

УДК 658.152

Ю.М. Осадчий

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗШИРЕННЯ ВИРОБНИЦТВА З ВИКОРИСТАННЯМ ЗОВНІШНІХ КОШТІВ

Представлені математичні моделі, що дозволяють оцінити обсяг коштів, що вкладаються в розширення виробництва, за якого приріст доходу перевищує приріст коштів, що вкладаються. Оцінені також прирости прибутку і нової ціни продукції.

The mathematical models which allow to estimate facilities of the investments in production expansion when the increase of profit exceeds the increase of investment facilities are presented in the article. Increases as for profit and new cost of products are appraised also.

Ключові слова: кошти, що вкладаються, прибуток, ціна.

У статті [1] було поставлено і виконано завдання визначення ціни потоку зовнішніх коштів для розширення виробництва і залежного від неї підвищення ціни товарної продукції, у роботі [2] розглянуто специфіку сприяння збільшенню обсягу вкладень на розширення та підвищення ціни послуг транспортного підприємства.

Метою розширення виробництва є збільшення прибутку і поповнення обсягу ринку. У зв'язку з цим виникає завдання визначення обсягу грошових коштів для забезпечення планового обсягу виробництва з урахуванням зменшення темпів приросту обсягів виробництва при збільшенні коштів, що вкладаються [3].

Крім того, нова ціна продукції і ціна потоку зовнішніх коштів, досліджені в [4], є важливими, але не вичерпними характеристиками результатів розширення виробництва. Не менш важливо визначити коефіцієнт збільшення прибутку як функцію обсягів запозичених та інвестованих коштів і відсоткових ставок щодо них, а також коефіцієнт збільшення обсягу виробництва і зростання ціни.

У літературі відсутні методика і залежності для кількісних оцінок вказаних результатів розширення виробництва з використанням власних і зовнішніх коштів. Тому у даній роботі представлені математичні моделі для визначення оцінок показників результатів розширення виробництва, а також наведені відповідні приклади.

Обсяг виробленої товарної продукції T як функція грошових коштів D , що вкладаються, визначається виробничою функцією, індивідуальною для кожного підприємства [5]. Для визначення намічених обсягів виробництва і необхідних для цього коштів потрібні апроксимації $T = T(D)$ аналітично визначеними функціями.

Розглянемо способи їх визначення з таблично визначеної $T = T(D)$.

Виробничі функції апроксимують зростаючими опуклими вгору функціями. Реальна початкова інформація для визначення параметрів виробничої функції міститься в таблиці пар значень D і T , складеної за наслідками виробничої діяльності підприємства.

Розглянемо модель $T(D)$ у вигляді полінома другого ступеня [6]:

$$T = a_0 + a_1 D + a_2 D^2. \quad (1)$$

Для визначення параметрів a_0 , a_1 , a_2 необхідно мати не менше, ніж три пари значень D і T . Для визначення параметрів (1) згідно з методиками економетричних досліджень [6] розв'яжемо систему рівнянь, що має в матричному вигляді таке вираження:

$$\begin{pmatrix} n & \Sigma D_i & \Sigma (D_i)^2 \\ \Sigma D_i & \Sigma (D_i)^2 & \Sigma (D_i)^3 \\ \Sigma (D_i)^2 & \Sigma (D_i)^3 & \Sigma (D_i)^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma T_i \\ \Sigma T_i D_i \\ \Sigma T_i (D_i)^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

При розв'язанні економетричної задачі розглядають декілька моделей, із яких вибирають якнайкращу за певним критерієм або усереднюють числові результати, одержані через використання різних моделей.

Для визначення параметрів моделі у вигляді логарифмічної функції [6]

$$T = a_0 + a_1 \ln D \quad (3)$$

потрібно розв'язати систему рівнянь

$$\begin{pmatrix} n & \Sigma \ln D_i \\ \Sigma \ln D_i & \Sigma (\ln D_i)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma T_i \\ \Sigma T_i \ln D_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

Так само можуть бути визначені параметри інших апроксимацій виробничих функцій. Якщо поставлено завдання вибору моделі з деякої їх множини, то для кожної з них потрібно обчислити суму квадратів нев'язностей

$$\varepsilon^2 = \sum (T_i - T(D_i))^2$$

і вибрати модель, якій відповідає найменше значення ε^2 [6].

Маючи апроксимацію, можемо розв'язати задачу за визначенням грошових коштів, відповідних планованому обсягу товарної продукції з урахуванням бажаного доходу й оподаткування.

Із зростанням значень D темпи приросту доходу як вартісного виразу товару зменшуються [7], унаслідок чого $T(D)$ є зростаючою функцією, опуклою вгору [8].

