

## ПРОБЛЕМИ НАЦІОНАЛЬНОЇ ТА РЕГІОНАЛЬНОЇ ЕКОНОМІКИ

УДК 330.4:336.5

### МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ ОСНОВНИХ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ УКРАЇНИ НА ОСНОВІ СИСТЕМИ ОДНОЧАСНИХ РІВНЯНЬ З ЛАГОВОЮ ЗМІННОЮ

Антонюк О.П., к.е.н.

*E-mail: antonyukok@gmail.com*

*ДВНЗ «Національний гірничий університет»*

В статті побудовано модифіковану модель Кейнса взаємозв'язку основних макроекономічних показників України на основі системи трьох одночасних рівнянь з лаговою змінною. Розраховано оцінки параметрів моделі для визначення національного доходу у вигляді суми кінцевих споживчих витрат, інвестицій та державних видатків України за 2000-2014 роки. Визначено ідентифікованість рівнянь побудованої моделі. Це дозволило визначити, чи можна отримати унікальні чисельні оцінки структурних коефіцієнтів з розрахованих коефіцієнтів приведеної форми. Розраховано оцінки параметрів моделі приведеної та структурної форм непрямым методом найменших квадратів для точно ідентифікованого рівняння та двокроковим методом найменших квадратів для надідентифікованого. Визначено похибки оцінок параметрів моделі. Зроблено аналіз отриманих коефіцієнтів для ефективного розподілу бюджетних коштів.

**Ключові слова:** система одночасних рівнянь, структурна форма моделі, приведена форма моделі, двокроковий метод найменших квадратів, національний дохід, споживчі витрати, інвестиції

UDC 330.4:336.5

### MODELING RELATIONSHIP UKRAINE KEY MACROECONOMIC INDICATORS ON THE BASIS OF SIMULTANEOUS EQUATIONS SINCE LAGGED VARIABLES

Antoniuk O.P., PhD in Economics

*E-mail: antonyukok@gmail.com*

*National Mining University*

The modified Keynesian model of relationship of main macroeconomic indicators of Ukraine on the basis of three simultaneous equations with variable lag was built in the paper. Estimations of parameters of the model for determination of the national income as the sum of final consumption expenditures, investment and government spending of Ukraine for 2000-2014 years are calculated. It was determined whether the equations were identified in the constructed model. The identification problem asks

whether one can obtain unique numerical estimates of the structural coefficients from the estimated reduced form coefficients. The estimation of the model's parameters of reduced and structural forms was calculated by Indirect Least Squares method for exactly identified equation and Two Stage Least Squares method for over-identified equation. Error estimates of the model parameters were detected. The calculated coefficients were analyzed in context to make efficient budget allocation.

**Keywords:** system of simultaneous equations, structural form of the model, reduced form model, Two Stage Least Squares method, national income, consumer spending and investments

**Актуальність проблеми.** У сучасних умовах особливої актуальності набуває питання побудови ефективних моделей взаємозв'язку макроекономічних показників, що потребує розробки та застосування новітнього інструментарію на основі якого, можна отримати науково-обґрунтовані прогностичні дані про доходи та видатки національної економіки. Економічні процеси і явища являють собою складні системи, що характеризуються великою кількістю параметрів і складними взаємозв'язками. Оскільки зміна якого-небудь фактора чинить вплив на всю систему взаємопов'язаних ознак, тому для моделювання таких систем побудовано економетричну модель у вигляді системи одночасних рівнянь, в яких залежні змінні виступають факторними ознаками.

**Аналіз останніх наукових досліджень** Теоретичні основи моделювання макроекономічних процесів висвітлено в роботах провідних українських науковців Клебанової Т.С. [1], Козловського С.В. [2] та зарубіжних вчених Джонстона Дж. [3], Доугерті К. [4], Айвазяна С.А. [5, 6] та інших. Однак дані дослідження, як і в цілому сучасна українська економічна наука, вкрай мало насичені економіко-математичними, зокрема економетричними дослідженнями доведеними до практичних розрахунків. Багатогранність і практична значущість цього питання для економіки країни спонукають до подальших досліджень проблеми моделювання економічного зростання та його складових.

