УДК 338.43
Савош Л.В., к.е.н., доцент
Луцький національний технічний університет

ЩОДО ОСОБЛИВИХ ВИПАДКІВ ПРИ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИКИ МНОЖИННОГО РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ УПРАВЛІННЯ ВИТРАТАМИ

У статті отримали подальший розвиток теоретичні, методологічні і практичні підходи щодо особливих випадків застосування економіко-математичних моделей і методів для управлінського обліку, зокрема для управління витратами.

The article received a further development of theoretical, methodological and practical approaches to specific cases of economic-mathematical models and methods for management accounting, including management costs.

В статье получили дальнейшее развитие теоретические, методологические и практические подходы к особых случаев применения экономико-математических моделей и методов для управленческого учета, в частности для управления затратами.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Основним завданням управлінського обліку є накопичення, класифікація, узагальнення і надання керівникам організацій повної, правдивої і своєчасної інформації, необхідної для прийняття управлінських рішення, контролю за діяльністю організацій, здійснення планування їх розвитку.

Важливе значення при прийнятті рішень, плануванні і управлінні в умовах обмеженості ресурсів набуває розуміння того, як змінюються витрати в залежності від різних факторів діяльності підприємства.

Надзвичайно важливим аспектом управлінського обліку є прогнозування рівня загальних витрат, оскільки їх величина залежать від великої кількості факторів і змінюється в залежності від багатьох об’єктивних і суб’єктивних чинників.

Для отримання точної оцінки витрат виробництва залежно від його факторів, а особливо для їх прогнозування, бухгалтери повинні

використовувати сучасні математичні і статистичні методи, а особливо методи множинного регресійного аналізу. В реальних економічних умовах дуже рідко зустрічаються умови для побудови класичних регресійних моделей. Широке застосування комп'ютерної техніки дозволяє використовувати складні кількісні методи навіть в невеликих структурах бізнесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженню питання застосування економіко-математичних методів для потреб управлінського обліку присвячені наукові праці багатьох зарубіжних і вітчизняних вчених, зокрема К. Друри, Джеймса К. Ван Хорна, Джона М.Ваховича, В.А.Чернова тощо.

Цілі статті. Метою статті є конкретизація особливих випадків множинного регресійного аналізу, зокрема мультиколінеарності та можливості використання економіко-математичних методів для оцінки виробничих і невиробничих витрат, залежності між витратами та різними факторами виробничої діяльності, прогнозування рівня витрат що є важливим аспектом при прийнятті управлінських рішень в цих умовах.

Основний матеріал дослідження. Для оцінки витрат виробництва для отримання досить точних результатів прогнозування при розгляді декількох незалежних видів затратах найчастіше використовують методику множинного регресійного аналізу.

Припускаємо, що між групою незалежних факторів рівня виробництва (виходу продукції, числа робітників, затрат праці основних робітників тощо) $X_1, X_2, ... X_m$ і показником Y (загальні затрати) існує лінійний зв'язок, який можна представити у вигляді:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + ... + a_m \cdot X_m + l$$

Числові значення параметрів моделі множинної лінійної регресії можна обчислити за методом найменших квадратів.

Суть методу полягає в тому, що сума квадратів відхилень розрахункових значень показника (витрат) від фактичних значень показника (витрат) повинна прямувати до мінімума.

Запишемо функціонал методу для моделі множинної лінійної

регресії:

$$Q(a_0, a_1, ..., a_m) = \sum_{i=1}^{n} l_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (a_0 + a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + ... + a_m x_{im}))^2 \to \min$$

Використання методу дозволяє знайти такі числові значення параметрів $a_0, a_1, ..., a_m$, при яких функціонал буде приймати найменше значення. Виходячи з умови існування мінімума функції багатьох змінних, запишемо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial a_j} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - (a_0 + a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + \ldots + a_m x_{im}))x_{ij} = 0, j = \overline{0, m} \end{cases}$$

Спростимо вираз системи:

$$\{ \; a_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{ij} + a_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i2} x_{ij} + ... + a_m \sum_{i=1}^{n} x_{im} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ij}, \quad j = \overline{0, m}$$

Спростивши вигляд системи, отримаємо формули для знаходження числових значень параметрів моделі множинної лінійної регресії.

