



УДК 339.743

Т.Г. Хмеловский

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОРНБУША ДЛЯ РАСЧЕТА ОБМЕННОГО КУРСА ВАЛЮТЫ С ХАОТИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

Строится динамическая модель расчета обменного курса на основе модели Дорнбуша с хаотическим поведением. Проводится ее анализ и имитационное моделирование.

Dynamic model of exchange rate evaluation, based on Dornbusch model with chaotic behavior is constructed. Analysis and imitational modeling of proposed model are conducted.

Ключевые слова: модель Дорнбуша, хаос, определение обменного курса.

Как известно, одним из объяснений отклонения обменного курса от своего равновесного значения, обусловленного текущими макроэкономическими (фундаментальными) показателями, является присутствие на рынке спекулятивных операций. Ожидания участников рынка, которые используют методы технического анализа и ищут повторяющиеся закономерности в графиках движения валютных курсов, могут служить дестабилизирующим фактором [1; 4]. Такие «технические» или «графические» анализы также могут быть источником нелинейностей, приводящих к динамическому хаосу в модели Дорнбуша [5; 6], что показано в [2; 3]. Эти хаотические модели имитируют метод случайного блуждания поведения обменного курса, несмотря на то, что стохастическое поведение реализуется через детерминированные решения.

Модель, предлагаемая автором далее, позволяет согласовать два совершенно противоречивых наблюдаемых явления: с одной стороны — номинальный обменный курс ведет себя в соответствии с моделью случайного блуждания, а с другой, — это поведение может быть объяснено определенными макроэкономическими данными. В [2] было показано, что интервенции национального банка могут стабилизировать хаотическое поведение обменного курса, однако не было предложено математической модели, позволяющей этот факт учесть. Кроме того, не было предложено метода или уравнения, позволяющего моделировать и учитывать известный эффект J-кривой [10].

Целью данной статьи является построение и анализ динамической модели расчета обменного курса валюты с хаотическим поведением, определяемым детерминистическими правилами и законами на основе классической модели Дорнбуша [9].

Построение модели. Модель представляет собой систему восьми уравнений:

$$S_t^* = \frac{P_t^*}{P_{t-1}^{f*}}, \quad (1)$$

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = \left(\frac{S_t}{S_t^*} \right)^\chi, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\bar{M}_t}{P_t} \right) \left(\frac{S_t}{S_t^*} \right)^\varphi = \frac{Y_t^\delta}{(1+i_t)^\theta}, \quad (3)$$

$$\frac{S_{t+1}^e}{S_t} = \frac{1+i_t}{1+i_t^f}, \quad (4)$$

$$\frac{S_{t+1}^e}{S_{t-1}} = \left(\frac{cS_{t+1}^e}{S_{t-1}} \right)^{C_t} \left(\frac{FS_{t+1}^e}{S_{t-1}} \right)^{1-C_t}, \quad (5)$$

$$\frac{cS_{t+1}^e}{S_{t-1}} = \left(\frac{S_{t-1}S_{t-3}}{S_t^2} \right)^\nu, \quad (6)$$

$$\frac{FS_{t+1}^e}{S_{t-1}} = \left(\frac{S_{t-1}^*}{S_{t-1}} \right)^\lambda, \quad (7)$$

$$C_t = \frac{1}{1+\tau (S_{t-1} - S_{t-1}^*)^2}, \quad (8)$$

Опишем переменные и параметры, входящие в уравнения (1) – (8), их природу и экономический смысл. Переменная S_t – номинальный обменный курс в период времени t ; S_t – равновесное значение номинального обменного курса; P_t – уровень цен на отечественном рынке в момент времени t ; P_{t-1} – уровень цен на отечественном рынке в момент времени $t-1$; P_t^f – равновесное значение зарубежного уровня цен. Параметр $\chi \in (0; \infty)$ характеризует скорость подстройки на товарном рынке и представляет собой степень гибкости домашних цен. Уравнение (1) – долгосрочное равновесное условие которое следует из того что соблюдается Паритет Покупательной Способности (ППС).

