

РЕЙКІН

Віталій Самсонович
Vitaliyreikin@gmail.com

УДК 519.866

МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ ОБСЯГІВ ТІНЬОВОЇ ЕКОНОМІКИ ІЗ
ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЙРО-НЕЧІТКИХ ТЕХНОЛОГІЙMETHODOLOGY OF MODELING THE VOLUMES OF SHADOW ECONOMY
WITH THE USE OF NEURAL-FUZZY TECHNOLOGIESк.е.н., доцент, СНУ імені
Лесі Українки

У статті проведено теоретичний аналіз методики моделювання обсягів тіньової економіки із використанням нечіткої логіки. Дано критичну оцінку методів Сугено та Мамдані. Обґрунтовано переваги нейро-нечіткого підходу як перспективного та ефективного засобу моделювання та прогнозування обсягів тіньової економіки.

В статье осуществлено теоретический анализ методики моделирования объемов теневой экономики с использованием нечеткой логики. Дано критическую оценку методов Сугено и Мамдани. Обоснованы преимущества нейро-нечеткого подхода как перспективного и эффективного средства моделирования и прогнозирования объемов теневой экономики.

The theoretical analysis of the methodology modeling the volumes of the shadow economy using fuzzy logic is carried out in the article. A critical evaluation of the methods of Sugeno and Mamdani is given. The advantages of the neural-fuzzy approach as a promising and effective tool for modeling and forecasting the volumes of the shadow economy are substantiated.

Ключові слова: нечітка логіка, тіньова економіка, метод Мамдані, метод Сугено, моделювання

Ключевые слова: нечеткая логика, теневая экономика, метод Мамдани, метод Сугено, моделирование

Keywords: fuzzy logic, shadow economy, Mamdani method, Sugeno method, modeling

ВСТУП

Моделювання як науковий метод досить часто застосовується при дослідженні складних економічних явищ та процесів. Наприклад, метод «МІМІС» Ф. Шнайдера використовується фахівцями Світового банку при оцінюванні масштабів поширення тіньової економіки на макро- та мегарівні [19]. Практична реалізація економіко-математичного моделювання пов'язана із узагальненням, сращенням та певним абстрагуванням, оскільки надто складні системи неможливо аналізувати, а надмірна конкретизація не дає змоги виокремити найбільш важливі аспекти. Зокрема, Дж. Робінсон зауважувала, що недоречно відтворювати реалію у масштабі 1:1 [11]. У зазначеному контексті В. Баумоль також доводив, що «звинувачення на адресу цих методів в тому, що вони перетворюють теорію в чисту абстракцію, позбавляють її будь-якого зв'язку з реальністю та практичною застосованістю – явна неправда» [1, с. 92].

Одним із найбільш перспективних напрямів моделювання та прогнозування тіньових явищ і процесів є нечітка логіка, оскільки оцінка тінізації за своєю сутністю може бути виражена лише наближено та здійснюється значною мірою в умовах невизначеності і латентності.

МЕТА РОБОТИ – визначити можливості нейро-нечітких технологій з метою їх застосування для оцінки та прогнозування обсягів тіньової економіки в Україні.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Методологічною та інформаційною основою роботи є наукові праці, предметом дослідження яких є моделювання різнобічних аспектів економіки.

При проведенні дослідження використано теоретичний аналіз методів моделювання, їх порівняння та узагальнення.

РЕЗУЛЬТАТИ

Теорія нечітких множин (в економічних дослідженнях більш поширений термін «нечітка логіка»), заснована Л. Заде в 1965 році [21], виникла внаслідок невдоволеності від використання класичних математичних методів, які спонукали домагатися штучної точності, не притаманної багатьом системам в реальності. Термін «fuzzy» (нечіткий, розмитий) в назві теорії вказує на дистанціювання від традиційної математики, що оперує чіткими поняттями бінарної логіки: «так – ні», «істина – неправда», «належить – не належить». Головна особливість теорії нечіткої логіки – допустимість певної неточності, часткової істинності для пристосованості та узгодженості із фактичною реальністю. Застосування інструментарію нечіткої логіки дозволяє реалізовувати ряд практичних завдань, які не вирішуються в ситуаціях, коли традиційні математичні підходи неефективні, чи взагалі непридатні через відсутність точної та повної інформації про об'єкт дослідження.