Якщо використовується модель у вигляді полінома (1), опуклість забезпечена при $a_2 < 0$.

Підприємство вкладатиме кошти в розширення виробництва, якщо приріст доходу більший, ніж приріст коштів, що вкладаються. Визначимо найбільше значення коштів, що витрачаються, перевищення якого приведе до приросту доходу, меншого, ніж приріст витрат. Приріст товару у вартісному виразі приблизно представимо диференціалом

$$\Delta T = \frac{dT(D)}{dD} \Delta D,$$

де $\frac{dT(D)}{dD}$ — похідна від виробничої функції $T(D)$ щодо D . Для того, щоб приріст товару перевищував приріст вкладених коштів, необхідно мати значення відношення більше за одиницю:

$$\Delta T / \Delta D > 1. \quad (5)$$

З урахуванням того, що підприємство зобов'язане з доходу виплатити борги донорам зовнішніх коштів і податки, необхідно

$$\Delta T / \Delta D > k_H * k_G,$$

де

$$k_H = 1 + \alpha_H / 100,$$

$$k_G = 1 + \alpha_G / 100,$$

α_G, α_H — відсоткові ставки по зовнішніх коштах і податку.

Оскільки потрібне виконання (5), необхідно, щоб похідна була більше за одиницю.

Якщо за модель виробничої функції прийняти поліном (1), то похідна має вигляд

$$\frac{dT(D)}{dD} = a_1 - 2a_2 D.$$

З викладеного випливає, що у разі використання моделі у вигляді полінома найбільший об'єм коштів, що вкладаються, становить

$$D = (k_n * k_e - a_1) / 2a_2. \quad (6)$$

Похідна від логарифмічної моделі (3) має вигляд

$$\frac{dT(D)}{dD} = a_1 / D.$$

У цьому випадку грошові кошти обмежені значенням

$$D = a_1 / k_n * k_e. \quad (7)$$

Проілюструємо викладене прикладом. У табл. 1 представлена виробнича функція транспортного підприємства, що виконує внутрішньоміські перевезення, адаптована для викладу дій із її апроксимації (значення D і T закруглені до двох значущих цифр після коми, одиницею вимірювання D і T є млн грн). У табл. 1 ΔD і ΔT – прирощення D і T .

Таблиця 1

Виробнича функція

i	1	2	3	4	5
ΔD	0,95	0,73	1,29	0,95	
ΔT	2,98	2,06	3,24	0,09	
D	5,56	6,51	7,24	8,53	9,48
T	7,14	10,12	12,18	150420	15,51

У табл. 1 $D_{i+1} = D_i + \Delta D_i$, $T_{i+1} = T_i + \Delta T_i$.

Обчисливши необхідні суми і розв'язавши систему рівнянь (2), визначимо параметри a_0 , a_1 , a_2 і поліноміальну модель виробничої функції

$$T = -20.836 + 6.376D - 0.248D^2. \quad (8)$$

Моделі (1) відповідає обчислене за допомогою (8) найбільш допустиме значення коштів, що вкладаються в розширення виробництва, $D=10,637$.

Виконавши логарифмування, обчисливши суми, необхідні для формування системи рівнянь (4) і розв'язавши її, отримаємо модель

$$T = -25.591 + 19.1 \ln(D),$$

якій відповідає найбільш допустиме значення коштів, що вкладаються, $D=12,733$. Середнє арифметичне значення 10,637 і 12,733 становить $D=11,685$.

Припустимо, що підприємство вважає за необхідне запланувати обсяг коштів, що вкладаються, рівний 11 млн грн. Власні кошти підприємства становлять 8 млн грн. Підприємство отримує банківський кредит на суму 2 млн грн з відсотковою ставкою 25 %. Зовнішній інвестор надасть 1 млн грн з відсотковою ставкою 20 %. Відповідні відносні обсяги зовнішніх коштів [1] становитимуть $\beta_z = 0,25$ і $\beta_i = 0,125$.

Виконаємо аналіз результатів використання власних і зовнішніх коштів для виробництва товарної продукції при вказаних обсягах коштів і відсоткових ставках. Перш за все проаналізуємо вплив чинників на прибуток.

Отримаємо залежність коефіцієнта збільшення прибутку від коефіцієнтів обслуговування запозичених і інвестованих засобів K_z і K_i [1]:

$$K_z = 1 + \alpha_z / 100,$$

$$K_i = 1 + \alpha_i / 100.$$

Для отримання вказаної залежності запозичимо з [1] систему рівнянь, що є моделлю утворення прибутків при використанні тільки власних (рівняння (9) — (12)), а також власних і зовнішніх коштів (рівняння (13) — (16)).