Уравнение (2) является заменой кривой Филипса в описании краткосрочной ценовой динамики; оно связывает изменение отечественного уровня цен и отклонение номинального обменного курса от равновесия. Поскольку $\chi > 0$ из (2) следует, что как только НОК S_t превышает свое значение S_t^* по ППП, отечественный уровень цен увеличивается. Поэтому, когда валюта является недооцененной – возникает чрезмерный спрос на товарном рынке, приводя к росту уровня домашних цен и наоборот. Жесткость цен возникает в случае $\chi \rightarrow 0$, тогда как полная гибкость цен возникает в случае $\chi \rightarrow \infty$.

Равновесие на денежном рынке описывается уравнением (3). Переменная Y_t – отечественный ВВП в период времени t ; i_t – отечественная номинальная процентная ставка; \bar{M}_t – цель отечественного национального банка по объему M_2 в момент времени t ; \bar{S}_t – цель отечественного национального банка по номинальному обменному курсу.

Параметры $\delta \in (0; \infty)$, $\theta \in (0; \infty)$ – эластичности спроса на деньги по доходу и абсолютное значение эластичности спроса на деньги по доходу. Параметр φ характеризу-

ет степень интервенций национального банка на валютном рынке. Уравнение (3) – это стандартное LM уравнение, которое включает в себя правило, предложенное в [7; 8]:

$$\frac{\overline{M}_t}{\overline{M}_t} = \left(\frac{\overline{S}_t}{\overline{S}_t} \right)^\varphi \quad (9)$$

В случае $\varphi = 0$ экономика находится в состоянии свободного колебания (free-float) потому, что в этом случае, национальный банк фокусируется на таргетировании денежного предложения, не проводя никаких интервенций, и в случае $\overline{M}_t = \overline{M}_t$ и $\varphi = 0$ уравнение (3) сворачивается в обычное LM уравнение. Режим фиксированного валютного курса учитывается в случае $\varphi \rightarrow \pm\infty$ потому, что в этом случае, регулятор концентрируется на таргетировании номинального обменного курса без учета объема денежной массы.

Использование интервенционных тактик «дуть против ветра» и «дуть по ветру» осуществляется при помощи изменения \overline{M}_t . Если ($S_t > \overline{S}_t$ ($S_t < \overline{S}_t$)) по каким либо причинам, то цель тактики «дуть против ветра» заключается в уменьшении (увеличении) НОК S_t ; это может быть достигнуто путем уменьшения (увеличения) \overline{M}_t в (9), когда $\varphi < 0$, и наоборот в случае $\varphi > 0$. Величина степени таких интервенций φ очень важна для успешной стабилизации хаотического поведения НОК.

Уравнение (4) – это известное уравнение, выходящее из гипотезы непокрытого процентного паритета. Переменная S_{t+1}^e – это прогноз, который делается в период времени t для НОК в $t+1$ момент времени; i_t, i_t^f – это отечественная и иностранная nominalная процентная ставка в момент времени .

Уравнения (5)–(8) описывают спекулятивную динамику модели путем учета поведения торговцев использующих графический (технический) анализ при принятии решений. В (5)–(8) валютные спекулянты занимают позиции в момент времени $t+1$, основываясь на прогнозах, сделанных для момента времени на основании информации имеющейся на момент времени $t-1$.

Уравнение (5) разделяет ожидания на две составляющие: ожидания основанные на графическом анализе cS_{t+1}^e , и ожидания, основанные на фундаментальных (макроэкономических) данных FS_{t+1}^e ; переменная $C_1 \theta(1,0)$ – весовой коэффициент характеризующий степень значимости графического анализа при принятии решений в момент времени t . Если $C_1 \theta(0,0.5)$, то предпочтение больше отдается фундаментальному анализу. Если $C_1 = 5$, то половина спекулянтов используют технический анализ для прогнозов, а половина – фундаментальный. Если $C_1 \theta(0.5,1)$, то в прогнозах ожидаемого значения курса доминирует графический подход.

