

УДК 336.73.331.21

ЗАСТОСУВАННЯ ПРИНЦИПУ ПАРЕТО ПРИ ОПТИМІЗАЦІЇ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСІВ ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ

Л.В. Малинська.

Полтавська державна аграрна академія.

В.П. Дубіщев, доктор економічних наук. С.М. Малинський, кандидат фізико-математичних наук. В.І. Іщук, кандидат фізико-математичних наук.

Полтавський національний технічний університет імені Ю. Кондратюка.

© Малинська Л.В., 2013.

© Дубіщев В.П., 2013.

© Малинський С.М., 2013.

© Іщук В.І., 2013.

Стаття отримана редакцією 13.02.2013 р.

Вступ. У реаліях сучасної ринкової економіки бізнес-орієнтований підхід до вирішення задачі оптимізації розподілу інвестиційного капіталу за енергоефективними компонентами має перевагу стосовно до функціонального підходу.

Для вирішення такої задачі необхідне застосування нелінійної енергетичної функції корисності. Методи досліджень, використані при написанні статті, ґрунтуються на діалектиці та комплексному підході до вивчення економіко-екологічних проблем.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Багато відомих економістів у вітчизняній і зарубіжній літературі приділили значну увагу висвітленню питань щодо моделювання розподілу інвестиційного капіталу за енергоефективними компонентами. Задачі оптимізації вибору енергоефективного інвестиційного проекту, опубліковані у працях Є. С. Нікітіна, А. А. Долинського, В. І. Дешко, Н. А. Буяк, вирішуються за лінійними моделями.

Виділення не розв'язаної раніше частини проблеми. Проте роботи вказаних науковців лише частково охоплюють предмет дослідження і не розкривають усіх можливостей застосування економіко-математичних методів при моделюванні розподілу інвестиційного капіталу.

Основним аналітичним інструментом, що використовується для оцінювання ефективності інвестиційного проекту, є визначення чистої поточної вартості, але не приділено уваги виявленню потенційно можливих режимів проектів з енергозбереження, що реалізуються у бюджетних закладах, можливість отримання надходжень у грошовому вигляді є обмеженою.

Постановка завдання. Метою дослідження є розробка нового підходу до вирішення задачі оптимізації розподілу інвестиційного капіталу за енергоефективними компонентами – застосування нелінійної енергетичної функції корисності.

Виклад основного матеріалу. Моделювання процесу прийняття рішення щодо розподілу інвестиційного капіталу за енергозберігаючими заходами може бути здійснено за різними методиками.

Перша методика заснована на лінійному підході [1, 2], коли функція економії енергії приймається лінійною відносно обсягів енергозберігаючих заходів, також лінійними є обмеження, пов'язані з вартістю заходів та обсягом інвестиційного капіталу. Таким чином, оптимізація зводиться до задачі лінійного програмування. До недоліку цієї методики слід віднести непропорційний зсув розв'язку в бік одного-двох заходів. З метою уникнення подібного зміщення вводяться інші критерії, тобто фактично виникає потреба у застосуванні методології експертних оцінок.

Другий підхід полягає у побудові енергетичної функції корисності, методика якої розробляється авторами. Для адекватного відображення ситуації форма такої функції повинна бути нелінійною, найпростішою серед нелінійних є квадратична, з урахуванням цього можемо записати [2]

$$E(x) = \bar{a}\bar{X} + \frac{1}{2}\bar{X}^*B\bar{X},$$

де $\bar{X} = (x_1 \dots x_n)$ – вектор з компонентами x_i , які визначають обсяг i -го заходу; \bar{a} – вектор параметрів функції; B – від’ємна визначена симетрична матриця.

Якщо визначення вектора \bar{a} та матриці B виконувати економетричними методами, то необхідно мати досить значний обсяг статистичних спостережень – не менше ніж за $\frac{n(n+3)}{2}$ років (наприклад, якщо досліджується розподіл капіталу по чотирьох заходах, то необхідно мати дані не менше ніж за 14 років). У процесі розроблення знаходиться методика визначення параметрів функції за допомогою аналізу динаміки руху граничних корисностей, яка дозволяє аналітично побудувати нелінійну функцію корисності.

