, що покриває паралелепіпед П, в який заключена область Ω.

Для тих центрів, де координати $\tau_1,\ldots,\tau_N$ задані, тобто амбулаторії необхідно розмістити у вже існуючих поліклінічних та медичних установах, використовується задача оптимального розбиття множин із заданим положенням центрів підмножин, де градієнт по змінній τ дорівнює нулю, та розміщення центрів не відбувається.

Для розв'язання задачі оптимального розміщення амбулаторій у вже існуючих закладах та знаходження зон їх обслуговування можна використати метод, розроблений Кісельовою О.М. в [8]. На основі вказаного алгоритму розроблено програмне забезпечення у середовищі Delphi 6, яке дає змогу визначити оптимальні зони обслуговування населення існуючими амбулаторіями, враховуючи сумарні витрати на амбулаторне обслуговування та транспортні витрати на виклики, що, в свою чергу, дає змогу найбільш раціонально забезпечити високий рівень необхідної якості медичних послуг для населення в регіоні.

На рис. 1 показано вікно програми з результатами її роботи.

Робота програмного забезпечення перевірялася для визначення оптимального розбиття Дніпропетровського району Дніпропетровської області на зони обслуговування сімнадцятьма амбулаторіями з заданими координатами їх розміщення. На рис. 1 положення амбулаторій зображується точками з вказаними поряд координатами, кожна зона обслуговування окремою амбулаторією зображується своїм кольором. Очевидно, що ці результати є наближеними, оскільки реальні ситуації, для яких розробляють такі моделі оптимального розбиття множин, найчастіше характеризуються деяким ступенем невизначеності, що обумовлена недостатньою надійністю та кількістю інформації, на основі якої здійснюється вибір рішення.

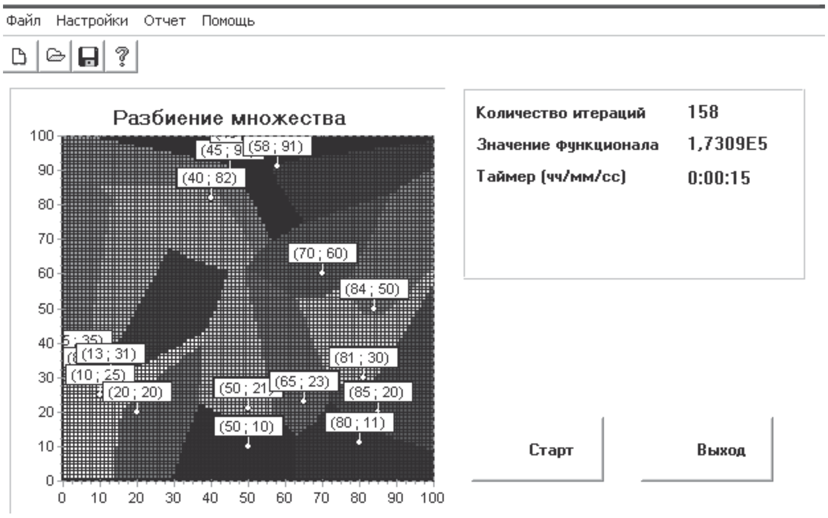

Рис. 1. Оптимальні зони обслуговування амбулаторіями

ВИСНОВКИ З ПРОВЕДЕНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Задачі оптимального розбиття множин в умовах неповної інформації про вихідні дані є достатньо адекватними реальним процесам точки зору практичних застосувань. До таких задач зводяться, наприклад, задачі розміщення амбулаторій, які обслуговують населення, в разі, коли кількісний і якісний склад населення, що проживають на обслуговуваній дільниці та вартість транспортних витрат залежать від випадкових факторів.

Таким чином, можна зробити висновок, що найбільш доцільним при моделюванні економічних структур у сфері медичного обслуговування буде використання саме моделей оптимального розбиття множин в умовах неповної інформації.

Література:

1. Кісельова О.М. Розв'язання задач оптимального розбиття множин з обмеженнями на пропускні можливості комунікацій в умовах невизначеності: учеб. / О. М. Кісельова, Л.І. Лозовська, Я.Е. Кадочнікова. — Д.: ДНУ, 2007. — С. 123—139.

2. Терещенко Э.В. Моделирование данных экономико-социологических обследований / Э.В. Терещенко, И.В. Козин, В.А. Перепелиця, Л.И. Лозовская // Вісник Запорізького національного університету: Зб. наук. ст. Економічні науки. — Запоріжжя: Запорізький національний університет. 2007. — № 2. — С. 50—58.

3. Підходи, інструменти та моделі менеджмент — орієнтованої діяльності в публічному адмініструванні: наук. розробка: учеб. / Ю.П. Шаров, І.А. Чикаренко, Т.В. Маматова, Л.І. Лозовська — К.: НАДУ, 2011. — С. 64.

4. Офіційне інтернет-представництво президента України: [Електронний ресурс] / Аналітична записка: "Щодо поточного стану та подальших напрямів реформи фінансування та управління системи охорони здоров'я в Україні" — Режим доступу: http://www.niss.gov.ua/articles/717/

5. Лехан В.Н. Перспективи розвитку системи охорони здоров'я в Україні: стратегія, тактика та ризики реалізації: матеріали ІІ Міжнародної конференції головних лікарів України. — Київ. — 2010. — 29 жовт.

6. Кисильова О.М. Задачі оптимального розбиття множин: теорія, алгоритми, застосування: монографія / О.М. Кисельова. — Дн-ськ, Видавництво ДНУ, 2005.

7. Шор Н.З., Стецюк П.И. Использование модификации r-алгоритма для нахождения минимума полиномиальных функций // Кибернетика и системный анализ. — 1997. — № 4. — С. 28—49.

8. Киселева Е.М., Шор Н.З. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения: Монография. — К.: Наукова думка, 2005. — 564 с.

Стаття надійшла до редакції 20.05.2013 р.