Виробництво продукції за рахунок власних коштів:

$$\Pi_n = \Pi(1 - K_n), \quad (9)$$

$$\Pi = D - BK, \quad (10)$$

$$D = T * C, \quad (11)$$

$$T = BK / C. \quad (12)$$

Розширене виробництво продукції за рахунок власних і зовнішніх коштів (введений індекс p):

$$\Pi_{np} = \Pi_p(1 - K_n), \quad (13)$$

$$\Pi_p = D_p - D, \quad (14)$$

$$D_p = T_p * C_p, \quad (15)$$

$$T_p = D / C_p, \quad (16)$$

$$D = BK + 3oK, \quad (17)$$

$$3oK = 3aK + IK. \quad (18)$$

Позначення величин ті ж, що і в роботі [1].

Скориставшись послідовно рівняннями (18) — (13), виразимо прибуток при використанні зовнішніх коштів:

$$П_{np} = ((BK + 3aK + IK)Ц_p / C_p - 3oK * K_3 - IK * K_i - BK)(1 - K_n).$$

Подібно до цього, виразимо з рівнянь (12) — (9) прибуток при використанні тільки власних коштів:

$$П_n = BK(Ц / C - 1)(1 - K_n).$$

Коефіцієнт збільшення прибутку визначимо як відношення $П_{np} / П_n$. Використавши позначення відносних обсягів запозичених та інвестованих коштів

$$\beta_3 = 3aK / BK,$$

$$\beta_i = IK / BK,$$

отримаємо таку залежність коефіцієнта збільшення прибутку:

$$K_{np} = \frac{(\beta_3 + \beta_i + 1)Ц_p / C_p - \beta_3 K_3 - \beta_i K_i - 1}{Ц / C - 1}.$$

Для табуляції скористаємося програмою табуляції функції двох змінних для $\beta_3 = 0,25$, $\beta_i = 0,125$:

$$bz:=0.25 \quad bi:=0.125 \quad i:=0..5 \quad j:=0..5$$

$$kzi:=1.05+0.05*i \quad kij:=1.05+0.05*j$$

$$ц1:=1,93 \quad c1:=1,5 \quad ц:=1,3 \quad c:=1$$

$$П_{np}:=(bz+bi+1)*ц1/c1-bz*kz-bi*ki-1$$

$$П_n:=ц/c-1$$

$$K_{np}(kz,ki):=П_{np}/П_n$$

$$Mij:=K_{np}(kzi,kij)$$

$$M=$$

При цьому використані значення нової ціни $Ц_p = 1,93$, нової собівартості $C_p = 1,5$, ціни товару $Ц = 1,3$ і собівартості $C = 1$ без застосування зовнішніх коштів [1]. Результати табулювання представлені в табл. 2.

Таблиця 2

**Залежність коефіцієнта збільшення прибутку від коефіцієнтів
обслуговування запозичених й інвестованих коштів**

K_i	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3
K_z						
1,05	1,347	1,322	1,301	1,281	1,26	1,239
1,1	1,301	1,281	1,26	1,239	1,218	1,197
1,15	1,26	1,239	1,218	1,197	1,176	1,156
1,2	1,218	1,197	1,176	1,156	1,135	1,114
1,25	1,176	1,156	1,135	1,114	1,093	1,072
1,3	1,135	1,114	1,093	1,072	1,051	1,031

Вказаним вище відсотковим ставкам відповідають коефіцієнти обслуговування $K_z = 1,25$ і $K_i = 1,2$ і, як випливає з таблиці 2, коефіцієнт збільшення прибутку, що дорівнює 1,114.

У таблиці 3 представлені значення коефіцієнта збільшення прибутку як функція відносних обсягів запозичених й інвестованих коштів.

Таблиця 3

Залежність коефіцієнта збільшення прибутку від коефіцієнтів β_z і β_i

β_z	β_i	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
0,05		1,049	1,067	1,085	1,103	1,121	1,138
0,1		1,059	1,077	1,094	1,112	1,13	1,148
0,15		1,068	1,086	1,104	1,122	1,139	1,157
0,2		1,078	1,096	1,113	1,131	1,149	1,167
0,25		1,087	1,105	1,123	1,141	1,158	1,176
0,3		1,097	1,114	1,132	1,15	1,168	1,186

Вище наведені значення відносних обсягів $\beta_z = 0,25$ і $\beta_i = 0,125$. У таблиці 3 найближчими до $\beta_i = 0,125$ є значення 0,1 і 0,15, для яких значення 0,125 є середнім арифметичним. Відповідно, для підприємства з вказаними раніше даними і представленими в таблиці 3 коефіцієнт збільшення прибутку дорівнює середньому арифметичному $(1,105 + 1,123) / 2 = 1,114$, що, природно, дорівнює набутому раніше значенню.