Розв’язавши цю систему методом звичайних жорданових виключень або симплекс-методом, знайдемо числові значення параметрів $a_0, a_1, ..., a_m$, які характеризує рівень витрат в залежності від різних незалежних між собою факторів виробництва.

Якщо для розвязання системи використовувати метод звичайних жорданових виключень, то її розвязок можна записати у такому вигляді:

$$\bar{a} = \left[X^T \cdot X\right]^{-1} \cdot X^T \cdot Y,$$

де X^T - це матриця, транспонована до матриці X.

Однак використовувати цю методику можна лише за умови, що усі фактори виробництва незалежні між собою. Коли дане припущення порушується говорять про наявність мультиколінеарності факторів, яка унеможливлює використання

методики регресійного аналізу для економічних задач.

В економіці явище мультиколінеарності трапляється досить часто, оскільки існує глобальна тенденція одночасної зміни багатьох показників. На жаль не існує універсального методу який рекомендований у всіх випадках для виявлення мультиколінеарності. У кожному конкретному випадку потрібно самостійно обирати один із відомих методів, який найбільше підходить для конкретної ситуації. Найчастіше для виявлення мультиколінеарності факторів використовують метод Фаррара – Глаубера. Розрахункове значення критерію χ^2 обчислюємо за формулою:

$$\chi^2_{роз} = -[n-1-(2m+5)/6]\cdot \ln(\det[R_S]),$$

де n – кількість значень факторів;

m – кількість параметрів;

$[R_S]$ – взаємна кореляційна матриця моделі.

Табличне значення методу знаходимо за заданою ймовірністю p і числом ступенів вільності $k = \frac{1}{2}m(m-1)$ і позначаємо його $\chi^2_{таб}$. Перевіримо умову

$$\chi^2_{роз} \le \chi^2_{таб}$$

Якщо ця умова виконується, то з ймовірністю p можна стверджувати, що мультиколінеарність відсутня.

Якщо ця умова не виконується, то з ймовірністю p стверджуємо, що між деякими факторами існує мультиколінеарність. Для з'ясування між якими саме факторами виробництва існує мультиколінеарність використаємо t – статистику. Для часткових коефіцієнтів кореляції знаходимо розрахункове значення t – статистики:

$$t_{kj} = \frac{r_{kj}\cdot\sqrt{n-m}}{\sqrt{1-(r_{kj})^2}},$$

де часткові коефіцієнти кореляції розраховуються за формулою:

$$r_{kj} = \frac{-z_{kj}}{\sqrt{z_{kk} \cdot z_{jj}}} \quad , \quad r = \overline{1,m} \quad , \quad j = \overline{1,m} \quad , \quad k \neq j$$

де z_{kj}, z_{kk}, z_{jj} - елементи матриці [Z], оберненої до взаємної кореляційної матриці $[R_S]$.

Для заданої ймовірності p і ступенів вільності $k = n - m$ знаходимо табличне значення t – статистики $t_{таб}$ і перевіряємо умову:

$$t_{kj} > t_{таб}$$

Якщо умова виконується, то з ймовірністю p стверджуємо, що між факторами X_k та X_j існує мультиколінеарність. Для того, щоб позбутися мультиколінеарності, використаємо найпростіший метод - метод виключення змінної. Перевіряємо, який з факторів має менший вплив на показник. Для цього знаходимо значення коефіцієнту кореляції r_{yx_k} та r_{yx_j} Який із цих коефіцієнтів менший, той фактор і виключаємо з моделі.

Позбувшись таким чином мультиколінеарності можемо переходити до побудови множинної регресійної моделі.

Використовуючи дослідні значення витрат виробництва і обсягів виробництва, знайдемо числові значення параметрів рівняння множинної лінійної моделі.

Побудовану числову множинну лінійну модель, яка описує залежність між витратами виробництва і його незалежними факторами можна аналізувати, провівши попередньо оцінку її адекватності фактичним даним, та прогнозувати зміну затрат при різних обсягах факторів виробництва.