Математичне моделювання на основі нечіткої логіки доцільно застосовувати в економіці за умов, які реалізують низку переваг.

А) Моделювання економічних процесів стохастичного походження в умовах невизначеності. Зокрема, зазначена вимога дотримується при дослідженні тінзації економіки, яка має ймовірний характер.

Б) Наявним статистичним даним характерна неоднорідність та нестационарність через перманентну трансформацію економіки.

В) На відміну від традиційних математичних підходів, які базуються переважно на припущенні про нормальність розподілу статистичних рядів даних, нечітка логіка не потребує обов'язковості дотримання зазначеної вимоги. Внаслідок переходу від кількісних значень економічних показників до оперування якісними лінгвістичними описами втрачається сенс попереднього дослідження щодо наявності мультиколінеарності та автокореляції предикатів [6, с. 32]. Як наслідок – при формуванні нечіткої моделі в експерта-аналітика з'являється можливість комбінювання детермінант без обов'язкової значимої кореляції із результативною змінною.

Г) В інформаційній базі певних періодів частково (чи повністю) відсутні важливі кількісні показники, або окремі фактори мають лише якісний вимір. В нечіткій логіці передбачене поєднання кількісних показників одночасно із якісними. Такий методичний прийом надає можливість адаптації моделі до мінливих умов економіки.

Д) Необхідність врахування експертних знань у математичній моделі. Застосуванню виключно експертних оцінок властивий надмірний вплив суб'єктивного чинника. Нечітка логіка – єдиний інструмент із математичною реалізацією, що враховує експертну інформацію, одночасно мінімізуючи суб'єктивність.

Е) Існує обов'язкова вимога щодо налаштування параметрів моделі на реальних статистичних показниках із застосуванням алгоритмів оптимізації.

Є) Візуальна видимість («прозорість») архітектури нейро-нечіткої моделі, що дає можливість змістовної інтерпретації.

Ж) Відсутність вимог до обмеження розмірності системи.

Об'єктивними недоліками моделювання на основі нечіткої логіки є:

- відсутня стандартна методика вибору архітектури нечітких систем;
- існує проблема відбору адекватної сукупності визначальних факторів впливу на результуючу змінну;
- виникає потреба залучення фахівців при програмній реалізації моделі;
- неможливість економічної інтерпретації окремих показників моделі.
- попередня підготовка (передобробка) експериментальних даних є досить трудомістким процесом.

Ефективність моделей на основі нечіткої логіки суттєво зростає, якщо їх застосовувати одночасно у взаємодії із технологіями штучних нейронних мереж. При цьому можливе досягнення синергетичного ефекту за рахунок притаманної здатності нейронних

мереж до «навчання» на фактичних даних. Якщо в моделях, які базуються на нечіткій логіці, використовується квазіархітектура нейронних мереж для встановлення взаємозв'язків між вхідними змінними та результуючою, а також застосовується оптимізація окремих параметрів спеціальними алгоритмами, то такі системи фактично є гібридними нейро-нечіткими моделями (ННМ). Вони інтерпретуються як паралельно розподілені нечіткі системи, або як нейронні системи з нечіткими параметрами. Подібний синтез дозволяє поєднати властивості адаптивності і робастності нейронних мереж із універсальністю нечіткої логіки.

