

УДК 336.71

А. О. Дрозд,

асистент кафедри математичного моделювання економічних систем,
НТУУ "КПІ", м. Київ

В. О. Капустян,

д. ф.-м. н., професор кафедри математичного моделювання економічних систем,
НТУУ "КПІ", м. Київ

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЦІНОУТВОРЕННЯ БАНКУ ЗА УМОВИ ВИПАДКОВОГО ЗАПІЗНЕННЯ ПРИ ПОВЕРНЕННІ КРЕДИТІВ

A. Drozd,

assistant at mathematical modelling of economic systems department, NTUU "KPI"

V. Kapustyan,

D.Sc., professor at mathematical modelling of economic systems department, NTUU "KPI"

NUMERICAL BANK PRICING MODELLING UNDER RANDOM TIME LAG CREDIT RETURN CONDITION

У статті розглядається загальна потокова модель комерційного банку, що враховує випадкове запізнення при поверненні кредитів. Пропонується використовувати таку модель для ціноутворення банку. Було проведено чисельне моделювання в умовах фіксованого та випадкового запізнення, досліджено вплив параметрів функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів, терміну керування, розміру запізнення при поверненні кредитів та депозитів, кредитної та депозитної ставки та обсягів виданих кредитів та залучених депозитів до початку періоду керування, капіталу банку та схеми повернення кредиту на оптимальні кредитну та депозитну ставку, обсяги виданих та повернутих кредитів, залучених та повернутих депозитів, прибуток та капітал банку на кінець періоду керування. Було отримано оптимальні кредитну та депозитну ставки та запропоновано підхід до ціноутворення, що зменшує ризик втрати ліквідності банку і збільшує капітал банку на кінець періоду керування.

Paper shows the bank flow model which includes random lag of loans returning. We propose to use this model for bank pricing. We made numerical modelling under the conditions of constant and random lag of loans returning. We researched the changes in loan and deposit rate, loans volume and deposits volume, profit and bank capital at the end of control period from changes of loans demand function and deposits supply function parameters, control period, lag of loans and deposits returning, loan and deposit rates and volumes before the control period, capital and loan returning scheme. We calculated the optimal loan rate and optimal deposit rate and proposed approach to bank pricing that lower the risk to lost bank liquidity and increase bank capital at the end of control period.

Ключові слова: комерційний банк, банківська діяльність, ціноутворення, кредитна ставка, депозитна ставка, оптимальне керування, потокова модель банку, модель банку.

Key words: bank, banking, pricing, loan rate, deposit rate, optimal control, bank flow model, bank model.

ВСТУП

Банки є важливими фінансовими посередниками в економіці країни. Результат їх діяльності впливає на всю економіку: швидкість розвитку виробництва через механізми кредитування та інвестування, забезпечення валютних операцій експорту-імпорту та різноманітних платежів, збереження та примноження заощаджень. Прибуткова і стабільна діяльність банків таким чином впливає на стабільність соціально-економічної ситуації в країні та швидкість економічного зростання.

Проте ця прибуткова і стабільна діяльність банків базується на чіткому виконанні зобов'язань, які беруть на себе кредитори банку. У випадку, коли кредитори повертають взяті кредити невчасно (із деяким запізненням), це ставить банк у ситуацію відсутності коштів у конкретний момент для виконання взятих зобов'язань щодо зберігання депозитів та повернення їх в певний момент, а також зменшення прибутковості від упущеної вигоди інвестування чи кредитування повернутих коштів. Штрафи за невчасне повернення, які практикують банки, щоб зменшити це явище, по суті не вирішують його, таким способом банки лише компенсують зусилля із додаткового залучення коштів для виконання зобов'язань. Водночас штрафи не захищають від ситуації, якщо потрібно виконувати зобов'язання, але кредит не був повернений вчасно і банк не має змоги залучити кошти для виконання своїх зобов'язань.

Ціноутворення — одна із ключових задач у банківській діяльності, і від неї залежить чи врахує банк наявні на ринку ризики, чи буде прибутковим. Питаннями ціноутворення в банківській діяльності займалися українські та зарубіжні дослідники: Андерсон Р. [2], Арпінг С. [4], Волошин І.В. [5], Волошин М.І. [6], Вруук П. [7], Гришин [8, 9], Іваненко В.І. [16], Ільченко К.О. [18], Капустян В.О. [17], Кляйн М. [19], Куц О.В. [16], Лім К. [20], Марроу В. [21], Монті М. [22], Осипенко Д.В. [23], Пан К. [24], Фрейксас В. [25], а також автори в попередніх роботах [3; 10—15; 17]. Актуальність моделювання ціноутворення комерційного банку із врахуванням запізнення при поверненні кредитів та депозитів пов'язана із тим, що підходи до ціноутворення, що застосовуються на практиці не враховують це запізнення при ціноутворенні, і таким чином, зменшують наслідки явища та реагують, коли воно вже станеться, замість превентивного врахування при ціноутворенні. Оскільки банки тісно пов'язані в банківській системі і з економікою країни, такі помилки можуть призводити до значних негативних соціально-економічних наслідків.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Метою статті є чисельне моделювання ціноутворення банку в умовах випадкового невчасного запізнення при поверненні кредитів за допомогою розробленої еко-

номіко-математичної моделі банку. Відповідно до поставленої мети, завданнями статті є формулювання загальної потокової моделі банку, що призначена для оптимального ціноутворення кредитної та депозитної ставки банку, її дискретизація для чисельного моделювання, аналіз оптимального ціноутворення банку та впливу різних ринкових параметрів на ціноутворення банку в ситуаціях без запізнення та із запізненням, в тому числі випадковим.

МЕТОДОЛОГІЯ

Методологічною основою при формулюванні загальної економіко-математичної моделі банку слугувала розроблена авторами концептуальна модель, що базується на основі мікроекономічної теорії банківської діяльності, теорії оптимального керування, теорії виробничої фірми, економіки та системної динаміки Форрестера. Функції попиту на кредити та пропозиції депозитів пропонується підбирати для кожного банку на основі статистичної інформації попередніх періодів методом регресійно-кореляційного аналізу, потокову модель банку було сформульовано у вигляді інтегродиференційного рівняння, оптимальні кредитну і депозитну ставку було отримано шляхом чисельного моделювання за допомогою математичного середовища Matlab.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сімейство поточкових моделей банку, що призначені для оптимального ціноутворення кредитної та депозитної ставок, формулюється так [14]:

$$\begin{aligned}
 J(u_K, u_D) &= \int_0^T F_0(x(t), u_K(t), u_D(t), t) dt + \\
 &+ F_1(x(T)) \rightarrow \max_{u_K(t), u_D(t)}, \\
 \dot{x}(t) &= \int_{t_0 - n \cdot T_K - \max(\theta_{ij})}^T \int_1^n \left[\mu_{tij} \cdot \left(\frac{1}{n} f_K(i, u_K(i), x(i)) + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{j}{n} f_K(i, u_K(i), x(i)) \cdot u_K(i) \right) \right] dj di - \\
 &- f_K(t, u_K(t), x(t)) + f_D(t, u_D(t), x(t)) - \\
 &- \int_{t_0}^T [\mu_{ti} \cdot f_D(i, u_D(i), x(i)) \cdot (1 + u_D(i))] \\
 \mu_{tij} &= \begin{cases} 1, & i + j \cdot T_K + \theta_{ij} = t, \\ 0, & i + j \cdot T_K + \theta_{ij} \neq t, \end{cases} \\
 \mu_{ti} &= \begin{cases} 1, & i + T_D + \theta_i = t, \\ 0, & i + T_D + \theta_i \neq t, \end{cases} \\
 x(0) &= x_0 \geq 0 \quad 0 \leq t \leq T \\
 x(\xi) &= \varphi(\xi) \quad \xi \in [t_0 - \max(n \cdot T_K + \max(\theta_{ij}), T_D + \max(\theta_i)), t_0] \\
 u_K(\xi) &= \tilde{u}_K(\xi) \quad \xi \in [t_0 - n \cdot T_K - \max(\theta_{ij}), t_0] \\
 u_D(\xi) &= \tilde{u}_D(\xi) \quad \xi \in [t_0 - T_D - \max(\theta_i), t_0] \\
 \text{де} & \\
 u_K(t) &\text{— кредитна ставка в момент часу } t; \\
 u_D(t) &\text{— депозитна ставка в момент часу } t; \\
 F_i, i &= \overline{0, 1} \text{ — досить гладкі функції своїх аргументів;} \\
 x(t) &\text{— капітал комерційного банку в момент часу } t; \\
 t_0 &\text{— початковий момент керування банком;}
 \end{aligned}$$

T — кінцевий момент керування банком;
 $\dot{x}(t)$ — приріст капіталу в момент часу t ;
 t_{k1} — початок відносного періоду, в який повертається кредит частинами;
 t_{k2} — закінчення відносного періоду, в який повертається кредит частинами;
 $f_K(\cdot)$ — функція попиту на кредити;
 T_K — період, через який відбувається виплата кредиту;
 n — кількість періодів виплати кредиту;
 $f_D(\cdot)$ — функція пропозиції депозитів;
 t_{d1} — початок відносного періоду, в який забирається депозит рівними частинами;
 t_{d2} — закінчення відносного періоду, в який забирається депозит рівними частинами;
 T_D — період, на який залучається депозит;
 θ — випадкова величина, що характеризує випадкове запізнення при поверненні кредиту;
 μ — змінна, що визначає чи буде в певному періоді повернення частини кредиту, що був виданий раніше.

Через значну складність аналітичного розв'язання цієї задачі пропонується вирішувати її чисельно шляхом комп'ютерного моделювання. Для цього інтегродиференційне рівняння слід записати через різниці рівняння.

Відповідно до цього перетворення, функції неперервного аргументу стануть функціями дискретного аргументу, інтеграли замінюються на суми, а диференціали — на прирости за дискретний час, тобто різницю між значеннями функції в різні моменти часу, поділену на різницю між цими ж моментами часу.