У цьому дослідженні розглянемо інший підхід, в основу котрого покладений принцип оптимальності Парето. Вихідний стан системи енергозберігаючих заходів описується вектором $\bar{X} = (x_1 \dots x_n)$. За Парето, оптимальним буде такий стан, коли прийняття рішення щодо зміни обсягу одного з заходів не призводить до погіршення впливів інших заходів, тобто загальна ситуація залишається рівноважною. Важливим моментом при цьому є те, що ефективність будь-якого заходу залежить від сукупності впливів від усіх інших заходів.

Для кожного заходу вводиться показник $V_i(x_1 \dots x_n)$. Як такі показники виступають набори функцій, які можна класифікувати за відношенням осіб, що приймають рішення (ОПР), до ризику. Розглянемо можливі набори функцій для різних випадків.

1. ОПР нейтральні до ризику:

$$V_i(\bar{x}) = \sum a_{ij}x_j + c_i,$$

коефіцієнт Ерроу–Пратта розраховується за формулою

$$r_{Ei}(\bar{x}) = \frac{(V_i')x_i}{V_i'x_i} = 0.$$

2. ОПР не схильні до ризику

$$V_i(x) = \prod_{i=1}^n (1 - e^{-b_{ij}x_j}),$$

коефіцієнт Ерроу–Пратта має вигляд $r_{Ei}(\bar{x}) = b_{ij}$, він є константою, тобто фактично неприйняття ризику не змінюється навіть при збільшенні витрат на заходи.

3. ОПР схильні до ризику. У цьому випадку можливі два варіанти:

а) модифікована функція Бернуллі, яка буде мати вигляд:

$$V_i(x) = \prod_{j=1}^n \log_{c_{ij}}(x_j + 1), \quad c_{ij} > 0; \quad c_{ij} \neq 1$$

з коефіцієнтом $r_{Ei}(\bar{x}) = \frac{1}{x+1}$;

б) функція корисності Неймана–Моргенштерна, котру можна записати

$$V_i(\bar{x}) = \sum_{j=1}^n d_{ij}x_j + \sum_{i \geq j} e_{ij}x_i x_j$$

з коефіцієнтом $r_{Ei}(\bar{x}) = \frac{2d_{ij}}{e_{ij} - 2d_{ij}x_i}$.

Поширене застосування останньої функції пояснюється тим, що оптимальна економічна поведінка спрямовується до її максимуму.

Крім визначеного вище набору функцій $V_i(\bar{x})$, задається обмеження по обсягах інвестиційного капіталу

Сформулюємо тепер умову оптимальності Парето: якщо для будь-якого i , при виконанні умови $x_i^* > x_i$ та $V_i^*(\bar{x}) > V_i(\bar{x})$ знайдеться такий захід ($j \neq i$), що $V_j^*(\bar{x}) < V_j(\bar{x})$, то стан системи $\bar{X} = (x_1, \dots, x_n)$ слід вважати оптимальним.

Для перевірки Парето-оптимальності можна використовувати алгоритм Какутані про відображення $X \in R^n$ в себе. Функції $V_i(\bar{x})$ задають це відображення $(V_1, \dots, V_n) \leftrightarrow (X_1, \dots, X_n)$ та існує нерухома точка – це й буде шуканий стан.

При розробленні енергозберігаючого проекту виникає питання, яким чином зробити розподіл сум початкових інвестиції та інших вкладень по енергоефективних заходах, щоб отримати оптимальний результат, тобто найбільший ефект за обсягами зекономленої енергії. Застосування лінійної моделі оптимізації дає зміщення грошових потоків на один (іноді два) заходи, всі інші види заходів обнуляються. Для розв'язання цієї проблеми вводяться додаткові критерії значимості впливу заходів [3], але при цьому виникають питання ранжування вибраних критеріїв, їх повноти та обґрунтування.

З метою уникнення описаної ситуації для визначення оптимального розподілу інвестиційного капіталу за енергоефективними компонентами запропоновано застосування енергетичної функції корисності та методика її розрахунку. Запропонована назва «енергетична функція корисності» (далі – ЕФК) вказує на аналогію з функцією корисності в теорії споживання, коли визначається, на які товари слід витратити гроші з метою отримання найбільшої користі [6]. У теорії споживання кожний товар має свою ціну й корисність, так само кожний енергозберігаючий захід потребує грошових витрат і приносить певний корисний ефект (економічний, екологічний, енергетичний, безпека та надійність функціонування організації). Оптимальний набір товарів при обмеженні у грошах відповідає екстремуму функції корисності. Аналог – оптимальний набір енергозберігаючих заходів відповідає екстремуму ЕФК також при обмеженні у грошових засобах.