Нейро-нечіткі технології загалом являють собою універсальний механізм апроксимації, який може успішно застосовуватися для вирішення широкого спектру економічних задач. Причому теоретичні основи для такого підходу досить чіткі та точні завдяки математичним доведенням. При дослідженні взаємозв'язку між теоріями нечіткої логіки та нейронних мереж Б. Коско була доведена фундаментальна FAT-теорема (Fuzzy Approximation Theorem), згідно якої будь-яка математична система може бути апроксимована іншою системою, що базується на нечіткій логіці [16]. Цим самим було підтверджено повноту теорії нечіткої логіки.

Подальші емпіричні дослідження прикладного характеру, що реалізовані як на світовому рівні, так і в сучасних умовах економіки України, підтвердили високу адекватність ННМ порівняно із іншими альтернативними методами [8, с. 38-39]. Проте моделювання на основі технологій нечіткої логіки стосовно оцінювання тінгової економіки фактично не здійснювалося.

Розрахунки в математичному апараті нечіткої логіки базуються на застосуванні спеціальних функцій належності, з яких в експериментальних дослідженнях найчастіше використовуються квазідзвоноподібна та трапецевидна. Причому в економіко-математичному моделюванні застосовується переважно квазідзвоноподібна функція належності за рахунок переваг її зручності, універсальності та відносної простоти: визначається лише двома параметрами («b» і «c»), оптимізація яких інтегрується з алгоритмами налаштування нейронних мереж. Важливою особливістю цієї функції є асимптотичне спадання до нуля, що при моделюванні узгоджується із поняттям «природний» рівень тінзації.

Аналітична форма вираження квазідзвоноподібної функції належності задається такою формулою [10, с. 50]:

$$\mu^T(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - b}{c}\right)^2}, \quad (1)$$

де $\mu^T(x)$ – ступінь належності змінної «x» до нечіткої множини;

x – кількісне значення вхідної змінної;

T – нечіткий терм лінгвістичної змінної;

b – координата максимуму певного терма;

c – коефіцієнт концентрації, який характеризує "розтяги-стиснення" графіка функції належності.

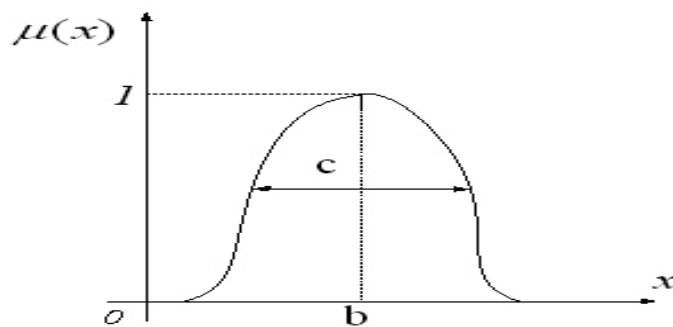


Рис. 1. Функція належності у вигляді квазідзвоноподібної форми

Нейро-нечітке моделювання складається з двох етапів: генерування та налаштування.

1) Генерування ННМ.

Важливо зауважити, що на початковому етапі генерації ННМ необхідно зробити вибір щодо чисельності вхідних змінних. При цьому збільшення кількості вхідних параметрів, які обумовлюють її характеристику, призводить до надмірного зростання складності всієї системи. Як наслідок – можливе виникненню двох різноспрямованих ефектів: між ефективністю та робастністю, складністю та точністю.

А) Згідно теорії систем висока ефективність може поєднуватися із досить низькою робастністю (стійкістю до суттєвих зовнішніх впливів). В умовах невизначеності, притаманній функціонуванню тіньової економіки, чим більша ефективність моделі, тим нижча її робастність. Ця проблема спричинена не відсталістю, а саме розвитком системи.

Б) В міру зростання складності моделі здатність формулювати точні твердження знижується до певного порогового рівня, за межами якого точність та складність фактично стають взаємовиключними. Тобто практично завжди існує критичний рівень точності, перевищення якого позбавлене сенсу. Наведена закономірність особливо актуальна для ННМ, де вхідні змінні, які задані якісно у лінгвістичній формі, априорі неможливо точно виміряти.

