

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЛІМІТІВ НА ПРОВЕДЕННЯ БАНКОМ АКТИВНИХ ТА ПАСИВНИХ ОПЕРАЦІЙ

Запропоновано метод визначення лімітних коефіцієнтів, заснований на використанні моделі зміни обсягів активних і пасивних операцій, які банк планує провести протягом заданого планового періоду. Визначені лімітні коефіцієнти, які дозволяють при фіксованих інших параметрах гри проводити активні та пасивні операції збалансовано.

The method of definition of the limit factors, based on use of model of change of volumes of active and passive operations which bank is planned to carry out during the definite period of time is offered. The limit factors which allow, at fixed other parameters of game, to conduct balanced active and passive operations are found.

Ключові слова: банк, ризики, ліміти, лімітні коефіцієнти, активні операції, пасивні операції, теорія ігор.

Характерною особливістю сучасної світової фінансово-економічної кризи стало спричинення нею широкомасштабного дефіциту фінансових ресурсів, який проявився у значних проблемах із підтриманням належного рівня ліквідності банківського сектору. Тому проблема ефективного, збалансованого управління фінансовими ресурсами та ризиками банку залишається надзвичайно актуальною, особливо для української банківської системи в умовах, коли економіка України знаходиться в процесі ринкових перетворень.

Так, одним із найважливіших інструментів управління фінансовими ризиками комерційного банку є встановлення лімітів на проведення активних та пасивних операцій. Встановлення лімітів дає можливість зменшити ризики, які бере на себе банк, а практика реалізації лімітної політики довела свою високу ефективність. Саме проблемі встановлення лімітів на проведення банком активних і пасивних операцій присвячена дана стаття.

Проблемою вдосконалення процедури впровадження лімітів як одного з найважливіших інструментів управління фінансовими ризиками комерційного банку займалися Амелін С., Волошин І., Головінський В., Пісарєв А. та інші.

Як відомо, при встановленні лімітів особливо важливу роль відіграє оптимальне або раціональне визначення їхнього розміру, що часто відображається у вигляді коефіцієнта, який обмежує обсяг банківських операцій за певними видами діяльності. Даний коефіцієнт можна визначати різними способами, основними з яких є емпіричний та розрахунковий, що базується на використанні різноманітних моделей, зокрема статистичних та економіко-математичних.

Мета статті — запропонувати метод визначення лімітних коефіцієнтів, заснований на використанні економіко-математичної моделі зміни обсягів активних і пасивних операцій, які банк планує провести протягом заданого планового періоду часу. Тобто

основною ціллю є розробка економіко-математичного інструментарію для визначення лімітів на проведення активних і пасивних операцій банків.

У статті пропонується використати методи теорії багатокрокових ігор якості [1; 2] для вирішення проблеми визначення лімітів на активні та пасивні операції банків. У результаті рішення гри знаходяться множини незбалансованого проведення активних операцій, пасивних операцій, а також області збалансованості активних і пасивних операцій при будь-яких значеннях параметрів гри, включаючи лімітні коефіцієнти. Таким чином, знаходяться лімітні коефіцієнти, які дозволяють при фіксованих інших параметрах гри проводити активні та пасивні операції збалансовано. Даний підхід може бути корисний при вирішенні проблеми управління фінансовими ризиками за допомогою проведення лімітної політики.

При проведенні комерційним банком активних і пасивних операцій протягом заданого планового проміжку часу (місяць, квартал, рік) будемо вважати, що в банку є два центри управління (підрозділи), один з яких управляє фінансовою діяльністю банку в національній валюті, а інший — фінансовою діяльністю, що здійснюється в іноземній валюті. Надалі центр, що управляє фінансовою діяльністю банку в національній валюті, будемо називати першим гравцем, а центр, що управляє фінансовою діяльністю банку в іноземній валюті, — другим гравцем. Позначимо через $x(0)$ — обсяг (у гривні) активних операцій, а через $y(0)$ — обсяг (у гривні) пасивних операцій банку, які він планує провести на плановому проміжку часу $[0, T]$. Через $\alpha(t)$, $\beta(t)$ — темпи

зміни змінних $x(t)$, $y(t)$ на часовому інтервалі $[t, t+1]$, через $s_1(t)$, $s_2(t)$ — лімітні коефіцієнти, що «визначають» діяльність банку в національній та іноземній валюті відповідно. Опишемо процес зміни обсягів активних і пасивних операцій.