Якщо брати крок дискретизації диференціалу та інтегралів як деяку одиницю часу (в банківській діяльності такою логічною одиницею часу є банківський день — робочий день, протягом якого банк здійснює банківські операції), то задача набуває вигляду:

$$\begin{aligned}
 J(u_K, u_D) &= \sum_{i=t_0}^T F_0(x(i), u_K(i), u_D(i), i) + \\
 &+ F_1(x(T)) \rightarrow \max_{u_K(i), u_D(i)}, \\
 i &= t_0, t_0 + 1, t_0 + 2, \dots, T \quad i, t_0, T \in \mathbb{Z}, T \geq 0 \\
 x(i+1) &= x(i) + \\
 &+ \sum_{i=t_0 - nT_K - \max(\theta_{ij})}^T \sum_{j=1}^n \left[\mu_{tij} \cdot \left(\frac{1}{n} f_K(i, u_K(i), x(i)) + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{j}{n} f_K(i, u_K(i), x(i)) \cdot u_K(i) \right) \right] - \\
 &- f_K(t, u_K(t), x(t)) + f_D(t, u_D(t), x(t)) - \\
 &- \sum_{t_0}^T [\mu_{ti} \cdot f_D(i, u_D(i), x(i)) \cdot (1 + u_D(i))] di, \\
 \mu_{tij} &= \begin{cases} 1, & i + j \cdot T_K + \theta_{ij} = t, \\ 0, & i + j \cdot T_K + \theta_{ij} \neq t, \end{cases} \\
 \mu_{ti} &= \begin{cases} 1, & i + T_D + \theta_i = t, \\ 0, & i + T_D + \theta_i \neq t, \end{cases} \\
 T_K, T_D, \theta_i, \theta_{ij} &\in \mathbb{Z} \quad \theta_i, \theta_{ij} - \text{в. в.} \\
 x(j) &= \varphi(j) \quad j \in [t_0 - \max(nT_K + \max(\theta_{ij}), T_D + \max(\theta_i)), t_0],
 \end{aligned}$$

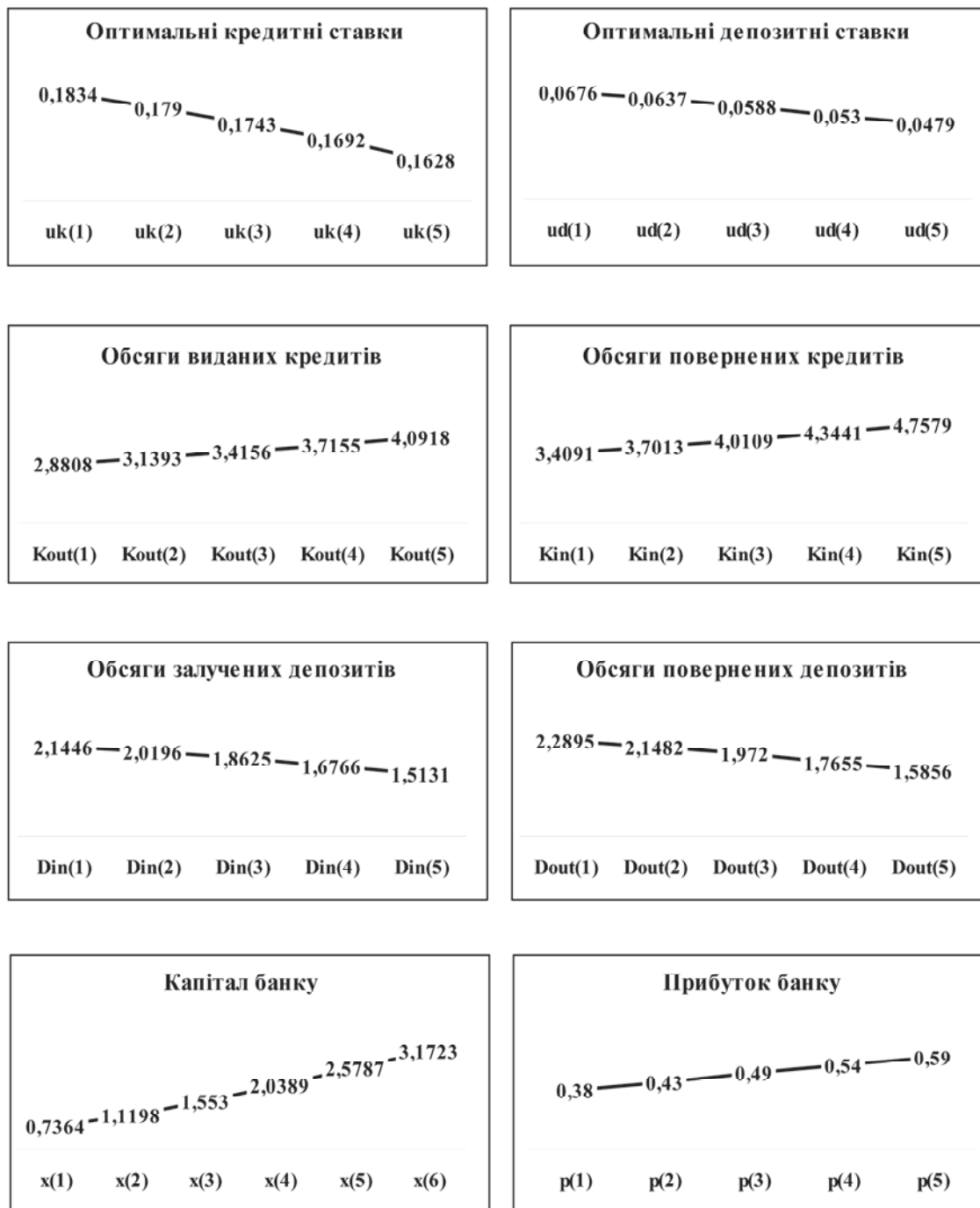


Рис. 1. Графіки зміни оптимальних кредитної та депозитної ставки, обсягів кредитів та депозитів, прибутку та капіталу банку за незмінних ринкових умов з терміном повернення у наступному періоді

$$u_K(j) = \tilde{u}_K(j) \quad j \in [t_0 - nT_K - \max(\theta_{ij}), t_0],$$

$$u_D(j) = \tilde{u}_D(j) \quad j \in [t_0 - T_D - \max(\theta_i), t_0].$$

Тепер наведену дискретну задачу можна розв'язати шляхом комп'ютерного моделювання. Для моделювання задачі було обрано математичний пакет Matlab (версія R2010a), оскільки даний математичний пакет оптимізований для великих математичних обчислень та матричних операцій. В задачі оптимізації кредитних та депозитних ставок доцільно використовувати одновимірні матриці для операцій над ставками протягом періоду керування. Пошук оптимальних кредитних та депозитних ставок було вирішено здійснювати методом перебору з пам'яттю.

За критерій можна взяти максимізацію прибутку банку в поточний момент часу, максимізацію інтегрального (сумарного) прибутку за період часу, максимізацію капіталу банку на певний момент часу у майбутньо-

му. Функції попиту на кредити та пропозиції депозитів пропонується підбирати для кожного банку індивідуально на основі статистичної інформації попередніх періодів шляхом регресійно-кореляційного аналізу.

Така загальна модель враховує кредитну та депозитну діяльність, різний вигляд індивідуальних функцій попиту на кредити і пропозиції депозитів для конкретного банку, можливість вибору різних критеріїв оптимізації ціноутворення, запізнення в часі при поверненні кредитів та депозитів, повернення кредитів та депозитів частинами, врахування часткового повернення кредитів та депозитів, або повного неповернення, проте потребує глибоких математичних знань для застосування на практиці. Тому доцільним виглядає використання більш простих моделей в деяких часткових випадках.

При моделюванні ціноутворення комерційного банку за кредитами і депозитами з терміном повернення у наступному періоді та з обмеженим власним капіталом

та лінійними функціями попиту на кредити та пропозиції депозитів, було виявлено (див. рис. 1), що за незмінних ринкових умов (K, b, D, a) оптимальні кредитна та депозитна ставка зменшуються у часі: кредитна ставка до рівня $K/2b$, а депозитна ставка до нуля. Обсяги виданих і повернених кредитів при цьому зростають, обсяг виданих кредитів до рівня $K/2$ і не перевищує його, а обсяг повернених кредитів — до рівня $(K/2) \cdot (1 + K/2b)$. Обсяги залучених і повернених депозитів зменшуються до нуля. Прибуток та капітал банку при цьому зростає, прибуток зростає до рівня $K^2/4b$ і не перевищує його.

При збільшенні власного капіталу банку на початок періоду керування, вищевказані характеристики банківської діяльності відповідають цим же графікам, лише початок періоду керування припадатиме правіше по осі часу, а при зменшенні власного капіталу — лівіше.

Зміна ринкових умов проявляється у зміні коефіцієнтів функції попиту на кредити (K, b) та функції пропозиції депозитів (D, a). В короткостроковій перспективі за стабільної економіки можна припускати що ці ринкові умови незмінні. В довгостроковій же їх обов'язково слід враховувати, бо ці зміни впливають і на оптимальні ставки, і на обсяги кредитних та депозитних потоків, і, зрештою, на прибуток та власний капітал банку (якщо він збільшується за рахунок долі з прибутку).

При збільшенні ділової активності, інвестиційних очікувань, кількості бажаючих взяти кредити, коефіцієнт K зростатиме. При зростанні K , за інших незмінних умов, зростає і оптимальна кредитна ставка, як було виявлено в результаті комп'ютерного моделювання. Відповідно, при зменшенні K , оптимальна кредитна ставка зменшуватиметься (до рівня не менше $K/2b$). Причому при більшому K процентна ставка зменшується в часі швидше, на більшу кількість процентних пунктів.

Цікаво, що оптимальна кредитна ставка при збільшенні коефіцієнта K зростає не до рівня, щоб відповідати новій функції попиту на кредити, а до меншого — бо залучаються додаткові депозити і таким чином збільшується обсяг виданих кредитів та прибуток банку. За рахунок такого механізму, збільшення коефіцієнта K тягне за собою і збільшення депозитної ставки.