Визнаючи існування вищезазначених ефектів, Л. Заде сформулював базовий принцип несумісності суттєвої складності та високої точності: «складність системи і точність, з якою її можна аналізувати, оберненопропорційні» [3, с. 10]. Тобто у випадку застосування нечітких технологій слід намагатися дотримуватися збалансованості між ефективністю, складністю та робастністю системи. Тому при моделюванні оцінки обсягів тіньової економіки доцільно включати в імітаційно-адаптивну ННМ лише найбільш значимі фактори впливу, що знижує складність та точність системи, але одночасно підвищує її стійкість.

Початковий етап безпосереднього генерування ННМ розпочинається із процедури фазифікації (fuzzification) – перетворення кількісних значень вхідних змінних у лінгвістичні терми, з якими можливе оперування як із якісними показниками [22].

Надалі необхідно сформувати попередню структуру нечіткої бази знань (БЗ), що складається з набору лінгвістичних правил у формі «ЯКЩО – ТОДІ»,

які відображають логіку взаємозв'язку між вхідними детермінантами та результуючою змінною. Сукупність лінгвістичних правил формується шляхом комбінування заданих термів пояснюючих змінних (найчастіше – в кількості 3 чи 5) експертом із предметної галузі знань, або автоматично із допомогою спеціальних програм.

Початковий синтез ННМ реалізується за методами Мамдані, або Сугено.

Вчені Такагі та Сугено запропонували адаптивну нейро-нечітку систему моделювання без необхідності залучення експертних знань [20]. Суть цього методу полягає в автоматичній екстракції із баз даних закономірностей, які формулюються як асоціативні правила БЗ у вигляді лінгвістичних висловлювань за результатами статистичних спостережень. На відміну від методу Мамдані, нечіткий логічний висновок за кожним правилом БЗ типу Сугено представлено не у вигляді лінгвістичного терму, а функціональними залежностями (найчастіше – у вигляді лінійної функції) від кількісних значень вхідних змінних. Необхідно зауважити, що лінійні коефіцієнти при обчисленні вихідної змінної у методі Сугено не мають економічної інтерпретації.

Отже, БЗ ННМ типу Сугено за формою представлення є гібридною: її лінгвістичні правила задані нечітко у вигляді комбінації термів, а логічне виведення – у вигляді лінійної функції. Загалом ННМ типу Сугено може інтерпретуватися як особлива модифікація нейронних мереж прямого поширення. Відповідно для налаштування ННМ Сугено застосовуються спеціальні алгоритми оптимізації параметрів класичних нейронних моделей.

В моделі Мамдані взаємозв'язок між вхідними детермінантами та результуючою змінною визначається повністю нечіткою БЗ: як вхідні предикати, так і результуюча змінна мають нечіткий характер у вигляді лінгвістичних висловлювань. На відміну від моделі Сугено альтернативна методика Мамдані полягає у формуванні нечіткої БЗ експертом «вручну», що вносить у процес відповідні складнощі та незначну частку суб'єктивізму [17].

Терми логічних правил БЗ підлягають чіткій впорядкованості, яка не дозволяє під час оптимізації моделі порушити їхню ієрархічність. На лінгвістичні терми БЗ типу Мамдані накладаються обов'язкові обмеження:

а) для будь-якого терма вхідного фактора має бути хоча б одне логічне правило, в якому цей терм використовується в якості передумови;

б) існує хоча б одне правило для кожного терма результуючої змінної.

Після завершення формування БЗ необхідно здійснити верифікацію щодо наявності логічних правил,

які за однакових складових, мають різні нечіткі виведення результуючої змінної. У цьому випадку для уникнення суперечностей необхідно внести в структуру БЗ відповідні корегування. У табл. 1 подано відмінності між моделями типу Мамдані та Сугено.