У початковий момент часу $t=0$ величина обсягу активних операцій, яка запланована на плановий період $[0, T]$, множиться на коефіцієнт $\alpha(0)$, а величина обсягу пасивних операцій, яка запланована на плановий період $[0, T]$, множиться на коефіцієнт $\beta(0)$. Потім перший гравець вибирає величину $u(0) \in [0, 1]$, яка визначає обсяг активних операцій $u(0)\alpha(0)x(0)$, що проводяться в національній валюті на інтервалі $[0, 1]$. Аналогічно діє другий гравець, а саме — він вибирає величину $v(0) \in [0, 1]$, яка визначає величину пасивних операцій в іноземній валюті $v(0)\beta(0)y(0)$ на інтервалі $[0, 1]$. План виконання активних операцій $u(0)\alpha(0)x(0)$, які запланував реалізувати перший гравець, може вважатися здійсненим, якщо перший гравець здійснить реалізацію плану щодо обсягу пасивних операцій рівного $s_1(0)u(0)\alpha(0)x(0)$, де $s_1(0)$ — лімітний коефіцієнт по операціях в національній валюті. План виконання пасивних операцій $v(0)\beta(0)y(0)$, яку запланував реалізувати другий гравець, може вважатися здійсненим, якщо першим гравцем запланована реалізація плану по активних операціях $s_2(0)v(0)\beta(0)y(0)$, де $s_2(0)$ — лімітний коефіцієнт по операціях в іноземній валюті. Тоді обсяги активних і пасивних операцій, які заплановані банком на періоді $[1, T]$, описуються таким чином:

$$x(1) = \alpha(0)x(0) - u(0)\alpha(0)x(0) - s_2(0)v(0)\beta(0)y(0);$$

$$y(1) = \beta(0)y(0) - v(0)\beta(0)y(0) - s_1(0)u(0)\alpha(0)x(0).$$

Тоді в момент часу $t=1$ можливе виконання однієї з чотирьох умов:

- 1) $x(t) \geq 0, y(t) < 0$; 2) $x(t) < 0, y(t) \geq 0$;
 3) $x(t) < 0, y(t) < 0$; 4) $x(t) \geq 0, y(t) \geq 0$.

Якщо виконується перша умова, то будемо говорити, що процес закінчився достроковим виконанням плану по пасивних операціях у момент часу $t=1$. Процес закінчено.

Якщо виконується друга умова, то будемо говорити, що процес закінчився достроковим виконанням плану по активних операціях у момент часу $t=1$. Процес закінчено.

Якщо виконується третя умова, то можемо говорити, що процес закінчився достроковим виконанням плану і по пасивних, і по активних операціях у момент часу $t=1$. Процес закінчено.

Якщо виконується четверта умова, то можемо стверджувати, що процес продовжується надалі для моментів часу $t > 1$.

У момент часу $t=T-1$ гравці здійснюють останній хід і переходять у стани $x(T), y(T)$:

$$x(T) = \alpha(T-1)x(T-1) - u(T-1)\alpha(T-1)x(T-1) - s_2(T-1)v(T-1)\beta(T-1)y(T-1);$$

$$y(T) = \beta(T-1)y(T-1) - v(T-1)\beta(T-1)y(T-1) - s_1(T-1)u(T-1)\alpha(T-1)x(T-1). \quad (1)$$

Значення $x(T), y(T)$ показують результат планування активних та пасивних операцій на плановому проміжку $[0, T]$.