Оскільки кредитна ставка при незмінних ринкових умовах з часом зменшується, а при збільшенні ділової активності (що відбувається регулярно в економіці, що розвивається циклічно) зростає, можлива ситуація, в якій через вплив обох цих факторів оптимальна кредитна ставка буде залишатися незмінною чи зростати (за відповідного зростання ділової активності), проте при стабілізації ринкової ситуації — буде неодмінно зменшуватися.

При збільшенні коефіцієнта K , оптимальна депозитна ставка теж збільшується, хоч на перший погляд функціонально і не залежить від функції попиту на кредити, темп зменшення депозитної ставки у часі теж збільшується. Аналогічно, при зростанні економіки, можлива ситуація коли оптимальна депозитна ставка в часі буде залишатися незмінною чи навіть зростати, але при стабільній економічній ситуації буде зменшуватися.

Відповідно до впливу зміни коефіцієнта K функції попиту на кредити на оптимальні кредитну та депозитну ставки, він впливає і на обсяги кредитно-депозитної діяльності. При збільшенні коефіцієнта K , збільшуються обсяги виданих та повернених кредитів, обсяги залучених та повернених депозитів. При більшому K , більшими будуть темпи збільшення обсягів виданих та повернених кредитів та більшими будуть темпи зменшення обсягів залучених та повернених депозитів. Капітал банку на кінець періоду керування буде більшим при більшому K , та зростатиме швидше, відповідно і прибуток банку буде більшим. Відповідно, при меншому K , капітал банку на кінець періоду керування матиме мен-

шу величину і зростатиме повільніше протягом періоду керування.

Аналогічно розглянемо вплив коефіцієнта b , що непрямо виражає більшу чи меншу еластичність попиту на кредити в залежності від кредитної ставки, більший чи менший рівень конкуренції на ринку (при більшій конкуренції при збільшенні кредитної ставки, клієнт може піти в інший банк в пошуках меншої кредитної ставки).

При зростанні b , за інших незмінних умов, оптимальна кредитна ставка зменшується (до рівня не менше $K/2b$). Це може пояснюватися тим, що при зростанні конкуренції на ринку банк змушений зменшувати кредитну ставку, бо при більшій ставці потенційні клієнти просто перейдуть до конкурентів. Відповідно, при зменшенні b , оптимальна кредитна ставка збільшуватиметься (до рівня не більше K/b). Темпи зменшення оптимальної кредитної ставки вищі у випадку більш низького b .

Виходить, як це не парадоксально, що і великий рівень конкуренції на банківському ринку і малий рівень рівень зводять до менших депозитних ставок, ніж певний рівень конкуренції між ними. На противагу очікуванням, що при більшій конкуренції банки мусили б підняти депозитні ставки щоб залучати депозити (демонструючи підвищений попит на ринку депозитів), моделювання показує, що депозитні ставки будуть зменшуватися слідом за зменшеними кредитними ставками.

Капітал банку на кінець періоду керування буде більшим при меншому b , та зростатиме швидше, відповідно і прибуток банку буде більшим. Відповідно, при більшому b , капітал банку на кінець періоду керування матиме меншу величину і зростатиме повільніше протягом періоду керування. Тобто напружена конкурентна ситуація не дозволить банку отримувати великі прибутки і швидко нарощувати власний капітал.

При збільшенні кількості людей, що вкладають гроші у депозити, зростанні доходів та добробуту населення, коефіцієнт D зростатиме. Його значення показує обсяг депозитів, який залучив би банк при нульовій депозитній ставці. В економіці з дефляцією це число може бути додатнім, але зазвичай є від'ємним, оскільки показує, що при нульовій депозитній ставці не буде бажаючих відкрити депозити, і такі з'являться лише з певного рівня депозитної ставки (не менше $-D/a$).

При зростанні D , за інших незмінних умов, оптимальна кредитна ставка зменшується. Таким чином, банк може залучати більшу кількість грошей, видавати більші обсяги кредитів за меншою депозитною ставкою. Оптимальна депозитна ставка при цьому теж зменшується, проте ставка по депозитам більш чутлива до змін цього показника, в той час як кредитна ставка змінюється не так сильно. При більшому D , темпи зменшення оптимальних кредитної та депозитної ставки у часі також є більшими.

Капітал банку на кінець періоду керування буде більшим при більшому D , та зростатиме швидше, відповідно і прибуток банку буде більшим. При меншому D , капітал банку на кінець періоду керування матиме меншу величину і зростатиме повільніше протягом періоду керування. Проте прибуток і капітал банку на кінець періоду керування не дуже чутливі до зміни коефіцієнта D . Тобто збільшення грошових ресурсів на депозитному ринку не призводитиме до значного росту прибутку та капіталу банку, хоч і впливатиме на це.

При збільшенні конкуренції на ринку депозитів, коефіцієнт a зростатиме. Цей коефіцієнт показує більшу чи меншу еластичність пропозиції депозитів (при більшій конкуренції на ринку депозитів банк може значно привабити клієнтів запропонувавши трохи більшу депозитну ставку).

При зростанні a , за інших незмінних умов, оптимальна кредитна ставка зменшується. Таким чином, банк може залучати більшу кількість грошей, видавати більші обсяги кредитів за меншою депозитною ставкою, бо зможе залучити більшу кількість грошей за тієї ж став-



Рис. 2. Графіки зміни оптимальних кредитної та депозитної ставки за незмінних ринкових умов з запізненням при поверненні кредитів та депозитів

ки, що раніше дозволяла залучити менші суми. Оптимальна депозитна ставка при цьому теж зменшується, проте ставка по депозитам більш чутлива до змін цього показника, в той час як кредитна ставка змінюється не так сильно. При більшому a , темпи зменшення оптимальних кредитної та депозитної ставки у часі також є більшими.

Капітал банку на кінець періоду керування буде більшим при більшому a , та зростатиме швидше, відповідно і прибуток банку буде більшим. При меншому a , капітал банку на кінець періоду керування матиме меншу величину і зростатиме повільніше протягом періоду керування. Проте прибуток і капітал банку на кінець періоду керування не дуже чутливі до зміни коефіцієнта a . Тобто збільшення грошових ресурсів на депозитному ринку не призводитиме до значного росту прибутку та капіталу банку, хоч і впливатиме на це.

Запізнення при поверненні кредитів та депозитів суттєво впливає на оптимальні кредитні та депозитні ставки, що максимізують капітал банку на кінець періоду керування.

Було виявлено (див. рис. 2), що за незмінних ринкових умов (K, b, D, a), сталого запізнення в 1 період, та нульових обсягів депозитної та кредитної діяльності до періоду керування, оптимальні кредитна та депозитна ставка демонструють складну поведінку: по-перше, за ту ж кількість періодів від кінця періоду керування, на яку є стале запізнення з повернення кредитів та депозитів (в даному випадку за 1 період з кінця), оптимальні кредитні та депозитні ставки демонструють суттєво іншу поведінку, ніж від початку періоду керування до цього моменту.

За 1 період часу до кінця періоду керування оптимальна кредитна ставка стає рівною K/b , оскільки в рамках періоду керування немає сенсу видавати кредити, що будуть повернені поза цим періодом керування і не будуть враховані як вхідні потоки. А оптимальна депозитна ставка стає максимально можливою, наскільки дозволяє обмеження згори на депозити, з цієї ж логіки — залучення коштів відбувається в межах періоду керування, а повернення — поза періодом керування.

Крім того, оптимальні кредитна та депозитна ставки змінюються певними інтервалами — на протязі двох періодів часу ставки знаходяться приблизно на одному рівні, а потім змінюються і знову на протязі двох періодів знаходяться на деякому одному рівні. Якщо порівнювати значення цих рівнів, то з плином часу (за виключенням 1 періоду часу до кінця

періоду керування), оптимальна кредитна та депозитна ставки знижуються; кредитна ставка до рівня $K/2b$, а депозитна ставка до нуля.

Обсяги виданих кредитів від початку періоду керування до моменту за 1 період часу до кінця періоду керування ростуть (див. рис. 3), теж інтервалами по 2 періоди, подібно до кредитних ставок (але ростуть не вище рівня $K/2$). А за 1 період до кінця періоду керування зменшуються практично до нуля — таким чином не видаються кредити, які будуть по-

вернені тільки після періоду керування і враховуються лише як вихідний потік по відношенню до прибутку та капіталу банку на кінець періоду керування.

Аналогічно, обсяги залучених депозитів від початку періоду керування до моменту за 1 період часу до кінця періоду керування зменшуються (не нижче 0), інтервалами в 2 періоди часу. А за 1 період до кінця періоду керування збільшуються до максимально можливої величини — що відповідає максимально допустимій депозитній ставці.

Обсяги повернених кредитів з початку періоду керування до 1 (тобто до періоду часу що рівний запізненню при поверненні кредитів) залежать від обсягу виданих кредитів у періоді часу, що передували періоду керування. Якщо в попередні періоди не було виданих кредитів, як в розглянутому прикладі, то і обсяг повернених кредитів буде рівний нулю. А починаючи з моменту часу що дорівнює початку періоду керування + запізненню при поверненні кредитів і до кінця періоду керування обсяги повернених кредитів ростуть, теж інтервалами по 2 періоди (але не більше рівня $(K/2) \cdot (1 + K/2b)$), що відповідає обсягам виданих кредитів і поверненню із фіксованим запізненням.