Таблиця 1

Відмінності моделей типу Мамдані та Сугено

[складено на основі [2], [8], [9], [12], [13], [15]]

№ з/п	Характерна ознака	Модель типу Мамдані	Модель типу Сугено
1	Формат бази знань	Нечіткий: лінгвістичні правила та логічне виведення задані термами.	Гібридний: нечіткі лінгвістичні правила та чітка лінійна функція виведення.
2	Спосіб реалізації	«Вручну» у формі експертних лінгвістичних висловлювань із врахуванням статистичних даних.	Автоматична екстракція закономірностей програмними засобами на основі статистичних даних часових рядів.
3	Вагові коефіцієнти	Можуть застосовуватися як додатковий параметр налаштування та оптимізації.	Не застосовуються, оскільки розрахунок результуючої змінної включає коефіцієнти лінійної функції виведення.
4	Процедура дефазифікації	За методом «центра ваги».	За методом зваженої середньої величини.

Після завершення процесу генерації БЗ відбувається формування нечіткого логічного виведення – апроксимація залежності між вхідними предикатами та результуючою змінними на основі лінгвістичних правил та операцій над нечіткими множинами.

Для оперування із ступенями належності визначені базові логічні операції, основними з яких є перетин та об'єднання нечітких множин. Спочатку відбувається пошук мінімальних значень функцій належності серед усіх вхідних змінних за допомогою логічних операцій перетину множин (нечітке «ТА»). Кінцеве визначення терма результуючої змінної «У» обирається за правилом максимуму виходу функцій належності з усіх лінгвістичних правил бази знань (нечітке «АБО»). Математично формалізація має таку форму:

$$U = \arg \max [\mu^T (X_1, \dots, X_n)], \quad (2)$$

де U – терм результуючої змінної;

μ^T – ступінь належності відповідного терма;

X_i – вхідні змінні;

n – кількість вхідних змінних.

Ступінь належності результуючої змінної може визначатися спецпрограмними засобами графічно за висотою перетину нечітких множин.

Етап генерування ННМ завершується процесом дефазифікації (defuzzification) – зворотнім перетворенням нечітко визначеної лінгвістичної оцінки результуючої змінної у чітке чисельне значення. Ця процедура важлива для кількісної інтерпретації лінгвістичних термів. Дефазифікація в нечіткій логіці подібна до пошуку характеристик медіани чи моди випадкових величин в теорії ймовірності. Самим простим методом дефазифікації є вибір чіткого числа з максимальним ступенем належності нечіткої множини, але його застосування можливе виключно для функцій з одним екстремумом. На практиці домінують такі методи дефазифікації:

а) пошук центра ваги фігури (centroid), обмеженої осями координат та графіком функцій належності об'єднаних нечітких множин (дефазифікація для моделі Мамдані). На практиці метод центра ваги реалізується графічно прикладними програмними засобами.

б) за зваженим середнім значенням (дефазифікація для моделі Сугено).

На рис. 2 наведена типова структура нечіткої моделі, яка утворюється у процесі генерування ННМ за її базовими складовими:



Рис. 2. Типова структура нечіткої моделі [4, с. 69]

Загалом чітке значення результуючої змінної залежить від низки параметрів структури ННМ: чисельності термів та лінгвістичних правил, виду функцій належності, логічних операцій та методу дефазифікації.

Програмна реалізація оцінки обсягів тіньової економіки із застосуванням нейро-нечітких технологій можлива в надбудові одного із найбільш поширених системних комплексів: Matlab – «Fuzzy Logic Toolbox».

2) Налаштування параметрів моделі.

Цей етап реалізується з метою суттєвого покращення описової здатності ННМ шляхом її адаптації відповідно до реальних умов функціонування тіньової економіки. Необхідно зауважити, що налаштування нечітких моделей типу Мамдані є не обов'язковим, оскільки вони здатні коректно ідентифікувати систему навіть без «навчання» на фактичних даних, базуючись лише на сформованих комбінаціях логічних правил та попередньо визначених параметрах функцій належності [7, с. 78].