Правило ожиданий для прогнозов, основанных на графическом анализе, задается (6). Переменные S_{t-2}, S_{t-3} – номинальные обменные курсы в моменты времени $t-2, t-3$, соответственно; параметр $v \in (0, \infty)$ – степень, характеризующая влияние данных прошлого, используемых в техническом анализе. Уравнение (6) основано на методе, известном как тактика «скользящих средних». Спекулянты ожидают рост НОК, как только краткосрочная скользящая средняя S^L пересекает долгосрочную скользящую среднюю S^L снизу рис 1. В этом случае отдается приказ на покупку иностранной валюты.

Когда же краткосрочная скользящая средняя пересекает долгосрочную вниз, то отдается приказ на продажу иностранной валюты (рис 2).

Ета тактика может быть описана следующим соотношением:

$$\frac{cS_{t+1}^e}{S_{t-1}} = \left(\frac{S_t^s}{S_t^L} \right)^{2\nu} \quad (10)$$

Анализ модели. В описанной модели присутствуют 8 эндогенных показателей: S_t , P_t , i_t , S_t^* , S_{t+1}^e , cS_{t+1}^e , FS_{t+1}^e , C_t . Кроме того, для упрощения расчетов и анализа, без нарушения общности, можно принять, что скорость, с которой по ожиданиям спекулянтов НОК возвратится к своему фундаментальному значению, равна скорости, с которой цены на товарном рынке подстраиваются под изменение курса т.е. $\lambda = \chi$.



Рис. 1. Пересечение краткосрочной скользящей средней долгосрочной вверх
(приспособлено автором)



Рис. 2. Пересечение краткосрочной скользящей средней долгосрочной вниз
(приспособлено автором)

После подстановок и преобразований получаем уравнение для S_t :

$$S_t = \overline{M}_t^A \overline{S}_t^B P_t^C P_t^{f*D} S_{t-1}^{*E} P_{t-1}^F Y_t^G \left(1 + i_t^f\right)^H S_{t-1}^J S_{t-2}^K S_{t-3}^L \quad (11)$$

где

$$A = -\frac{1}{\varphi - \theta - \chi}, \quad B = -\frac{\varphi}{\varphi - \theta - \chi}, \quad C = -\frac{\chi}{\varphi - \theta - \chi}, \quad D = \frac{\chi}{\varphi - \theta - \chi}, \quad E = -\frac{\theta \chi \left(1 - \frac{1}{1 + \tau (S_{t-1} - S_{t-1}^*)}\right)}{\varphi - \theta - \chi},$$

$$F = \frac{1}{\varphi - \theta - \chi}, \quad G = \frac{\delta}{\varphi - \theta - \chi}, \quad H = -\frac{\theta}{\varphi - \theta - \chi}, \quad J = \frac{\theta(1 + v + \tau)(1 - \chi)(S_{t-1}^* - S_{t-1})^2}{(\theta + \chi - \varphi)(1 + \tau(S_{t-1}^* - S_{t-1})^2)},$$

$$K = \frac{-20v}{(\theta + \chi - \varphi)(1 + \tau(S_{t-1}^* - S_{t-1})^2)}, \quad L = \frac{\theta v}{(\theta + \chi - \varphi)(1 + \tau(S_{t-1}^* - S_{t-1})^2)}.$$

Уравнение (11) является нелинейным разностным уравнением, не имеющим аналитических решений, поэтому поиск решений будет осуществляться численными методами. Также для использования (11) в конкретных расчетах, необходима калибровка модели — подстройка параметров $\varphi, \theta, \chi, \delta, v, \tau$ под конкретную экономику отечественного государства.

Настройка и моделирование. Исходя из формулы (11) необходимо «построить» модифицированную модель Дорнбуша под экономику Украины. В эту модель входит 12 экзогенных: $i_t, i_t^f, \bar{S}_t, \bar{M}_t, Y_t, P_{t-1}, S_{t-1}^*, S_{t-1}, S_{t-2}, S_{t-3}, P_t^*, P_t^{f*}$ и 6 эндогенных переменных: $\varphi, \theta, \chi, \delta, v, \tau$.

Определение значений экзогенных переменных осуществляется, исходя из экономической ситуации в стране, статистических данных и предварительных расчетов. Полученные значения этих переменных приведены в табл. 1 (разработаной автором).