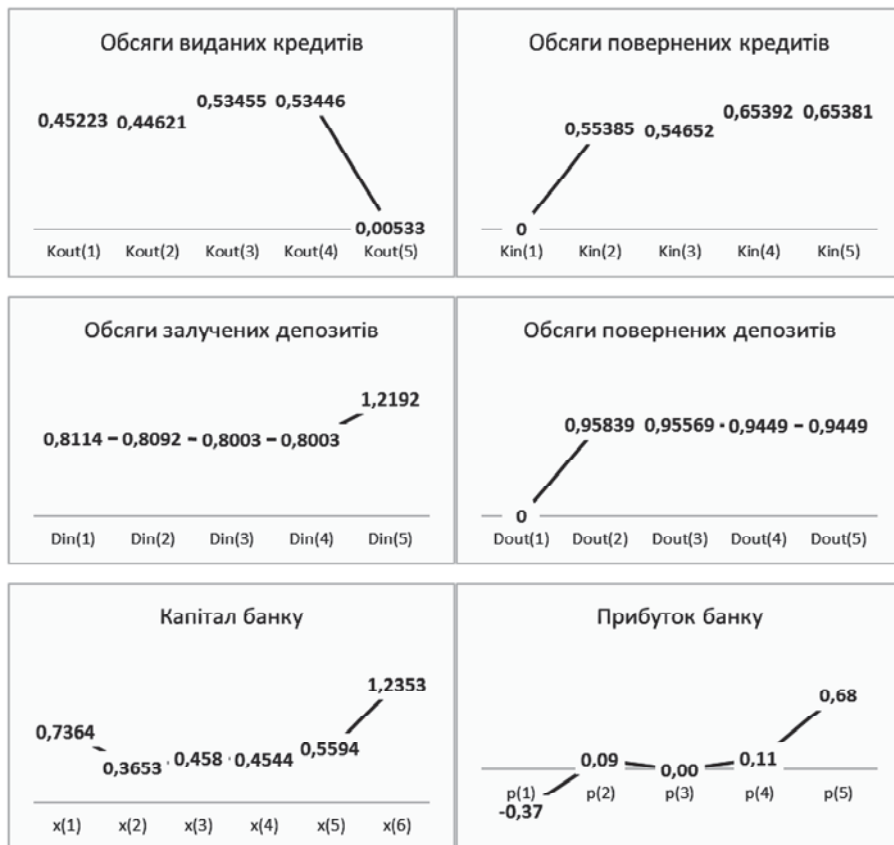


Рис. 3. Графіки зміни обсягів кредитів та депозитів, прибутку та капіталу банку за незмінних ринкових умов з запізненням при поверненні кредитів та депозитів

Обсяги повернених депозитів з початку періоду керування до 1 (тобто до періоду часу що рівний запізненню при поверненні депозитів) залежать від обсягу виданих кредитів у періоду часу, що передували періоду керування. Якщо в попередні періоди не було залучених депозитів, як в розглянутому прикладі, то і обсяг повернених кредитів буде рівний нулю. А починаючи з моменту часу що дорівнює початку періоду керування + запізненню при поверненні депозитів і до кінця періоду керування обсяги повернених депозитів зменшуються, теж інтервалами по 2 періоди (не нижче нуля), що відповідає обсягам залучених депозитів і поверненню із фіксованим запізненням.

Капітал банку на початок періоду керування становить певну величину. В перші періоди часу (за виключенням періоду від $T-1$ до кінця періоду керування) обсяг капіталу буде менший від початкового рівня, оскільки частина капіталу через запізнення буде виданою у вигляді кредитів. З плином часу він переважно збільшується. А за 1 період до кінця періоду керування він доволі різко збільшується до свого максимального значення за рахунок всіх вхідних потоків, що повертаються в рамках періоду керування.

Прибуток банку при цьому з початку періоду керування до 1 (тобто до періоду часу що рівний запізненню при поверненні кредитів та депозитів) залежить від обсягу виданих кредитів та залучених депозитів у періоду часу, що передували періоду керування. Якщо в попередні періоди не було виданих кредитів та залучених депозитів, як в розглянутому прикладі, то і вхідних та вихідних потоків, пов'язаних з ними не буде в перші періоди часу. Але буде вихідний потік у вигляді виданих кредитів за рахунок капіталу банку. Тому в нашому прикладі прибуток в перші періоди часу є від'ємним. Починаючи з 1 періоду часу (що рівний запізненню при поверненні кредитів) і до моменту за 1 період часу до кінця періоду керування, прибуток банку становить певну величину, і може коливатися, залишаючись переважно додатним. А з моменту до кінця періоду керування, прибуток буде найбільшим, бо включає лише вхідні грошові потоки, а вихідних потоків не включає, бо їх недоцільно здійснювати в цьому періоді.

Банк демонструє суттєво різну поведінку в залежності від того, парне чи непарне число періодів керування він здійснює. При непарному числі періодів керування кредитна ставка поступово зменшується (рівнями по два періоди, як було описано вище) (див. рис. 4).

При цьому при збільшенні періодів, оптимальні кредитні ставки є однаковими для різних значень кінця періоду керування, окрім кредитної ставки останнього періоду яка є максимально можливою — K/b , що означає що банк не видає кредити, оскільки вони будуть поверненні уже після закінчення періоду керування через наявність запізнення при поверненні кредитів.

Міркування щодо ставок в останній період часу в рамках періоду керування є актуальними і для випадків коли кінець періоду керування є парним числом. Проте в цьому випадку оптимальні кредитні ставки не знижуються попарно, а демонструють чергування нижчих і вищих ставок (і відповідних їм більших і менших обсягів виданих кредитів). Якщо брати лише парні чи непарні ставки, то в цілому вони теж демонструють зниження з часом, окрім ставки в останній період часу.

Цікаво, що оптимальні кредитні ставки і для парних періодів керування і для непарних періодів є такими, що відповідні їм обсяги виданих кредитів в сумі для двох періодів (за виключенням останнього) є однаковими і для парних і для непарних випадків. Просто для парних вони перерозподіляються більш нерівномірно.

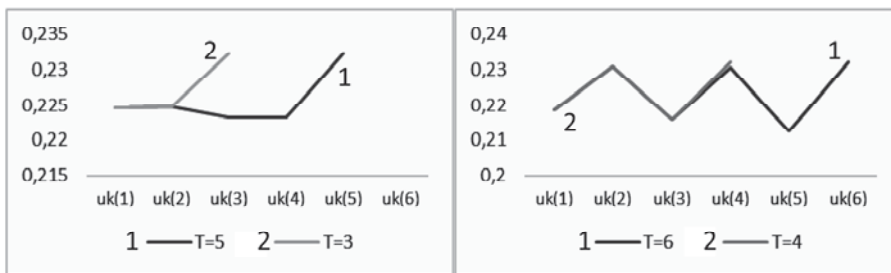


Рис. 4. Графіки зміни оптимальної кредитної ставки за незмінних ринкових умов з запізненням при поверненні кредитів та депозитів

Якщо б запізнення було б не 1 період (і відповідно видача не перші два періоди, а більше), тоді ми бачили б подібну поведінку: якщо період керування — кратне число до (запізнення + 1), то оптимальні ставки будуть приблизно рівномірними з поступовим ступінчастим зниженням. А для некратних чисел — нерівномірне, із ставками що відповідають більшим обсягам виданих кредитів у періоді, які повернуться до кінця періоду керування, і з ставками що відповідають меншим обсягам у періоді, які повернуться після періоду керування.

Аналогічні результати спостерігаються для поведінки оптимальної депозитної ставки та обсягів виданих та повернених кредитів, залучених та повернених депозитів, прибутку банку та капіталу на кінець періоду керування.

Якщо до початку періоду керування були ненульові обсяги кредитної та депозитної діяльності, оптимальне керування відбувається відповідно до розглянутого вище аналізу: якщо обсяги виданих кредитів були однакові разом з іншими періодами до початку керування, або включно з деякими періодами на початку, і кількість таких періодів рівна запізненню при поверненні кредитів, то оптимальна кредитна ставка буде змінюватися рівнями по кілька ставок (розмір запізнення + 1 період підряд). Якщо ж обсяги були неоднаковими, то аналогічно такому випадку оптимальні кредитні ставки будуть відповідати цим обсягам по періодам кратним розміру запізнення.

Тому якщо задача керування банком ставиться не з початку його діяльності (коли "історичних ставок" просто не було, і не було попередньої діяльності) — це відповідає випадку, коли капітал банку на початок періоду керування оптимальним чином розподіляється між періодами видачі кредитів. А якщо керування банком починається уже з певною історією, банк матиме більші кумулятивні прибутки та капітал банку на кінець періоду керування. Обсяги кредитних та депозитних операцій при цьому будуть більшими. Але так само спостерігається зміна поведінки за деяку кількість періодів до кінця періоду керування (що рівна величині запізнення + 1): кредити видаватися не будуть, а депозити будуть залучатися максимально можливої величини.

Тому можлива ситуація коли критерій керування банком з терміном керуванням 2^*n даватиме кращі результати (більший капітал на кінець періоду керування), ніж одне керування з терміном n , і потім наступне після нього (вважаючи що результати попереднього — "історичні" ставки та обсяги) теж з терміном n , оскільки в такому разі буде здійснюватися максимальне залучення депозитів та нульова видача кредитів наприкінці першого періоду керування, що проявиться на початку другого періоду керування у відсутності процентного доходу від кредитної діяльності та завеликим процентним витратам при поверненні завищеного обсягу залучених депозитів.

При практичному застосуванні моделі більш імовірна ситуація, коли банк не починає свою роботу на ринку, а вже функціонує деякий час, тому обов'язково слід враховувати "історичні" ставки та обсяги з попередніх

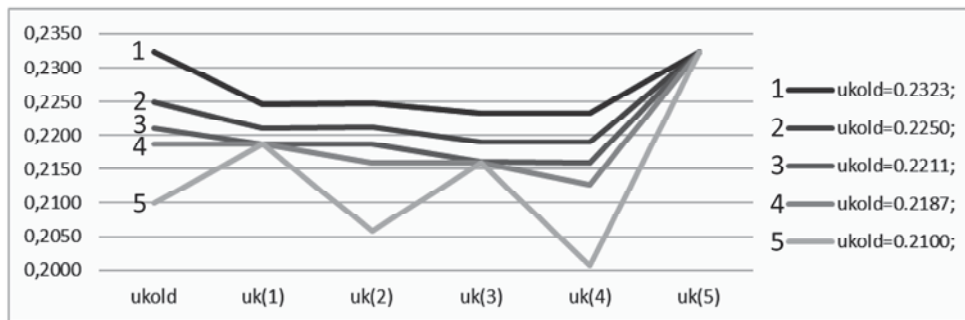


Рис. 5. Графік зміни оптимальної кредитної ставки за незмінних ринкових умов в залежності від "історичної" кредитної ставки

даються, та терміном на який видаються кредити (чи кратну кількість разів будуть видаватися кредити). Депозити в цей період залучатися будуть лише за умови, що кредитна ставка буде в кілька разів більшою за депозитну — так, щоб залучивши депозити, банк міг видати більший обсяг кредитів, потім повернути депозити із депозитною ставкою за рахунок нових залучених депозитів, а коли термін видачі кредитів закінчиться, то повернені кредити з кредитною

ставкою мають бути більшими за процентні витрати з залучених депозитів. У разі ж, якщо таке співвідношення не виконується, депозити залучатися не будуть, і оптимальна депозитна ставка буде рівна $-D/a$.