Нова ціна продукції залежить від бажаного приросту прибутку δ і ціни потоку зовнішніх коштів C_n :

$$C_p = \left(\frac{(1 + (H/C - 1)(1 + \delta)) + C_n(\beta_z + \beta_i)}{1 + \beta_z + \beta_i} \right) C_p \quad (19)$$

Ця залежність частково представлена в статті [1], де вона табульована лише як функція приросту прибутку. У таблиці 4 представлена залежність, що дозволяє виконати двовимірний аналіз нової ціни.

Таблиця 4

Залежність нової ціни від ціни потоку зовнішніх коштів і приросту прибутку

δ	C_n	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
1,05		1,84	1,855	1,87	1,885	1,9	1,915
1,1		1,865	1,88	1,895	1,91	1,925	1,94
1,15		1,89	1,905	1,92	1,935	1,95	1,965
1,2		1,915	1,93	1,945	1,96	1,975	1,99
1,25		1,94	1,955	1,97	1,985	2	2,015
1,3		1,965	1,98	1,995	2,01	2,025	2,04
1,35		1,99	2,005	2,01	2,035	2,05	2,065
1,4		2,015	2,03	2,045	2,06	2,075	2,09
1,45		2,04	2,055	2,07	2,085	2,1	2,115
1,5		2,065	2,08	2,095	2,11	2,125	2,14

Для даного підприємства при запозичених коштах обсягом 2 млн грн під 25 % і інвестованих коштах обсягом 1 млн грн під 20 % ціна потоку зовнішніх коштів становить 1,233. Якщо підприємство бажає збільшити прибуток на 10% ($\delta = 0,1$), то, як може бути розраховано з даних таблиці 4 за допомогою лінійної інтерполяції (зважаючи на лінійність залежності (19)), нова ціна повинна скласти 1,94. Якщо колишня ціна становила 1,3, то унаслідок залучення зовнішніх коштів ціну необхідно збільшити в $1,94/1,3=1,49$ разу.

Практичний інтерес представляє також залежність відношення нової ціни до нової собівартості від бажаного збільшення прибутку. Ця залежність має вигляд

$$C_p/C_r = (1 + \beta_z + \beta_i) (K_{np} ((C/C - 1) + \beta_z K_z + \beta_i K_i + 1)).$$

У таблиці 5 наведені відповідні пари значень C_p/C_r і K_{np} .

Таблиця 5

Залежність відношення нової ціни до нової собівартості від коефіцієнта збільшення прибутку

K_{np}	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3
C_p/C_r	2,339	2,359	2,369	2,398	2,418	2,438

Якщо підприємство бажає збільшити прибуток на 10 % ($K_{np} = 1,1$), то необхідно, щоб нова ціна була в 2,359 разу більша, ніж нова собівартість.

Отже, відповідно до поставлених задач отримані рівняння, що дозволяють оцінити обсяг коштів, що вкладаються в розширення виробництва, при забезпеченні приросту доходу, більшого, ніж приріст вкладених коштів. Оцінені також збільшення прибутку залежно від відносних обсягів зовнішніх коштів і відсоткових ставок щодо них, а також збільшення відношення нової ціни до нової собівартості при використанні зовнішніх коштів.

1. *Осадчий Ю.М.* Розширення виробництва з використанням зовнішніх коштів / Ю.М. Осадчий // Економіка і управління. – 2012. – № 1. – С. 117–121;
2. *Осадчий Ю.М.* Влияние внешних денежных средств на цену транспортных услуг / Ю.М. Осадчий // Вестник транспортной академии Украины. – К.: 2011. – Вып. 14. – С. 18–20;
3. *Шарп У.Ф.* Инвестиции / У.Ф. Шарп, Г.Дж. Александер, Д.В. Бейли. – М.: Инфра-м, 1998. – 1004 с.;
4. *Цал-Цалко Ю.С.* Витрати підприємства / Ю.С. Цал-Цалко. – К.: ЦУЛ, 2002. – 655 с.;
5. *Терехов Л.Л.* Виробничі функції. – М.: Статистика, 1974. – 276 с.;
6. *Жлуктенко В.І.* Економетрія / В.І. Жлуктенко, Н.К. Водзянова, С.С. Савіна, О.В. Колодінська. – Європейський університет, 2005. – 547 с.;
7. *Економіка фірми* / под ред. И.О. Волкова, В.К. Скляренко. – М., Инфра-м, 2000. – 280 с.;
8. *Шаповал В.М.* Економіка підприємства / В.М. Шаповал, Р.Н. Аврамчук, О.В. Ткаченко. – К.: Центр наукової літератури, 2003. – 285 с.