**Метою роботи** є побудова модифікованої моделі Кейнса за даними макроекономічних показників України за 2000-2014 рр. на основі системи трьох одночасних рівнянь з лаговою змінною та подальше адекватне моделювання цього процесу.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Модифікована модель Кейнса представлена в багатьох роботах вітчизняних та іноземних фахівців [3, 4], спирається на наступні припущення: споживчі витрати – зростаюча функція доходу поточного періоду; інвестиції – зростаюча функція національного доходу поточного та попереднього періодів; національний дохід сума споживчих витрат, інвестицій та державних видатків. Математична модель, що пов'язує зазначені вище макроекономічні показники, була побудована на основі цих припущень.

Модель представляє наступну систему з трьох рівнянь:

$$C_t = b_{10} + b_{11}Y_t + e_{1t}, \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$I_t = b_{20} + b_{21}Y_t + b_{22}Y_{t-1} + e_{2t}, \quad t = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (3)$$

де  $C_t$  – споживчі витрати за  $t$ -й період часу,  $I_t$  – інвестиції за  $t$ -й період часу,  $G_t$  – державні видатки за  $t$ -й період часу,  $Y_t$  та  $Y_{t-1}$  – національний дохід поточного та попереднього періодів часу,  $e_{1t}$  та  $e_{2t}$  – випадковими величинами, щодо яких зроблено припущення щодо їх центрованості (математичне сподівання дорівнює нулю) та некорельованості, як в різні періоди часу  $t_1, t_2$ , так і між собою:

$$M\{e_{1t}\} = M\{e_{2t}\} = 0, \quad t = 1, 2, \dots; \\ M\{e_{1t_1}e_{2t_2}\} = 0, \quad M\{e_{1t_1}e_{1t_2}\} = 0, \quad M\{e_{2t_1}e_{2t_2}\} = 0, \quad t_1 \neq t_2, \quad t_1, t_2 = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Величини  $e_{1t}$  та  $e_{2t}$  введено для врахування впливу випадкових факторів на споживчі витрати та інвестиції. Необхідною умовою узгодженості оцінок коефіцієнтів регресії є некорельованість незалежних змінних від похибки регресії.

Рівняння структурної форми діляться на поведінкові рівняння (описують взаємозв'язок між змінними, рівняння (1) і (2)) і рівняння-тотожності – балансове рівняння (3). Згідно рівнянь (1)-(3) модель містить три ендогенні змінні  $C_t, I_t, Y_t$  та дві екзогенні змінні  $Y_{t-1}, G_t$ .

В структурній формі моделі (1) – (3)  $b_{10}, b_{11}, b_{20}, b_{21}, b_{22}$  є невідомими коефіцієнтами моделі, які оцінюються на основі статистичних даних [7, 8]. Для визначення оцінок коефіцієнтів структурної форми моделі, використано приведену форму моделі, в якій всі рівняння містять залежності ендогенних змінних від незалежних змінних – екзогенних змінних і лагових значень ендогенних змінних.

При переході від приведеної форми моделі до структурної виникає проблема ідентифікації – відповідності між коефіцієнтами приведеної та структурної формами моделі.

Для визначення ідентифікованості рівнянь системи застосовано необхідну умову ідентифікованості (рахункове правило) [1], якщо визначник матриці коефіцієнтів при змінних, відсутніх в даному структурному рівнянні, не дорівнює нулю і ранг цієї матриці не менший числа ендогенних змінних системи мінус один, тоді це рівняння точно ідентифікується.

Застосуємо рахункове правило для визначення ідентифікованості рівнянь системи (1)-(3). Позначимо кількість ендогенних змінних в рівнянні через  $H$ , а кількість екзогенних змінних, які входять до системи, але не входять в дане рівняння, – через  $D$ , тоді умова ідентифікованості може бути записана у вигляді: якщо  $D+1=H$ , то рівняння ідентифіковане, якщо  $D+1 < H$  – то рівняння не ідентифіковане, якщо  $D+1 > H$  – то рівняння надідентифіковане.

Для рівняння (1)  $H=2$ , а  $D=2$ , таким чином виконується умова  $D+1 > H$ , тобто рівняння (1) надідентифіковане.