Надалі можна буде побачити, що аналогія ще глибша, наприклад, гранична корисність товару – гранична корисність енергозберігаючого заходу (формально математично – це перші частинні похідні функції корисності). Від'ємність других частинних похідних функції корисності у теорії споживання та ЕФК вказує на зменшення корисності товару (заходу), тобто відбувається насичення ним або повна відмова від нього. Наприклад, для сучасного споживача з появою нових мобільних та супутникових видів зв'язку значно знизилася корисність стаціонарних телефонів. А суттєвий приклад у сфері споживання енергії – прийняття у Німеччині рішення про повну відмову від атомної енергетики з поступовим насиченням енергетичного ринку енергією з відновлювальних джерел. Основа мотивації – екологічна й енергетична безпека.

Лінійна модель, яка є більш простою та поширеною, не відображає динаміку граничної корисності, а використання квадратичної форми дозволяє врахувати два аспекти: граничну корисність та ефект зменшення граничної корисності – аналогічно до 1-го закону Госсена, який наголошує, що гранична корисність товару спадає при насиченні цим товаром [6, 8].

Тому енергетичну функцію корисності будемо будувати за квадратичною формою (аналогічно до функції корисності Неймана–Моргенштерна)

$$EФК(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i \leq j} a_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

де x_i – кількісний вираз обсягу i -го заходу, вектор $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$;

b_i, a_{ij} – коефіцієнти квадратичної форми.

Крім того, на змінні x_i накладається обмеження, яке задається початковим обсягом інвестицій Z та коефіцієнтами c_i , що визначають ціну одиниці обсягу i -го заходу. Це обмеження має лінійний вигляд:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i = Z. \quad (2)$$

Таким чином, знаходження оптимального розподілу x_i відповідає задачі визначення умовного екстремуму $E\Phi K(\bar{x})$.

Знаходження коефіцієнтів ЕФК є складною задачею, для вирішення якої можливими є три підходи. Перший – використання інтерполяційної формули Ньютона для функції багатьох змінних [7], в цьому випадку для знаходження коефіцієнтів потрібний підрахунок кінцевих різниць першого та другого порядку. Другий – регресійно-кореляційний аналіз, в якому для побудови адекватної моделі економетричної багатофакторної регресії необхідна наявність статистичних спостережень за значний період [8]. Третій – аналіз руху граничних корисностей енергозберігаючих заходів, які описуються лінійними рівняннями з природним напрямком падіння корисності; перевагою останнього є те, що він потребує відносно небагато вихідних даних: вартість, обсяги та початкові корисності вибраних заходів.

Для застосування першого підходу необхідно знати прирости ЕФК при покроковому парному аналізі заходів, що потребує значної кількості спостережень, яке виражається порядком $\frac{n(n+1)}{2}$, де n – кількість заходів. У цьому випадку коефіцієнти ЕФК визначають за формулами:

$$b_i = \frac{E(x'_i) - E(x_i^0)}{h_{x_i}}$$

$$a_{ij} = \frac{E(x'_i, x'_j) + E(x_i^0, x_j^0) - E(x_i^0, x'_j) - E(x'_i, x_j^0)}{h_{x_i} \cdot h_{x_j}}, \quad i \neq j$$

$$a_{ii} = \frac{E(x_i'') + E(x_i^0) - 2E(x'_i)}{2 \cdot h_{x_i}^2}$$

де x_i^0, x'_i, x_i'' – три послідовних стану i -го заходу (початковий, стан після першого кроку, стан після другого кроку);

$E(x_i^0), E(x'_i), E(x_i'')$ – обсяги енергії, що витрачаються системою у відповідному стані;

h_{x_i} – крок, що визначає приріст обсягів відповідного заходу.

Тоді формула (1) буде мати вигляді

$$E\Phi K(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{E(x'_i) - E(x_i^0)}{h_{x_i}} x_i +$$

$$+ \sum_{i < j} \frac{E(x'_i, x'_j) + E(x_i^0, x_j^0) - E(x_i^0, x'_j) - E(x'_i, x_j^0)}{h_{x_i} \cdot h_{x_j}} x_i x_j +$$

$$+ \sum_{i=j} \frac{E(x_i'') + E(x_i^0) - 2E(x'_i)}{2 \cdot h_{x_i}^2} x_i x_i + \varepsilon$$

Складність визначення параметрів ЕФК за таким підходом очевидна: потрібно по кожному заходу виконувати багатокрокові заміри результатів експериментів, обробляти велику кількість даних.