У загальному випадку налаштування моделей на нечіткій логіці здійснюється шляхом підбору оптимальних параметрів функцій належності всіх термів для кожного логічного правила БЗ, які мінімізують відхилення експериментальних результатів нейро-нечіткої апроксимації із фактичними статистичними даними на всій часовій вибірці [8, с. 129].

Адекватне налаштування моделі на нечіткій логіці можливо забезпечити за рахунок застосування алгоритмів оптимізації нейронних мереж. Найбільш поширеним алгоритмом оптимізації, який може бути застосований для нечітких моделей із квазіподібною функцією належності, є алгоритм зворотного поширення похибки (Back-Propagation Errors) [18]. Сутність «навчання» нечіткої моделі полягає у встановленні оптимальних параметрів констант «b» і «c» функцій належності кожного терму для всіх змінних «X» та «Y». «Навчання» ННМ на реальних статистичних даних дозволяє відокремити некоректні логічні правила та уникнути дублювання однакових комбінацій, що відповідають різним термам результуючої змінної.

Пошук оптимальної структури для будь-якої нечіткої моделі – досить проблематичне завдання навіть при використанні незначної кількості термів нечіткої множини та параметрів функцій належності. За умови відносно нескладної конфігурації ННМ необхідно володіти орієнтовно вдвічі більшим обсягом статистичних даних навчальної вибірки порівняно із загальною кількістю параметрів налаштування.

Як показують результати емпіричного експериментування для навчальних вибірок невеликих обсягів якість ідентифікації вища для моделей типу Мамдані [5; 14]. Це пояснюється тим, що початково згенерована нечітка модель базується на експертних знаннях, які враховують основні закономірності між вхідними детермінантами та результуючою змінною, виявлені внаслідок попереднього теоретичного аналізу. За наявності значної кількості статистичних спостережень навчальна вибірка матиме досить суттєвий обсяг; в цьому разі точність ідентифікації моделі типу Сугено буде вищою порівняно із

Мамдані. Однак, після завершення процесу «навчання» модель Мамдані залишається доступною для змістовної інтерпретації лінгвістичними термами із інтуїтивно зрозумілою процедурою нечіткого логічного висновку. Для моделей типу Сугено, внаслідок автоматичної екстракції нечітких правил із початкових статистичних даних, існує характерна проблема – можливість економічної інтерпретації параметрів моделі а також пояснення логічного виведення суттєво ускладнені. Отже, для завдань, пріоритетом яких є точність ідентифікації, більш доцільно застосовувати ННМ Сугено; відповідно у тих випадках, де більш важливі змістовні пояснення та обґрунтування результатів, моделі типу Мамдані матимуть перевагу.

ВИСНОВКИ

Використання нечітких технологій дає можливість здійснювати моделювання фактично будь-яких різнотипних систем та дозволяє вирішувати завдання, які не реалізуються іншими математичними методами. Моделювання на основі нечіткої логіки необхідно застосовувати, насамперед, для ідентифікації складних фінансово-економічних систем, які функціонують за суттєвої невизначеності. Нечіткі моделі є імітаційними системами, адаптованими до мінливих економічних умов, що не потребують дотримання гіпотези «нормального» розподілу, стаціонарності досліджуваних процесів та незмінності зовнішнього середовища. Інструментарій нечіткої логіки – зручний засіб формалізації каузальних зв'язків між пояснюючими детермінантами та залежними змінними у вигляді описових правил у лінгвістичній формі.

Нечіткі моделі типу Мамдані є більш відкритими та змістовно зрозумілими порівняно із гібридними нейро-нечіткими моделями Сугено, але мають меншу точність обчислення. Нечіткі моделі генерують наближені результати із прийнятною точністю та є ефективним методом відображення нелінійних залежностей у складних системах. Загалом, нечіткі технології моделювання – перспективний та ефективний засіб оцінки обсягів тіньової економіки, її динаміки та прогнозування.