За умови, що у попередні до періоду керування періоди видавалися кредити (і, відповідно, очікуються повернення кредитів в рамках періоду керування), це може змінити оптимальне ціноутворення банку. Навіть за умови, що депозити повертаються швидше, ніж кредити, вони можуть повертатися за рахунок кредитів виданих до періоду керування, але збільшити обсяги виданих кредитів в рамках періоду керування, і відповідно, прибуток та капітал банку на кінець періоду керування. Тому в такому разі, оптимальна депозитна ставка буде більшою за $-D/a$. А кредитна ставка буде меншою порівняно із випадком, коли залучення депозитів не відбувається.

Якщо термін видачі кредитів менший за термін залучення депозитів ($Tk < Td$), то оптимальні кредитні та депозитні ставки мають відмінну поведінку, порівняно із випадком, розглянутим вище, та випадком, коли ці терміни рівні. В такому випадку оптимальні кредитні ставки банку будуть меншими, а оптимальні депозитні ставки будуть більшими. Депозитні ставки можуть навіть бути більшими за кредитні, оскільки в даному випадку вони встигнуть бути виданими банком кілька разів замість одного, тому в результаті капіталізації відсотків депозитна ставка все одно буде меншою за капіталізований дохід за рахунок кредитів, хоч і більша за окремі кредитні ставки.

Якщо термін видачі кредитів менший за термін залучення депозитів ($Tk < Td$), то оптимальні кредитні та депозитні ставки мають відмінну поведінку, порівняно із випадком, розглянутим вище, та випадком, коли ці терміни рівні. В такому випадку оптимальні кредитні ставки банку будуть меншими, а оптимальні депозитні ставки будуть більшими. Депозитні ставки можуть навіть бути більшими за кредитні, оскільки в даному випадку вони встигнуть бути виданими банком кілька разів замість одного, тому в результаті капіталізації відсотків депозитна ставка все одно буде меншою за капіталізований дохід за рахунок кредитів, хоч і більша за окремі кредитні ставки.

Тому, якщо "історичні" ставки відповідають такому розподілу обсягів виданих кредитів, то відповідна ситуація буде і продовжуватися — кредитні та депозитні ставки зменшуватися в часі по парним та непарним періодам окремо, і відрізнятися в парні і непарні періоди таким чином, що кредитна ставка в непарні періоди буде менша за кредитну ставку в парні періоди.

Якщо ж "історичні" ставки відповідають ситуації, що до періоду керування обсяг виданих кредитів був меншим за капітал банку на початок періоду керування, то в рамках періоду керування оптимальні кредитні ставки будуть незмінними протягом періоду тривалістю (термін запізнення + 1), потім зменшаться і будуть незмінними протягом такого ж інтервалу і так далі будуть зменшуватися інтервалами.

Як було розглянуто вище, за умов що а) термін залучення депозитів менший, ніж термін видачі кредитів, б) тіло кредиту разом з відсотками повертається в кінці терміну, в) кредитна ставка суттєво вища за депозитну ставку, г) в деякі періоди, коли потрібно повертати залучені депозити з відсотками, не очікується повернення раніше виданих кредитів, можлива ситуація (точніше, це оптимальна поведінка для банку), що банк діятиме як напівпіраміда — залучатиме депозити та повертатиме їх за рахунок інших залучених депозитів.

На цей момент поширеною є ситуація, що терміни залучення депозитів в Україні менші за терміни видачі кредитів. Ця ситуація менш вигідна банку, порівняно із випадком, коли б терміни залучення депозитів були більшими за терміни видачі кредитів. Тому слід очікувати активізації банків в напрямку зменшення термінів кредитування та поступового збільшення частки кредитів, у яких термін видачі менший за типовий термін залучення депозитів. Деякі приклади такої поведінки ми можемо спостерігати уже зараз — кредитні картки з термінами кредитування від кількох днів до двох місяців, при тому, що поширеними термінами залучення депозитів в Україні є від трьох місяців до одного року. Ця ситуація вигідна, як банку, так і його вкладникам — банк може залучати депозити за порівняно вищою депозитною ставкою. Водночас, імовірно, залишатиметься і деяка частка кредитів з довгими термінами видачі, що пов'язано з великим терміном реалізації доданої вартості,

Якщо термін видачі кредитів більший за термін залучення депозитів ($Tk > Td$), що більш поширено в банківській практиці, то оптимальні кредитні та депозитні ставки мають відмінну поведінку, порівняно із випадком, коли ці терміни однакові. Так, за Tk періодів до кінця періоду керування, видача кредитів припиняється, а оптимальна кредитна ставка становить K/b . Аналогічно, за Td періодів до кінця періоду керування, залучення депозитів припиняється, а оптимальна депозитна ставка становить максимум із допустимих.

У період від $(T - Tk)$ до $(T - Td)$, оптимальна депозитна ставка становить $-D/a$, оскільки немає сенсу залучати депозити, оскільки в цей період уже не будуть видаватися кредити, відповідно не буде генеруватися процентний дохід і тому недоцільно генерувати і процентні витрати від залучення депозитів. У період від початку керування до $(T - Tk)$ доцільно видавати кредити і кредитна ставка визначатиметься тим, чи будуть залучатися депозити, та кількістю періодів, коли кредити ви-

наприклад, у будівництві, при інвестуванні в масштабні проекти, в тому числі, інфраструктурні. Або, альтернативно банк може залучати депозити на більший термін. В Україні ця практика не є поширеною, імовірно через високі процентні ризики на даний момент. Банки виставляють найбільшу депозитну ставку на депозити терміном один рік, стимулюючи клієнтів вкладати саме на такі терміни, і лише деякі банки залучають депозити на терміни до 3 років, то того ж при меншій депозитній ставці.

У випадку, якщо депозити залучаються на менший термін, ніж видаються кредити, і кредити про цьому повертаються у кожному періоді за класичною схемою (рівномірно протягом терміну кредитування — частина тіла кредиту, та відсоток від неповерненого тіла кредиту), то вхідні потоки від кредитної діяльності будуть наступати одразу ж з наступного місяця, вони можуть бути використані для видачі нових кредитів, тому в цілому при такій ситуації банк матиме більший прибуток та капітал банку на кінець періоду керування.

Оскільки депозити повертаються в кінці терміну залучення депозитів (тіло депозиту + відсотки), то оптимальна депозитна ставка в цілому відповідає поведінці, що описана вище в залежності від різних факторів. По-перше, за $(T - Td)$ періодів до кінця періоду керування депозити будуть залучатися за максимально допустимою депозитною ставкою. По-друге, в ті періоди, коли кредити не будуть видаватися, депозитна ставка становитиме мінімально допустиму $\max(0; -D/a)$. По-третє, в ті періоди коли кредити будуть видаватися, оптимальна депозитна ставка залежатиме від функції виданих та повернених кредитів, тому буде трохи відмінною від випадку, коли кредити повертаються в кінці терміну видачі кредитів.

Оптимальна кредитна ставка буде мати складну поведінку. По-перше, за $(T - 1)$ період до кінця періоду керування кредити не будуть видаватися, а оптимальна кредитна ставка становитиме K/b . В період часу від початку періоду керування до $(T - Tk)$ видані кредити матимуть достатньо часу до кінця періоду керування, щоб повернути і тіла кредитів, і нараховані відсотки. Тому в ці періоди, кредитування буде здійснюватися, оптимальна кредитна ставка знаходитиметься у межах від $K/2b$ до K/b , і буде залежати від ряду факторів — терміну кредитування, періоду керування, обсягів кредитів, залучених у попередні до керування періоди та параметрів функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів. У період між $(T - Tk)$ до $(T - 1)$ видані кредити не матимуть достатньо часу в рамках терміну керування, щоб повністю повернулося тіло кредиту (наприклад, з 60 періодів, може пройти лише 59), тому оптимальна кредитна ставка банку може бути як такою, при якій буде відбуватися видача кредитів, так і такою, щоб не видавалися кредити в залежності від співвідношення — чи процентні доходи від тих періодів протягом яких буде повертатися кредит, виданий в цьому періоді будуть більшими від частки неповерненого тіла кредиту (іншими словами, якщо навіть не повністю повернений кредит з відсотками буде більшим ніж початковий обсяг виданих кредитів). У відповідні періоди, залежно від параметрів, обсяги залучених депозитів можуть бути як нульовими так і не нульовими.

Випадкове запізнення при поверненні кредитів та депозитів суттєво впливає на поведінку банку — збільшує невизначеність щодо майбутніх грошових по-



Рис. 6. Частоти періодів, в які були повернені кредити, видані на 5 років, за нullo взято п'ятий рік повернення

токів, збільшує ризик втрати ліквідності і банкрутства. Для ілюстрації цих фактів, розглядалася ситуація за незмінних ринкових умов (K, b, D, a), наявності "історії" — певних обсягів виданих кредитів у попередні до періоду керування періоди, класичної схеми повернення кредиту (тіло кредиту повертається рівними частинами, а відсотки нараховуються на розмір неповерненого тіла кредиту), депозити залучаються на 1 період, а кредити видавалися на 3 періоди із поверненням частинами у кожен з трьох періодів, що йдуть після періоду, коли кредит був виданий, проте могли повертатися невчасно — в момент часу, який був запланований + випадкова величина, що має логнормальний розподіл.

Принцип моделювання випадкової величини був вибраний наступним чином: на основі історичних даних банку було виявлено, що більша частина кредитів повертаються завчасно — до того терміну, на який були видані, найбільша частота повернень відбувалася рівно в термін і невелика — поверталася з запізненням чи не поверталася взагалі (див. рис. 6).