Розглянута динаміка зміни обсягів активних та пасивних операцій створює основу для розгляду низки параметричних задач. Якщо вважати, що параметри $\alpha(t), \beta(t),$

$s_1(t), s_2(t)$ є фіксованими константами, то можна розглянути багатокрокову гру якості (*), в якій динаміка керованого об'єкта задається вищенаведеною системою рівнянь (1), тобто системою, що визначає рух об'єкта $(x(t), y(t))$ (обсягів активних і пасивних операцій), який залежить від двох управлінських параметрів $u(t), v(t)$. Умовами, що визначають закінчення взаємодії гравців, будуть умови 1), 2), 3).

Розглянемо задачу (*). Наведена процедура планування і управління обсягами активних та пасивних операцій буде розглядатися у рамках схеми позиційної багатокрокової гри з повною інформацією [3; 4]. У межах цієї схеми процес «породжує» дві задачі: з погляду першого гравця-союзника і другого гравця-союзника. Внаслідок симетричності досить обмежитися розглядом однієї з них, наприклад, з погляду першого гравця-союзника, тобто завдання 1. Для цього визначимо чисті стратегії першого гравця-союзника. Позначимо через $T^* = \{0, 1, \dots\}$ дискретну множину, що характеризує область зміни часового параметра.

Чистою стратегією першого гравця-союзника називається функція $u: T^* \times [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, яка ставить стану інформації (позиції) $(t, (x, y))$ значення $u(t, (x, y)): 0 \leq u(t, (x, y)) \leq 1$. Тобто чистою стратегією першого гравця-союзника є функція (правило), яка ставить стану інформації в момент часу t величину $u(t, (x, y))$, що визначає частку обсягу активних операцій у національній валюті, яку перший гравець планує провести в плановий період $[t, t+1]$. Відносно інформованості гравця-супротивника (в рамках схеми

позиційної гри) ніяких припущень не робиться, що еквівалентно тому, що гравець-супротивник вибирає свою управлінську дію $v(t)$ на підставі будь-якої інформації.

Після визначення стратегій у завданні 1 необхідно визначити множину «переваги»

W_1 для першого гравця. W_1 – це множина таких початкових станів величин обсягів активних і пасивних операцій $(x(0), y(0))$, які мають таку властивість: для таких початкових станів існує стратегія першого гравця, яка для будь-яких реалізацій стратегії другого гравця «приводить» в один з моментів часу t стан системи $(x(t), y(t))$ в такий, при якому буде виконуватися умова 1). При цьому у другого гравця не існує стратегії, яка може призвести до виконання умов 2) або 3) в один із попередніх моментів часу.

Стратегія $u_*(\cdot, \cdot)$ першого гравця, яка має вказану властивість, називається оптимальною. Рішення завдання 1 полягає в знаходженні множин «переваги» першого гравця та його оптимальних стратегій. Відзначимо, що час закінчення взаємодії в такій грі вважається не обмеженим.

Рішення завдання 1 знаходиться за допомогою інструментарію теорії багатокрокових ігор з повною інформацією, який дозволяє знаходити його при різних співвідношеннях параметрів гри. Приведемо рішення гри, тобто множини переваги W_1 і оптимальні стратегії першого гравця. Відзначимо такий факт: множина переваги W_1 є об'єднанням множин W_1^i станів $(x(0), y(0))$, які характеризуються такою властивістю, що якщо процес почнеться з них, то у першого гравця існує стратегія $u(\cdot, \cdot)$, що дозволяє йому одержати виконання умови 1) в момент часу $t=i$, як би не діяв другий гравець, причому у другого гравця існує стратегія, яка не дозволяє першому гравцю одержати виконання умови 1) за менший проміжок часу.