Використання економетричного методу, за яким оцінки параметрів квадратичної багатофакторної моделі розраховуються методом найменших квадратів, потребує визначення матриці вихідних статистичних даних, що матиме розмір, не менший ніж $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$, де

n – кількість заходів. Крім того, відомо, що для багатофакторної регресії необхідною є попередня перевірка масиву факторів на мультиколінеарність, на авторегресію [8], що також вимагає громіздких обчислень навіть при невеликій кількості досліджуваних факторів. Наприклад, якщо досліджуються 4 заходи, то потрібно мати дані статистичних спостережень за 15 років.

Таким чином, перший та другий підходи засновані на проведенні розрахунків за даними, які мають апостеріорний характер. Бажано мати ЕФК, побудовану на апріорному підході, яким є третій підхід, заснований на аналізі руху корисностей. Розглянемо алгоритм знаходження коефіцієнтів квадратичної форми ЕФК (1) за даним підходом.

Загальний спожитий обсяг енергії на обігрів, освітлення, вентиляцію та водопостачання будівель бюджетної організації може зменшуватися різною мірою залежно від застосування тих чи інших енергозберігаючих заходів. Запишемо граничні корисності:

$$ГК_i = E\Phi K'_{x_i} = b_i + \sum_{j=1; j \neq i}^n a_{ij} x_j + 2a_{ii} x_i$$

Після визначення коефіцієнтів енергетична функція корисності буде мати вигляд

$$E\Phi K(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^n b_i \tilde{x}_i - \sum_{i < j} \frac{b_i \cdot b_j}{b_i + b_j} \tilde{x}_i \tilde{x}_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n b_i \tilde{x}_i^2 + \varepsilon$$

Цінове обмеження (2) також представимо у безрозмірних координатах:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i = Z \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \frac{c_i x_i}{\bar{X}_i} \bar{X}_i = Z \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n c_i \tilde{x}_i \bar{X}_i = Z \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i Z_i = Z \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \frac{Z_i}{Z} = 1$$

де Z_i – сума коштів, необхідних для втілення i -го заходу у повному обсязі.

Задача оптимального розподілу коштів по енергозберігаючих заходах відповідає умовному екстремуму для ЕФК. Розв'язуємо її методом Лагранжа. Будуємо функцію Лагранжа

$$\Phi(\tilde{x}, \lambda) = E\Phi K(\tilde{x}) + \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \frac{Z_i}{Z} \right)$$

Далі складаємо систему з $n+1$ рівнянь:

$$\begin{cases} \Phi'_{\tilde{x}_i} = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \frac{Z_i}{Z} = 1 \end{cases}$$

або у розгорнутому вигляді

$$\begin{cases} b_1 - \sum_{j \neq 1} \frac{b_1 \cdot b_j}{b_1 + b_j} \tilde{x}_j - b_1 \tilde{x}_1 - \lambda \frac{Z_1}{Z} = 0 \\ b_2 - \sum_{j \neq 2} \frac{b_2 \cdot b_j}{b_2 + b_j} \tilde{x}_j - b_2 \tilde{x}_2 - \lambda \frac{Z_2}{Z} = 0 \\ \dots \\ b_n - \sum_{j \neq n} \frac{b_n \cdot b_j}{b_n + b_j} \tilde{x}_j - b_n \tilde{x}_n - \lambda \frac{Z_n}{Z} \\ \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \frac{Z_i}{Z} = 1 \end{cases}$$

де λ – параметр, який трактується як гранична корисність грошей Z [6], у нашому дослідженні – гранична корисність інвестицій.

Рішенням системи є набір $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$, а оптимальний розподіл коштів буде $(\tilde{x}_1 \cdot Z_1, \tilde{x}_2 \cdot Z_2, \dots, \tilde{x}_n \cdot Z_n)$; $\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i Z_i = Z$.

Висновки. Таким чином, запропонована методика побудови енергетичної функції корисності на основі руху корисностей окремих заходів при вартісних обмеженнях дозволяє ефективно вирішити задачу оптимального розподілу коштів на енергозберігаючі заходи. Повторні застосування цього методу (ітерації) дозволяють розподілити кошти, що можуть бути виділені у наступних періодах, з найбільшою користю.