Оскільки частота повернень не була симетричною відносно піку, недоцільно було використовувати нормальний розподіл. Тому для моделювання принципу було взято логнормальний розподіл з такими параметрами локалізації та масштабу, щоб він повертав біля 30% значень близьких до 0, біля 60% значень від'ємних та біля 10% додатніх. Такий розподіл був вибраний, щоб мати деякий універсальний правдоподібний розподіл, що дозволяв би робити узагальнення для різних банків, але при моделюванні конкретного банку можна задавати розподіл, що максимально детально відповідає частотам повернення кредитів цього банку на основі статистичної інформації. Логнормальний розподіл моделювався через функцію експоненти від нормального розподілу з мат.сподіванням $-0,35$ та середнім квадратичним відхиленням $0,45$, отримане значення потім заокруглювалося до цілого числа, оскільки при комп'ютерному моделюванні доводиться дискретизувати періоди часу і їх значення мають бути цілими.

Моделювання повернення кредиту здійснювалося таким чином, що коли кредит розбивався на деяку кількість частин, наступна частина не могла бути повернена, поки не була повернена попередня. Тому по відношенню до попередньої поверненою частини, час повернення наступної міг бути лише нульовим чи вищі, і не був від'ємним. Ситуація, коли цей час був від'ємним, відповідала випадку дочасного повернення чергової частини кредиту. Повернені відсотки в такому разі були меншими, ніж у випадку, якби чергова частина кредиту поверталася б в наступному періоді і на неповернене тіло кредиту були б нараховані додаткові відсотки.

Одноразове моделювання за таких параметрів може бути не показовим, оскільки ми будемо мати справу лише з деякою реалізацією випадкових величин. Тому поширеною практикою є використання методу Монте-Карло — значної кількості експериментів, де випадкові



Рис. 7. Графіки зміни оптимальних апіорних кредитної та депозитної ставки за незмінних ринкових умов з випадковим запізненням при поверненні кредитів та сталим запізненням при поверненні депозитів

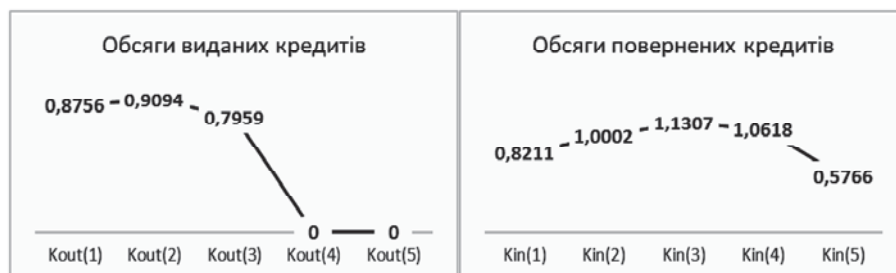


Рис. 8. Графіки зміни математичних сподівань обсягів виданих і повернутих кредитів за оптимальних апіорних кредитної та депозитної ставки за незмінних ринкових умов з випадковим запізненням при поверненні кредитів та сталим запізненням при поверненні депозитів

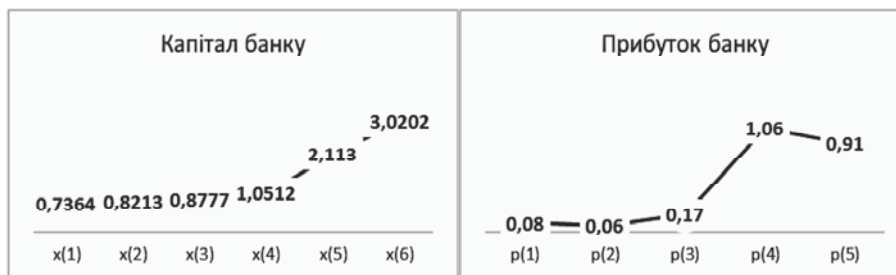


Рис. 9. Графіки зміни обсягів капіталу та прибутку банку за оптимальних апіорних кредитної та депозитної ставки за незмінних ринкових умов з випадковим запізненням при поверненні кредитів та сталим запізненням при поверненні депозитів

величини набувають своїх значень відповідно до їх розподілів, а результируючий показник певним чином враховує всю множину цих реалізацій, зазвичай через усереднення. Відповідно до цього підходу, було зроблено 5000 експериментів для різних комбінацій кредитних та депозитних ставок. Для кожної комбінації кредитних та депозитних ставок рахувалося середнє значення капіталу банку на кінець періоду керування — усереднення усіх капіталів банку на кінець періоду керування для 5000 експериментів.

Через так зване "прокляття розмірності" — в даному випадку експоненційне зростання необхідної кількості експериментів, щоб забезпечити достатньо точність результатів, довелося використовувати кредитні та депозитні ставки в комбінаціях із кроком 0,25 відсоткових пунктів. Хоча кращою була б точність 0,01 відсоткових пунктів, бо до такої точності банки задають свої відсоткові ставки в кредитних та депозитних договорах, але при такій точності на недостатній кількості експериментів не буде спостерігатися статистична значущість переважання однієї комбінації кредитних та депозитних ставок над іншою. Тому як компроміс між точністю та можливістю реалізації комп'ютерного моделювання даної задачі були вибрані саме такі значення кроку ставок та кількості експериментів. Оскільки більшість банків обирають кредитні та депозитні став-

ки з точністю до половини процентного пункту, рідше до 0,25.

У результаті моделювання було виявлено (див. рис. 7), що комбінація кредитних та депозитних ставок, що приводить до максимального середнього капіталу банку на кінець періоду керування демонструє поведінку, в загальному схожу до випадку без випадкових запізнень. Ці ставки будемо називати оптимальними апіорними кредитною та депозитною ставками, оскільки це відповідає ситуації, коли банк визначає їх одразу для всіх моментів часу протягом періоду керування і вони в середньому приводять до найбільшого капіталу банку на кінець періоду керування, незалежно від того якими були реалізації випадкового запізнення при поверненні кредитів.

По-перше, кредитні ставки демонструють різну поведінку у двох періодах — у першому кредити будуть видаватися і кредитні ставки будуть такими, щоб обсяги виданих кредитів були ненульовими, а в другому періоді кредитні ставки будуть рівні K/b , тому що за цієї кредитної ставки обсяги виданих кредитів будуть нульовими, і в цих періодах недоцільно видавати кредити, оскільки до кінця періоду керування повернеться менша частина кредиту з відсотками, ніж виданий обсяг кредиту. При випадковому поверненні кредитів, відповідно, математичне сподівання повернення кредиту з відсотками є критерієм того, чи будуть видаватися кредити в деякому періоді часу. В першому ж періоді, коли будуть видаватися кредити, кредитна ставка буде знижуватися в довгостроковому періоді за незмінних параметрів функції попиту на кредити, проте в короткостроковому періоді значний вплив матиме тривалість періоду керування і термін, на який видаються кредити. Ставки можуть понижатися як відносно плавно, деякими рівнями так і хвилеподібно — підвищуватися і знижуватися (хоч і знижуватися в довгостроковому періоді) — це залежить від терміну керування, терміну, на який видаються кредити та наявності виданих кредитів у періодах, що передують періоду керування, аналогічно до випадку, коли повернення кредитів відбувалося б із сталим запізненням.

По-друге, депозитні ставки демонструють різну поведінку у трьох періодах. У першому вони будуть більшими за $\max(-D/a; 0)$, якщо у банку недостатньо власних коштів для видачі кредитів за оптимальної кредитної ставки і рівними $\max(-D/a; 0)$ у протилежному випадку. В другому періоді вони будуть рівні $\max(-D/a; 0)$, за умови, що термін видачі кредитів буде більшим за термін залучення депозитів. Якщо ж термін залучення депозитів буде рівним чи більшим за термін виданих кредитів, то цього другого періоду не буде. В третьому періоді депозитна ставка буде максимально можливою (відповідати верхній межі допустимих депозитних ставок), бо залучені в цих періодах депозити не будуть повертатися протягом періоду керування.

Відповідно до цих оптимальних апіорних кредитної та депозитної ставки, обсяг виданих кредитів буде ненульовим у періоди з оптимальною апіорною кре-

дитною ставкою меншою за K/b (див. рис. 8). Відповідно до різних реалізацій випадкового запізнення при поверненні кредитів, банк буде мати різний обсяг пасивів і зможе видавати різні обсяги кредитів, тому на графіку показані уже математичні сподівання обсягів виданих кредитів.

Капітал банку за оптимальних апріорних кредитної та депозитної ставок, у середньому буде зростати (див. рис. 9).

Проте в залежності від різних реалізацій випадкового запізнення при поверненні кредитів розкид значень капіталу може бути досить значним, аж до від'ємних значень, що означає вихідні потоки більші, ніж наявні кошти та вхідні потоки, іншими словами — втрату ліквідності банку, що є передумовою банкрутства.

Прибуток банку також має значну варіацію значень. Часто більша дохідність інвестицій чи певних рішень пов'язана із більшим ризиком. Якщо під ризиком розуміти середньоквадратичний ухил капіталу банку на кінець періоду керування, можна бачити, що більший середній капітал банку на кінець періоду керування теж пов'язаний із більшим ризиком. Окрім достатньо класичного підходу до врахування ризику у вигляді середньоквадратичного ухилу від дохідності, в банківській діяльності доцільно також враховувати ризик втрати ліквідності банку — випадків, через які банк може збанкрутувати, що може тягнути за собою важкі соціально-економічні наслідки для національної чи навіть світової економіки. З моделювання видно, що для тих же показників капіталу банку ризик втрати ліквідності може бути доволі високим, і його можна зменшити з 20—80% до майже нуля за умови правильного ціноутворення. Це доводить необхідність врахування випадкового запізнення при ціноутворенні кредитів та депозитів.