Випишемо множини W_1^i і оптимальні стратегії $u_*(\cdot, \cdot)$ при різних співвідношеннях параметрів гри. Розглянемо випадок а) $\alpha \leq \beta$.

$$W_1^i = \{ (x(0), y(0)) : k(i-1) \beta y(0) \leq s_1 \alpha x(0) < k(i-2) \beta y(0) \}, i = 1, \dots$$

$u_* = \{u_*(0, (x, y)), \dots, u_*(i-1, (x, y))\}$, $u_*(t, (x, y)) = \{[1 - (s_2 \beta y) / (\alpha x)]\}$, при $(x, y) \in R_+^2$, $\alpha x > s_2 \beta y$, i не визначена – в іншому випадку; $t=0, 1, \dots, i-1$).

$$k(i) = 1 + s_1 s_2 - (s_1 \alpha s_2) / (\beta k(i-1)); k_{-1} = 0, k_0 = 1 + s_1 s_2; W_1 = \bigcup_{i=1}^{\infty} W_1^i;$$

Промінь $s_1 \alpha x(0) = \{[1 + s_1 s_2 + ((1 + s_1 s_2)^2 - 4s_1 s_2 \alpha / \beta)^{1/2}] / 2 * \beta * y(0)$ буде бар'єром, тобто із станів $(x(0), y(0))$: $s_1 \alpha x(0) \leq \{[1 + s_1 s_2 + ((1 + s_1 s_2)^2 - 4 * s_1 s_2 \alpha / \beta)^{1/2}] / 2 * \beta y(0)$ перший гравець не може «примусити» виконати план по пасивних операціях в який-небудь момент часу.

Таким же чином розв'язується завдання 1 у випадках б) $\alpha > \beta$, $s_1 s_2 \geq 1$ і в) $\alpha > \beta$, $s_1 s_2 < 1$.

Аналогічно розв'язується завдання 2 з погляду другого гравця-союзника. Це дозволяє представити позитивний ортант у площині $(x(0), y(0))$ у вигляді трьох множин

(конусів з вершиною в точці $(0,0)$). Одна множина (конус), яка примикає до осі ОХ, є множиною переважною для першого гравця. Друга множина (конус), що примикає до осі ОУ, є множиною переважною для другого гравця. Третя множина (конус) є нейтральною множиною з погляду обох гравців. Фактично ця множина характеризує властивість збалансованості для гравців, зайнятих процесом планування активних і пасивних операцій. Тобто у гравців для станів, що належать цій множині, існують стратегії, що дозволяють гравцям як завгодно довго продовжувати процес планування активних і пасивних операцій, тобто буде $x(t) \geq 0$, $y(t) \geq 0$ для будь-якого моменту часу t . Відзначимо, що промені, які є межами конусів, задаються за допомогою коефіцієнтів, що є комбінацією параметрів, які визначають динаміку даного процесу. Звідси маємо, якщо задані початкові величини $(x(0), y(0))$ обсягів активних і пасивних операцій, то можна, наприклад, «вимагати», щоб параметри, які визначають динаміку процесу, були такими, щоб точка $(x(0), y(0))$ знаходилася в частині збалансованості (або на промені збалансованості, якщо конус, який розділяє дві множини переваги, є променем). Якщо ж зафіксовані деякі параметри, які визначають динаміку процесу планування активних і пасивних операцій, то можна вимагати, щоб значення $(x(0), y(0))$ і частина нефіксованих параметрів були такими, щоб точка $(x(0), y(0))$ потрапила в область збалансованості. Це, своєю чергою, може впливати як на сам процес планування активних і пасивних операцій, так і на рекомендації щодо встановлення лімітів на активні і пасивні операції. Якщо ж не можна нічого змінювати, то вищенаведене рішення гри в завданні 1, або рішення гри в завданні 2, вкаже на можливий результат проведення процесу планування активних і пасивних операцій, в рамках припущень, відповідно до яких розглядалися завдання 1 і 2.