Список використаних джерел

1. Баумоль У. Чего не знал Альфред Маршалл: вклад XX столетия в экономическую теорию / У. Баумоль // Вопросы экономики. – 2001. – №2. – С. 73-107.
2. Бочарников В.П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике / В.П. Бочарников. – С.-Пб.: Наука РАН, 2001. – 328 с.
3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Пер. с англ. Н.И. Ринго под ред. Н.Н. Моисеева. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
4. Клебан Ю.В. Диагностика платоспособности підприємств із застосуванням нечіткої моделі Такагі-Сугено / Ю.В. Клебан // Нейро-нечіткі технології моделювання в економіці. – 2015. – №4. – С. 62-79.
5. Матвійчук А.В. Ідентифікація та прогнозування розвитку фінансових показників за підходами нечіткої логіки / А.В. Матвійчук // Економіка і прогнозування. – 2005. – №4. – С. 114-126.

6. Матвійчук А.В. Моделювання фінансової стійкості підприємств із застосуванням теорій нечіткої логіки, нейронних мереж і дискримінантного аналізу / А.В. Матвійчук // «Вісник НАН України». – 2010. – №9. – С. 24-46.
7. Матвійчук А.В. Прогнозування надходжень податку на додану вартість / А.В. Матвійчук // «Фінанси України». – 2008. – №3. – С. 68-78.
8. Матвійчук А.В. Штучний інтелект в економіці: нейронні мережі, нечітка логіка: [Монографія] / А.В. Матвійчук. – К.: КНЕУ, 2011. – 439 с.
9. Митюшкин Ю.И. Soft Computing: идентификация закономерностей нечеткими базами знаний / Ю.И. Митюшкин, Б.И. Мокин, А.П. Ротштейн. – Винница: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2002. – 145 с.
10. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат; пер. с англ. А.Г. Подвесовского под ред. Ю.В. Тюменцева. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
11. Пять самых распространенных мифов об экономистах-теоретиках [Электронный ресурс] / Режим доступа: www.vedomosti.ru/opinion/articles/2009/09/29/5-samyh-rasprostranennyh-mifov-ob-jekonomistah-teoretikah
12. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А.П. Ротштейн. – Винница: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1999. – 320 с.
13. Сявавко М. Математичне моделювання за умов невизначеності / М. Сявавко, О. Рибицька. – Львів: Українські технології, 2000. – 320 с.
14. Штовба С.Д. Идентификация нелинейных зависимостей с помощью нечеткого логического вывода в системе MATLAB / С.Д. Штовба // Exponenta Pro: Математика в приложениях. – 2003. – №2. – С. 9-15.
15. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / С.Д. Штовба. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
16. Kosko B. Fuzzy thinking: The New Science of Fuzzy Logic / B. Kosko. – Hyperion, 1993. – P. 183-187.
17. Mamdani E.H. Advances in the Linguistic Synthesis of Fuzzy Controller / E.H. Mamdani // International Journal Man-Machine Studies. – 1976. – Vol. 8. – P. 669-678.
18. Rummelhart D.E. Learning Internal Representation by Back-Propagation Errors / D.E. Rummelhart // Nature. – 1986. – № 23. – P. 533-536.
19. Schneider F. Size and Development of the Shadow Economy of 31 European and 5 other OECD Countries from 2003 to 2015: Different Developments [Электронный ресурс] / F. Schneider. – 2015. – Режим доступа: www.econ.jku.at/members/Schneider/files/publications/2015/ShadEcEurope31.pdf
20. Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1985. – Vol. 15 (1). – P. 116-132.
21. Zadeh L. Fuzzy Sets / L. Zadeh // Information and Control. – 1965. – №8. – P. 338-353.
22. Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory and Its Applications / H.-J. Zimmermann. – Kluwer Academic Publishers, 1996. – 435 p.