В апріорних оптимальних ставок є недолік — оскільки вони задаються наперед для всього періоду керування, то вони налаштовуються під імовірні комбінації випадкових запізнень, і за деяких реалізацій випадкового запізнення банк може втрачати ліквідність. У реальності ж у банку є інформація щодо того якою була реалізація випадкового запізнення у попередні періоди

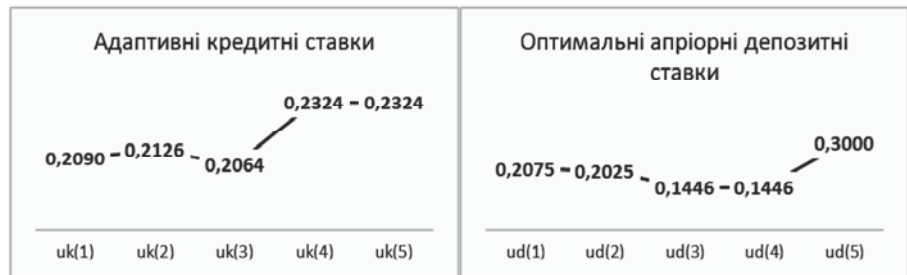


Рис. 10. Графіки зміни середніх адаптивних кредитної та депозитної ставок за незмінних ринкових умов з випадковим запізненням при поверненні кредитів та сталим запізненням при поверненні депозитів

часу, і він може адаптувати кредитні та депозитні ставки відповідно. Наприклад, у 5-й момент часу періоду керування, відомо якими були запізнення при поверненні кредитів у попередні періоди, відповідно відомо, якими були обсяги повернених кредитів і які кошти доступні для видачі нових кредитів.

Кредитні ставки, що враховують відомі значення реалізацій випадкових запізнень у попередні періоди будемо називати адаптивними кредитними ставками. Середні адаптивні кредитні ставки для 5000 експериментів за тих же параметрів функції попиту на кредити та пропозиції депозитів та параметрів запізнення зображені на рисунку 10. Можна зробити висновок, що адаптивні кредитні ставки в середньому нижчі за оптимальні апріорні кредитні ставки у відповідні моменти часу.

Капітал банку за адаптивних кредитної та депозитної ставок, протягом моментів часу, коли видаються кредити, буде зменшуватися майже до нуля і стрімко зростати в період ближчий до кінця періоду керування. Прибуток банку відповідно буде найбільшим ближче до кінця періоду керування. Варіативність капіталу і прибутку в перші моменти часу низька, а ближче до кінця періоду керування вони можуть набувати різних значень з великою дисперсією.

При адаптивних кредитних ставках були отримані середньоквадратичний ухил капіталу банку на кінець періоду керування на 5000 експериментах рівний $0,6 \cdot 10^6$, а відсоток втрат ліквідності рівний нулю, за рахунок врахування реалізацій випадкового запізнення у попередні періоди.

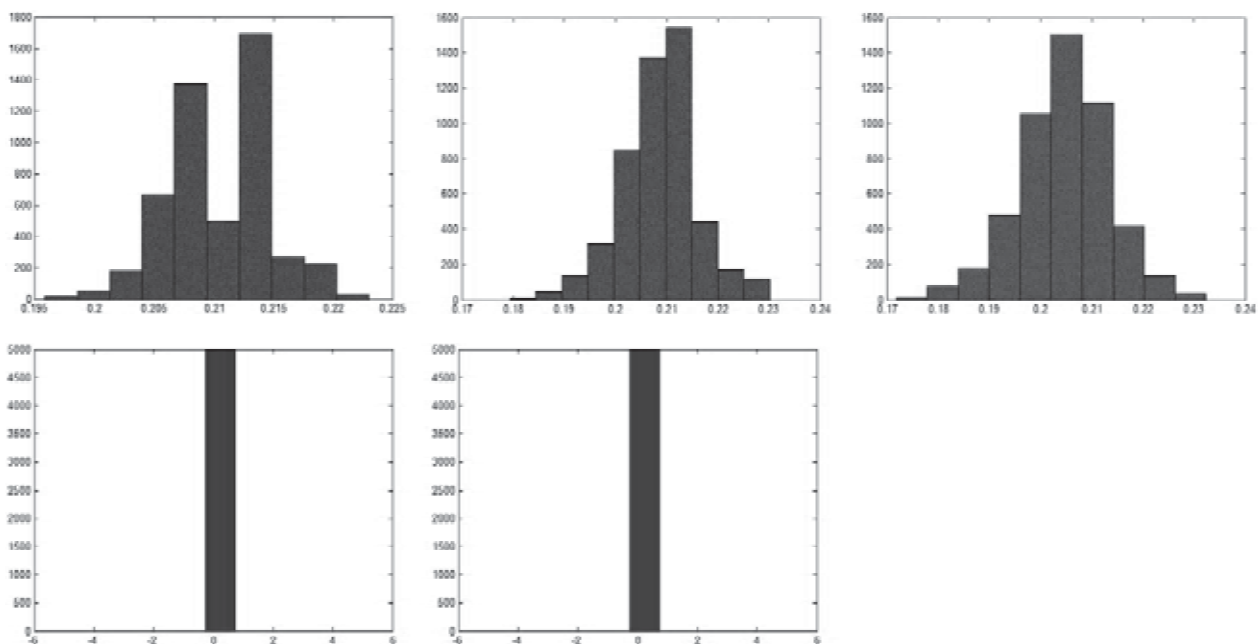


Рис. 11. Адаптивні ставки (з 5000 експериментів) у перші п'ять моментів часу за незмінних ринкових умов з випадковим запізненням при поверненні кредитів та сталим запізненням при поверненні депозитів

Адаптивні кредитні ставки для 5000 експериментів зображені на рисунку 11. З рисунка видно, що за різних реалізацій випадкового запізнення, значення адаптивних кредитних ставок змінюються доволі суттєво.

Якщо порівняти ціноутворення за допомогою оптимальних апріорних кредитної та депозитної ставки з ціноутворенням за допомогою адаптивних кредитних ставок, то можна бачити, що за адаптивних кредитних ставок середній капітал банку на кінець періоду керування збільшився на 11,5%, а відсоток випадків із втратою ліквідності зменшився з 0,72% до нуля, середньоквадратичний ухил капіталу на кінець періоду керування збільшився ж з $0,51 \cdot 10^6$ до $0,6 \cdot 10^6$, в той час як середній капітал збільшився на $0,35 \cdot 10^6$.

При погіршенні параметрів випадкового запізнення, — збільшення математичного сподівання випадкового запізнення в бік більш невчасного повернення кредитів, — адаптивні кредитні ставки мають все ще 0 відсотків випадків із втратою ліквідності, хоча капітал банку на кінець періоду керування став трохи меншим.

Тому доцільним буде рекомендувати банкам використовувати адаптивні кредитні ставки порівняно з оптимальними апріорними, бо вони зменшують до нуля ризик втрати ліквідності, дозволяють наростити більший капітал банку на кінець періоду керування та є достатньо робастними відносно параметрів випадкового запізнення при поверненні кредитів.

ВИСНОВКИ

Таким чином, у статті було удосконалено підходи до врахування запізнення при поверненні кредитів для ціноутворення на кредити та депозити за допомогою поточкових моделей банку. Було приведено загальну модель ціноутворення за умови випадкового запізнення при поверненні кредитів, наведено дискретизовану модель, на основі якої проводилось чисельне моделювання.

Проаналізовано вплив на поведінку моделі збільшення та зменшення параметрів функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів. Було виявлено, що зміна параметрів функцій впливає не лише на кредитну чи депозитну діяльність відповідно, а впливає на всі розглянуті показники банку. Кредитна та депозитна ставки змінюються синхронно і однонаправлено. Зростання параметрів K, D , а веде до збільшення кредитної та депозитної ставки, а зростання параметру b , капіталу банку на початок періоду керування та часу веде до зменшення кредитної та депозитної ставки.

Виявлено, що на оптимальні кредитну та депозитну ставки, обсяги кредитів та депозитів, прибуток та капітал банку впливають не лише параметри функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів, капітал банку на початок періоду керування та час, а й тривалість періоду керування, величина запізнення при поверненні кредитів та депозитів, різниця між величиною запізнення при поверненні кредитів та депозитів, кредитні ставки та обсяги кредитів та депозитів до початку періоду керування, схема повернення кредиту. Виявлено, що зміни параметрів функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів впливають на поведінку моделі таким же чином, як і у випадку без запізнення.

Було досліджено характер випадкового запізнення на прикладі українського банку, з використанням цього запізнення отримано оптимальні апріорні кредитні та депозитні ставки що максимізують математичне сподівання капіталу банку на кінець періоду керування, було описано поведінку моделі, розподіли обсягів кредитів та депозитів, прибутку та капіталу. Запропоновано альтернативний спосіб ціноутворення, що зменшує ризик втрати ліквідності банку і збільшує капітал банку на кінець періоду керування.

Загальність сімейства поточкових моделей банку і врахування в них багатьох факторів розкриває перс-

пективи подальших досліджень у цьому напрямку у шляху визначення оптимального ціноутворення для різних функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів, із врахуванням запізнення при поверненні депозитів, часткового чи повного неповернення кредитів.