Таблица 1

Значения экзогенных переменных

i_t	i_t^f	\bar{S}_t	\bar{M}_t	Y_t	P_{t-1}
0.1274	0.059	7.65381	207.096*10^9	496.989*10^9	112.21
S_{t-1}^*	S_{t-1}	S_{t-2}	S_{t-3}	S_t^*	
7.7	8	7.8	5.07		8.19

Значения $i_t, i_t^f, \bar{S}_t, \bar{M}_t, Y_t, S_{t-1}, S_{t-2}, S_{t-3}$ получены из статистических данных приводимых МВФ, значения $P_{t-1}, S_{t-1}^*, P_t^{f*}, S_t^*$ приводятся в работе [8].

Для получения значений эндогенных переменных была реализована программа в пакете математических исследований Mathematica, в которой использован следующий подход. Были заданы экзогенные переменные из табл. 1 и минимизировалась функция

$$F = \left| \bar{M}_t^A \bar{S}_t^B P_t^{*C} P_t^{f*D} S_{t-1}^{*E} P_{t-1}^F Y_t^G \left(1 + i_t^f\right)^H S_{t-1}^J S_{t-2}^K S_{t-3}^L - S_t \right| \quad (12)$$

где S_t — текущее значение рыночного НОК по искомым 6 переменным $\varphi, \theta, \chi, \delta, v, \tau$ при помощи модифицированного метода Нелдера-Мида [9]. В результате с точностью 10^{-8} они были вычислены и приводятся в Табл. 2 (разработаной автором).

Таблица 2

Значения эндогенных переменных

θ	τ	χ	φ	v	δ
0.0132379	81.1232	0.359669	-4.17338	999.999	0.0930299

Модифицированная модель Дорнбуша (12) позволяет проводить имитационное моделирование процесса изменения НОК гривны во времени. В зависимости от значений экзогенных и эндогенных переменных это поведение может быть как хаотичным так и вполне детерминированным (динамический хаос).

Таким образом, обобщение результатов и идей многих исследований, привело к созданию динамической модели расчета обменного курса с хаотическим поведением на основе модели Дорнбуша. В этой модели были учтены как возможность национального банка проводить интервенции на валютном рынке, так и различные подходы трейдеров к анализу и принятию решений, а именно фундаментальный и технический анализы. В зависимости от доминирования того или иного подхода в текущий момент времени – динамика и волатильность курса меняется. Более того, модель учитывает тот факт, что интервенции национального банка «по ветру» и «против ветра» резко сокращают волатильность и хаотическое поведение обменного курса.

Результаты также демонстрируют, что, в процессе имитационного моделирования, учет прошлой информации о поведении обменного курса в принятии решений на основе построенной модели приводит к сложной динамике в модели Дорнбуша, однако это хаотическое поведение определяется детерминистскими решениями и законами.

1. *De Grauwe P., Vansanten K.*, Deterministic Chaos in Foreign Exchange Market.// CEPR Discussion Paper №370, 1990;
2. *De Grauwe P., Dewachter H.*, Chaos in Dornbusch Model of the exchange rate.// Kredit and Kapital 25(1), 1992, 26–54;
3. *Degreer H., Hansen J.* Evaluation of exchange rate forecasts for the krona's nominal effective exchange rate. // Sveriges Riksbank Working Paper.– Series №133, December 2001;
4. *Dornbusch R.* Expectations and exchange rate dynamics// Journal of Political Economy (1976a).– pp. 1161–1174.;
5. German Advisory Group Report, 2009;
6. *Hinn M.D., Meese R.A.*, Banking on Currency Forecasts: How Predictable Is Change in Money // Journal of International Economics, 38(1995).– pp. 161–178;
7. *Mac Donald R.* Concepts to Calculate Equilibrium Exchange Rates: an Overview.// Discussion paper 3/00, Deutsche Bundesbank;
8. *Obstfeld M., Rogoff K.*, Foundations of International Macroeconomics.// Cambridge, MA and London: The MITPress, 1996;
9. *Хімельблau Д.* Прикладное нелинейное программирование.– М.: Мир, 1975.– 412 с.;
10. *Шимко П.Д., Михайлушкин А.И.* Международная экономика.// Высшая школа.– М., 2002.– 336 с.