Подане рішення завдання 1 може бути основою для рекомендацій щодо формування лімітної політики банку. Для цього покажемо, як можуть визначатися лімітні коефіцієнти [5; 6].

Вибір лімітних коефіцієнтів s_1 і s_2 , які дозволяють здійснювати збалансоване проведення активних і пасивних операцій, відбувається відповідно до вимоги, щоб точка $(x(0), y(0)) \in C$ (множині збалансованості для двох гравців). Вибір лімітного коефіцієнта, що встановлює співвідношення між загальним обсягом активних і пасивних операцій, відбувається відповідно до вимоги, щоб точка $(x(0), y(0))$ не належала об'єднанню множин переваги обох гравців за деяку кількість планових періодів. Для того, щоб знаходити ліміти на конкретні активні та пасивні операції, наприклад, визначати ліміти, що встановлюють обмеження на обсяги кредитів (у національній або іноземній валюті, або в сукупності по всіх валютах) залежно від обсягів депозитів (у національній або іноземній валюті, або в сукупності по всіх валютах), або ліміти, що встановлюють обмеження на обсяг міжбанківських кредитів, що видаються іншому банку, залежно від обсягів міжбанківських кредитів, що залучаються в іншому банку, або ліміти, що встановлюють обмеження на обсяги цінних паперів, що продаються банком, залежно від обсягів цінних паперів, що купуються банком, достатньо абсолютно аналогічно вищевикладеному задати динаміку відповідних фінансових інструментів, розглянути гру двох гравців, і, в результаті, знайти лімітні коефіцієнти за даними конкретними операціями таким же чином, як це було зроблено в роботі. Розглянемо, наприклад, як запропонований підхід може бути корисним для визначення лімітного коефіцієнта, який обмежує обсяг короткострокових кредитів фізич-

ним особам по відношенню до обсягу довгострокових кредитів фізичних осіб, або, для визначення лімітного коефіцієнта, який обмежує обсяг короткострокових кредитів фізичним особам по відношенню до загального обсягу кредитів фізичним осіб.

Введемо позначення: $z(0)$ – запланований загальний обсяг кредитів фізичних осіб на рік, $x(0)$ – запланований обсяг короткострокових кредитів фізичних осіб на рік, $y(0)$ – запланований обсяг довгострокових кредитів фізичних осіб на рік, тобто $z(0) = x(0) + y(0)$. Передбачається, що зміна обсягів короткострокових і довгострокових кредитів фізичних осіб розраховується щомісячно, тобто часовий параметр t змінюється від 0 до 12, тобто $t \in \{0, 1, \dots, 12\}$; $\alpha_1(t) = \alpha_2(t) = 1$; $s_1(t) = s_1$, $s_2(t) = s_2$. Запишемо динаміку зміни змінних $x(t)$, $y(t)$.