У рамках подальшого дослідження автори розглядатимуть проблеми розподілу інвестиційного капіталу за енергоефективними компонентами як поліноміальну багатofакторну модель з визначеним розподілом імовірностей.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Долинский, А. А. К вопросу энергоэкономической оптимизации энергетических систем / А. А. Долинский. // Пром. теплотехника. – 2009. – Т.31, № 4. – С. 105 – 109.
2. Дешко, В. І. Економічно доцільний тепловий захист будівлі з різними джерелами теплоти / В. І. Дешко, Н. А. Буяк // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2009. – № 3. – С. 74 – 81.
3. Пономаренко, О. І. Сучасний економічний аналіз: У 2 ч. Ч.1. Мікроекономіка: навч. посіб. / О. І. Пономаренко, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К.: Вища шк., 2004. – 262 с.

4. Демидович, Б. П. Численные методы анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 422 с.
5. Леоненко, М. М. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / М. М. Леоненко, Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко. – К.: Інформтехніка, 1995.
6. Іщук, В. І. Вдосконалення енергозбереження з використанням принципів Парето-ефективної економіки / В. І. Іщук, С. М. Малинський, Л. В. Малинська // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи розвитку нафто-газового комплексу». – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – С. 220 – 223.
7. Дубіщев, В. П. Регулювання процесу формування фінансово-інвестиційного потенціалу регіону / В. П. Дубіщев, В. І. Іщук, С. М. Малинський // Економіка і регіон: науковий вісник. – Полтава: ПолтНТУ, 2008. – № 3.
8. Дубіщев, В. П. Моделювання інформаційних технологій в управлінні підприємством / В. П. Дубіщев, В. І. Іщук, С. М. Малинський, Л. В. Малинська // Економіка і регіон: науковий вісник. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – №3.

УДК 336.73.331.21

Малинська Лідія Володимирівна, Полтавська державна аграрна академія, **Дубіщев Віктор Петрович**, доктор економічних наук, завідувач кафедри економічної теорії та регіональної економіки, **Іщук Валерій Іванович**, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фінансів і банківської справи, **Малинський Сергій Маркович**, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка. **Застосування принципу Парето при оптимізації динаміки процесів енергозбереження.** Висловлено авторську думку щодо проблеми моделювання і вирішення задачі оптимізації розподілу інвестиційного капіталу з метою отримання максимального енергозберігаючого ефекту. Методи досліджень, використані при написанні статті, ґрунтуються на діалектиці та комплексному підході до вивчення економіко-екологічних проблем.

Ключові слова: моделювання, функції корисності, енергозбереження, динаміка.

УДК 336.73.331.21

Малинская Лидия Владимировна, Полтавская государственная аграрная академия; **Дубищев Виктор Петрович**, доктор экономических наук, заведующий кафедрой экономической теории и региональной экономики, **Ищук Валерий Иванович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры финансов и банковского дела, **Малинский Сергей Маркович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка. **Использование принципа Парето при оптимизации динамики процессов энергосбережения.** Высказано авторское мнение относительно проблемы моделирования и решения задачи оптимизации распределения инвестиционного капитала с целью получения максимального энергосберегающего эффекта. Методы исследований, использованные при написании статьи, основываются на диалектике и комплексном подходе к изучению экономико-экологических проблем.

Ключевые слова: моделирование, функции полезности, энергосбережение, динамика.

UDC 336.73.331.21

Malynska Lidiya Volodymyrivna, senior lecturer of the department of Information Systems and Technologies, Poltava State Agrarian Academy; **Dubyshev Vycor Petrovych**, doctor of economics, a head of a chair of the department of economics and regional economics, **Yshchuk Valeriy Yvanovych**, candidate of physico-mathematical sciences, associate professor of the department of finance and banking, **Malynsky Sergiy Markovich**, candidate of physico-mathematical sciences, associate professor of the department of Higher Mathematics, Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk. **The application of the Pareto principle to the optimization of the dynamics of processes of energy saving.** In the article the thought of authorship is given on how to perform modeling of and resolving the problem of optimization of distribution of investment capital to reach the maximal energy-saving effect. Research methods, which were used during the writing of the article, are based on dialectics and complex approach to the studying of ecology problems.

Keywords: modeling, utility function, energy saving, dynamics