Для перевірки адекватності прийнятої економетричної моделі експериментальним даним використовують критерій Фішера, розрахункове значення якого обчислюється за формулою:

$$F_{роз} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m},$$

де R^2 - коефіцієнт множинної детермінації, який розраховується за формулою:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\tilde{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

Табличне значення $F_{таб}$ критерію Фішера знаходимо за заданою ймовірністю p та числом ступенів вільності k_1 і k_2 які визначаються за формулами:

$$k_1 = m, \; k_2 = n - m - 1,$$

де n – кількість проведених спостережень;

m – кількість факторів, які мають суттєвий вплив на показник.

Якщо розрахункове значення більше за табличне, тобто $F_{роз} > F_{таб}$, то прийнята числова модель, яка характеризує рівень витрат в залежності від факторів рівня виробництва, вважається адекватною експериментальним даним і для неї справедливі всі закономірності функціонування і розвитку, що характерні для реального економічного явища, тобто для залежності між рівнями загальних витрат і факторами рівня виробництва.

Особлива цінність застосування математичних моделей в управлінському обліку полягає в можливості прогнозування рівня витрат в залежності від різних рівнів факторів виробництва та застосування результатів прогнозу для прийняття управлінських рішень.

Прогноз показника отримаємо підстановкою у здобуте регресійне рівняння прогнозного значення факторів. Результатом є точкова оцінка середнього значення показника при даних рівнях незалежних факторів.

Якщо задані прогнозні значення факторів моделі множинної лінійної регресії $x_{1np}, x_{2np},..., x_{mnp}$, то прогнозне значення показника $\tilde{Y}_{np}$ буде обчислюватися за формулою:

$$\tilde{Y}_{np} = a_0 + a_1 X_{1np} + a_2 X_{2np} + ... + a_m X_{mnn}$$

Довірчий інтервал прогнозного значення показника $\tilde{Y}_{np}$ задається формулою :

$$\tilde{Y}_{np} \in [\tilde{y}_{np} - \Delta\tilde{y}_{np} \ ; \ \tilde{y}_{np} + \Delta\tilde{y}_{np}]$$

де відхилення прогнозного значення показника знаходимо за формулою :

$$\Delta\tilde{y}_{np} = t_{pk} \cdot S \cdot \sqrt{\overline{X}_{np} \cdot [X^T \cdot X]^{-1} \cdot \overline{X}_{np}^T + 1}$$

де $\overline{X}_{np} = (1, X_{1np}, X_{2np}, ..., X_{nnp})$ - вектор-стрічка матриці [X], складена із прогнозних значень фактора X_j.

Висновки. Дослідження того, як змінюються витрати в залежності від різних незалежних між собою факторів виробничої діяльності, та прогнозування їх рівня є важливим аспектом, необхідним для планування, прогнозування і прийняття управлінських рішень в системі управлінського обліку.

Досліджувати, а особливо прогнозувати витрати нелегко, оскільки їх динаміка залежить від багатьох суб’єктивних та об’єктивних обставин. В реальних економічних умовах дуже важко побудувати класичну модель регресійного аналізу. Саме тому для побудови, аналізу і прогнозування моделей витрат виробництва в залежності від різних факторів рекомендується тестувати їх на наявність особливих випадків, найчастіше мультиколінеарності, та використовувати спеціальні методи множинного регресійного аналізу із застосуванням комп’ютерної техніки, що дозволить підвищити точність проведених досліджень та зекономити ресурси.

Список використаних джерел:

1. Друри К. Управленческий и производственный учет.-Москва:"Юнити", 2003.

2. Джеймс К. Ван Хорн, Джон М.Вахович (мл.) Основы финансового менеджмента.- Киев: Вильямс, 2003.

3. Грисенко М.В. Математика економістів. – К.: Либідь, 2007.

4. Іващук О.Т. "Економетричні методи та моделі".- Т., 2003.

5. Савош Л.В., Павлюк Л.В. Можливості застосування математичних методів для управлінського обліку. - Економічні науки. Серія „Регіональна економіка". Зб. наук. пр. ЛДТУ. Випуск 5 (16) - Ч. 2.- Луцьк, 2008. – С. 32-41.

6. Савош Л.В. Застосування математичних методів для оцінки витрат в управлінському обліку. - Тези XXIII-ої науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу. – Луцьк: ЛНТУ, 2008.