Література:

1. Закон України "Про банки і банківську діяльність": за станом на 7 груд. 2000 р. / Верховна Рада України. — Офіц. вид. — К.: Відомості Верховної Ради України, 2015. — №5. — С. 37 — (Бібліотека офіційних видань).
2. Anderson R. The influence of product age on pricing decisions: An examination of bank deposit interest rate setting / R. Anderson, J.K. Ashton, R.S. Hudson // Journal of International Financial Markets, Institutions and Money. — Elsevier, 2014. — Vol. 31. — P. 216—230.
3. Andros S. A Design of Optimal Interest Rate is on Credit for Receipt of Maximal Profit of Commercial Bank / S. Andros, A. Drozd // Management & Sustainable Development. — Sofia: University of Forestry, 2012. — P. 102—107.
4. Arping S. Bank Competition, Loan Pricing, and Financial Stability [Електронний ресурс] / S. Arping. — 2013. — Режим доступу: <http://ssrn.com/abstract=2306513>
5. Voloshyn I.V. Integrated Risk Management in a Commercial Market-Maker Bank Using the "Cash Flow at Risk" Approach. [Електронний ресурс] / I.V. Voloshyn, M.I. Voloshyn. — 2013. — Режим доступу: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2205570
6. Волошин І.В. Ціноутворення роздрібних вкладів з урахуванням ризику перевкладення / І.В. Волошин // Вісник Національного банку України. — К.: Національний Банк України, 2011. — № 6 (184). — С. 32—35.
7. Wruuk P. Pricing in retail banking / P. Wruuk // Scope for boosting customer satisfaction. — Frankfurt am Main: Deutsche Bank AG, 2013. — P. 1—20.
8. Гришин А.Г. Постановка задачі оптимізації управління комерційним банком / А.Г. Гришин, Д.В. Козак, А.В. Умрик, В.И. Иваненко // Вестник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". — Харків: НТУ "ХПИ", 2001. — Ч. 2. — С. 154—157.
9. Гришин О.Г. Стратегічне планування та керування діяльністю банківської установи на основі математичної моделі комерційного банку. / О.Г. Гришин // Економіка та підприємництво. — К.: КНЕУ, 2004. — Вип. 12. — С. 261—266.
10. Дрозд А.О. Ефективне керування рекламними витратами банку / А.О. Дрозд, В.О. Капустян // Міжнародний науково-практичний журнал "Економіка та держава". — Київ: ТОВ "Редакція журналу "Економіка та держава", 2010. — № 6. — С. 65—67.
11. Дрозд А.О. Керування основною діяльністю банку із власним капіталом, достатнім для задоволення максимального попиту на кредити / А.О. Дрозд // Матеріали II Міжнародної конференції молодих вчених ЕМ-2011. — Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. — С. 244—245.
12. Дрозд А.О. Оптимальні кредитні та депозитні ставки багатопродуктового комерційного банку / А.О. Дрозд, В.О. Капустян // Економічний вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". — К.: ВПК "Політехніка", 2013. — № 10. — С. 537—542.
13. Drozd A. Optimal Behavior of the Bank with Capital Sufficiency for Meeting Demand on Its Loans / A. Drozd // Collection of Papers 2012. — Prague: Oeconomica Publishing house, 2012. — P. 17—27.
14. Дрозд А.О. Застосування сімейства поточкових моделей банку у банківській діяльності / А.О. Дрозд, О.Є. Сокульський // Економіка і держава. — Київ, 2015. — № 4. — С. 103—106.

15. Дрозд А. О. Оптимальне ціноутворення кредитного та депозитного продуктів комерційного банку // Бізнес Інформ. — 2015. — № 5. — С. 100—108.

16. Іваненко В.І. До управління фінансами в комерційних банках / В.І. Іваненко, О.В. Куц, О.Г. Гришин // Моделювання та інформаційні системи в економіці. — К.: КНЕУ, 2007. — Т. 84. — С. 220—230.

17. Капустян В.О. Оптимальні кредитні та депозитні ставки двопродуктового комерційного банку / В.О. Капустян, А.О. Дрозд // Збірник наукових праць "Економічний аналіз". — Вип. 11, Ч 1. — Тернопіль: ВПЦТНЕУ "Економічна думка", 2012. — С. 356—361.

18. Капустян В.О. Моделювання прибутку банківської установи в умовах кризи / В.О. Капустян, К.О. Ільченко // Бізнес-Інформ. — Харків: Видавничий дім "ІНЖЕК", 2010. — № 4. — С. 92—95.

19. Klein M.A. Theory of banking firm / M.A. Klein // Journal of Money. — Ohio: Ohio State University Press, 1971. — Vol. 3. — P. 205—218.

20. Lim C.Y. Bank accounting conservatism and bank loan pricing / C.Y. Lim [et al.] // Journal of Accounting and Public Policy. — Elsevier, 2014. — Vol. 33, Issue 3. — P. 260—278.

21. Marrouch W. Bank Pricing Under Oligopsony-Oligopoly: Evidence from 103 Developing Countries [Електронний ресурс] / W. Marrouch, R. Turk Ariss // BOFIT Discussion Paper. — Helsinki: Bank of Finland: 2012. — no. 1. — Режим доступу: <http://ssrn.com/abstract=2004294>.

22. Monti M. Deposit, credit, and interest rate determination under alternative bank objectives / M. Monti // Mathematical methods of finance. — Amsterdam, North-Holland, 1972 — P. 430—454.

23. Осипенко Д.В. Динамічна модель комерційного банку / Д.В. Осипенко // Фінанси України. — К.: Міністерство фінансів України, 2005. — № 11. — С. 87—92.

24. Pan L. RAROC Loan Pricing Model Based on Corporate loan Perspective [Електронний ресурс] / L. Pan, D. Jiang // Systems Engineering. — Hunan: Hunan University, 2014. — Vol. 3. — Режим доступу: http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-GCXT201403007.htm

25. Freixas X. Microeconomics of banking / X. Freixas, J-S. Rochet. — 2nd ed. — MIT Press, 1999. — 392 p.

References:

1. The Verkhovna Rada of Ukraine (2000), The Law of Ukraine "On Banks and Banking", available at: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/2121-14/ed20150426> (Accessed 1 March 2015).

2. Anderson, R. Ashton, J. K. and Hudson, R. S. (2014), "The influence of product age on pricing decisions: An examination of bank deposit interest rate setting", Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, vol. 31, pp. 216—230.

3. Andros, S. and Drozd, A. (2012), "A Design of Optimal Interest Rate is on Credit for Receipt of Maximal Profit of Commercial Bank", Management & Sustainable Development, pp. 102—107.

4. Arping, S. (2013), "Bank Competition, Loan Pricing, and Financial Stability", Loan Pricing, and Financial Stability, [Online], available at: <http://ssrn.com/abstract=2306513> (Accessed 1 March 2015).

5. Voloshyn, I. V. and Voloshyn, M. I. (2013), "Integrated Risk Management in a Commercial Market-Maker Bank Using the "Cash Flow at Risk" Approach", [Online], available at: <http://ssrn.com/abstract=2205570>

6. Voloshyn, I. V. (2011), "Pricing of retail deposits taking into account rollover risk", Visnyk NBU, no. 6 (184), pp. 32—35.

7. Wruuk, P. (2013), "Pricing in retail banking. Scope for boosting customer satisfaction & profitability", Deutsche Bank AG: Frankfurt am Main, [Online], available at: https://www.dbresearch.com/PROD/DBR_INTERNET_EN-PROD/PROD000000000304766/Pricing+in+retail+banking%3A+Scope+for+boosting+cust.PDF (Accessed 1 March 2015).

8. Gryshyn, A. G. Kozak, D. V. Umrik, A. V. and Ivanenko, V. I. (2001), "Statement of optimization problem of commercial bank management", Vestnik Nacional'nogo tehničeskogo universiteta "Har'kovskij politehničeskij institute", vol. 2, pp. 154—157.

9. Gryshyn, O. G. (2004), "Strategic planning and control of bank's activity on the basis of mathematical model of commercial bank", Economics and entrepreneurship, vol. 12, pp. 261—266.

10. Drozd, A. O. and Kapustian, V. O. (2010), "Effective management of bank advertisement expenses", Ekonomika ta derzhava, no. 6, pp. 65—67.

11. Drozd, A. O. (2011), "Control of main activity of bank with enough equity capital for fulfilling maximal demand on loans", Proceedings of the International Conference of Young Scientists "ECONOMICS&MANAGEMENT2011", Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine, pp. 244—245.

12. Drozd, A. O. and Kapustian, V. O. (2013), "Optimal loan and deposit rates of multiproduct commercial bank", Economic bulletin of National technical university of Ukraine "Kyiv polytechnical institute", no. 10, pp. 537—542.

13. Drozd, A. (2012), "Optimal Behavior of the Bank with Capital Sufficiency for Meeting Demand on Its Loans", Collection of Papers 2012, The 13th Doctoral Conference in Accounting and Finance, University of Economics, Prague, Czech Republic, pp. 17—27.

14. Drozd, A. O. (2015), "Bank flow models family application in banking", Ekonomika ta derzhava, no. 4, pp. 103—106.

15. Drozd, A. O. (2015), "Optimal commercial bank credit and deposit products pricing", Biznes-Inform, no. 5, pp. 100—108.

16. Ivanenko, V. I. Kuts, O. V. and Gryshyn, O. G. (2011), "On management of finances in commercial bank", Modeling and informational systems in economics, vol. 84, pp. 220—230.

17. Kapustian, V. O. and Drozd, A. O. (2012), "Optimal loan rates and deposit rates of two-product commercial bank", Collection of Papers "Economic Analysis", vol. 11, no. 1, pp. 356—361.

18. Kapustian, V. O. and Ilchenko K. O. (2010), "Modelling of bank profit in case of crisis", Biznes-Inform, no. 4, pp. 92—95.

19. Klein, M. A. (1971), "Theory of banking firm", Journal of Money, vol. 3, pp. 205—218.

20. Lim, C. Y. et al. (2014), "Bank accounting conservatism and bank loan pricing", Journal of Accounting and Public Policy, vol. 33, Issue 3, pp. 260—278.

21. Marrouch, W. and Turk Ariss, R. (2012), "Bank Pricing Under Oligopsony-Oligopoly: Evidence from 103 Developing Countries", BOFIT Discussion Paper, no. 1, [Online], available at: <http://ssrn.com/abstract=2004294> (Accessed 1 March 2015).

22. Monti, M. (1972), "Deposit, credit, and interest rate determination under alternative bank objectives", Mathematical methods of finance, Amsterdam, North-Holland, pp. 430—454.

23. Osipenko, D. V. (2005), "Dynamic model of commercial bank", Finances of Ukraine, no. 11, pp. 87—92.

24. Pan, L. and Jiang, D. (2014), "RAROC Loan Pricing Model Based on Corporate loan Perspective", Systems Engineering, Volume 3, [Online], available at: http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-GCXT201403007.htm (Accessed 1 March 2015).

25. Freixas, X. and Rochet, J. S. (1999), "Microeconomics of banking", MIT Press, London, England.

Стаття надійшла до редакції 06.08.2016 р.