$$x(t+1) = x(t) - u(t)x(t) - s_2 v(t)y(t);$$

$$y(t+1) = y(t) - v(t)y(t) - s_1 u(t)x(t);$$

Закінчення процесу визначається умовам 1), 3). Фінансово-економічний сенс коефіцієнтів s_1 і s_2 аналогічний їх суті в постановці завдання. Відповідно до результатів рішення гри область початкових станів $(X(0), Y(0))$ розбивається на три множини – множину переваги для першого гравця, який управляє обсягами короткострокових кредитів фізичних осіб; множину переваги для другого гравця, який управляє обсягами довгострокових кредитів фізичних осіб; множину яка нейтральна для обох гравців, яке розділяє ці дві множини (зокрема цією множиною може бути промінь збалансованості, що розділяє дві множини переваги гравців, що відповідає випадку $s_1 = 1/s_2$). Стан $(x(0), y(0))$ може знаходитися у будь-якій точці позитивного ортанту площині (x, y) . Міняючи пропорції співвідношення $x(0)/y(0)$ можна стан $(x(0), y(0))$ помістити в ту частину позитивного ортанту площині (x, y) , в якій цей стан не належатиме множинам переваги гравців за 12 місяців, що означає, що запланованих ресурсів вистачить і на короткострокове і довгострокове кредитування фізичних осіб протягом року. Таким чином буде знайдений інтервал $[\lambda_1, \lambda_2]$: $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$, де $\lambda = X(0)/Y(0)$, тобто λ_1 і λ_2 – будуть лімітними коефіцієнтами, що визначають пропорції проведення короткострокових і довгострокових операцій з кредитування фізичних осіб [7; 8]. Пропорції між обсягами короткострокових кредитів фізичних осіб і загальним обсягом кредитування фізичних осіб легко знаходяться, якщо відомі пропорції між обсягами короткострокових кредитів фізичних осіб і довгострокових кредитів фізичних осіб. Дійсно, $z(0)/x(0) = 1 + (1/\lambda) = \gamma$. Коефіцієнт γ є лімітним коефіцієнтом, який регулює відношення загального обсягу кредитування до обсягу короткострокового кредитування фізичних осіб.

Якщо ж відношення $x(0)/y(0)$ є фіксованим, то можна підбирати параметри s_1 і s_2 так, щоб стан $(x(0), y(0))$ не належав множинам переваги гравців за 12 місяців, що означало б, що запланованих ресурсів вистачило б і на короткострокове і довгострокове кредитування фізичних осіб протягом року. Тобто параметри s_1 і s_2 також виконують функцію лімітних коефіцієнтів.

Точно так само можна застосовувати даний процес моделювання і до інших банківських агрегатів, для визначення обмежень на їх обсяги, тобто для визнання лімітних коефіцієнтів з метою збалансованого проведення банківських операцій. Метод,

викладений у праці, не є універсальним. Це лише спроба розширення арсеналу інструментів встановлення лімітів на операції, що проводяться банками. Даний підхід жодною мірою не «відмінняє» інших підходів при встановленні лімітів на банківські операції. По-перше, за допомогою даного підходу можна встановлювати ліміти не на всі операції, по-друге, існуючі підходи при встановленні лімітів у більшості випадків довели свою ефективність, Тому розумним, з нашої точки зору, є диференційоване ставлення до встановлення лімітів, а саме: в одних випадках доцільно використовувати одну методику, один підхід, в інших — може бути застосована інакша методика чи підхід.

1. *Линдер Н.В.* Многошаговая игра качества двух экономических систем с полной информацией / Н.В.Линдер // Кибернетика. — 1992. — № 5. — С. 57–63; 2. *Чикрий А.А.* Об одном классе линейных дискретных игр качества / А.А. Чикрий // Кибернетика. — 1971. — № 6. — С.103–106; 3. *Красовский Н.Н.* Позиционные дифференциальные игры / Н.Н. Красовский, А.И. Субботин. — М.: Наука, 1974. — 456 с.; 4. *Хоанг Туй.* Об одном классе минимаксных задач / Туй Хоанг // Кибернетика. — 1971. — № 2. — С. 115–118; 5. *Волошин І.В.* Обчислення ліміту кредитування за допомогою VaR-технології та з урахуванням часової структури ліміту / І.В. Волошин // Вісник НБУ. — 2001. — № 51. — С. 41–43; 6. *Писарев А.Г.* Методика определения кредитоспособности (надежности) банков-контрагентов (резидентов Украины) и расчет лимитов по операциям межбанковского кредитования / А.Г. Писарев // Финансовые риски. — 2003. — № 2 (33). — С. 57–59; 7. *Амелин С.* Актуальные вопросы лимитной политики банка / С.Амелин // Банковское дело. — 2000. — № 15. — С. 50–58; 8. *Головинский В.* Лимитная политика при проведении межбанковских операций / В. Головинский. // Финансовый бизнес. — 2003. — № 6. — С. 31–37.