Для рівняння (2)  $H=2$ , а  $D=1$ , таким чином виконується умова  $D+1=H$ , тоді рівняння (2) точно ідентифіковане. Для визначення оцінок коефіцієнтів рівняння (2) застосовано непрямий метод найменших квадратів.

Третє рівняння (3) не містить структурних коефіцієнтів, тому не потребує ідентифікації, воно є балансовим.

Для побудови моделі використані дані макроекономічних показників України за 2000-2014 роки. Вихідними даними для оцінки коефіцієнтів структурної форми були: дані обсягів інвестування, кінцевих споживчих витрат, державні видатки, національний дохід в Україні за 2000-2014 рр. [7, 8]. На першому етапі моделювання для усунення непорівнянності статистичних даних у часі, дані були приведені до порівнянного виду на основі зіставлення рівнів інфляції у відсотках до 2000 р. (табл. 1). Для цього, показники базового періоду 2000 р. були помножені на відповідні коефіцієнти приведення (до цін 2000 року).

Для визначення зв'язку між ендогенними і екзогенними змінними використано приведену форму моделі (5) – (7). В цій формі ендогенні змінні виражено через екзогенну ( $G_t$ ) та лагову ендогенну змінну ( $Y_{t-1}$ ).

$$C_t = d_{10} + d_{11}Y_{t-1} + d_{12}G_t + u_{1t}, \text{ с} \quad (5)$$

$$I_t = d_{20} + d_{21}Y_{t-1} + d_{22}G_t + u_{2t}, \quad , t = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, t = 1, 2, \dots \quad (7)$$

де  $u_{1t}$  та  $u_{2t}$  – похибки приведеної форми моделі.

Оцінка структурних коефіцієнтів моделі відбувалася в два етапи. Тому що в системі є просто ідентифіковані рівняння, то коефіцієнти структурної форми знайдено непрямим методом найменших квадратів.

Таблиця 1. Вихідні дані, приведені до порівнянного виду

Роки	Інфляція, за рік (до грудня попереднього року), %	Коефіцієнт приведення	В цінах 2000 р., млн. грн.			
			Державний доход, млн. грн.	Інвестування, млн. грн.	Кінцеві споживчі витрати, грн.	Державні видатки, млн. грн.
2000	125,8	1,00	38 181,70	2 719,98	127,98	35 333,73
2001	106,1	1,06	53 682,44	3 839,10	138,43	49 704,92
2002	99,4	1,05	70 740,71	5 625,00	174,22	64 941,49
2003	108,2	1,14	88 231,49	4 963,01	203,12	83 065,36
2004	112,3	1,28	100 604,05	5 884,11	222,92	94 497,02
2005	110,3	1,41	135 189,07	6 401,30	239,04	128 548,72
2006	111,6	1,58	115 410,74	4 020,78	269,37	111 120,59
2007	116,6	1,84	127 860,04	4 598,00	358,07	122 903,97
2008	122,3	2,25	142 276,44	4 480,70	337,37	137 458,37
2009	112,3	2,53	124 905,19	2 950,28	266,35	121 688,56
2010	109,1	2,76	141 557,99	4 116,00	343,35	137 098,64
2011	104,6	2,88	150 377,60	5 410,05	365,69	144 601,86
2012	99,8	2,88	129 080,10	6 124,96	447,53	122 507,61
2013	100,5	2,89	180 890,67	5 555,70	386,51	174 948,47
2014	124,9	3,61	146 922,16	2 909,12	234,69	143 778,34

На першому етапі для знаходження коефіцієнтів приведеної форми моделі до кожного рівняння моделі (5)-(6) застосовано класичний метод найменших квадратів, за яким визначено  $d_{ij}$  – коефіцієнти приведеної форми моделі. Для цього була вирішена оптимізаційна модель (8) – (9) методом найменших квадратів щодо

$$S_1 = \sum_{t=2}^T [C_t - (d_{10} + d_{11}Y_{t-1} + d_{12}G_t)]^2 \rightarrow \min, \quad (8)$$

мінімізація відбувалася по  $d_{10}, d_{11}, d_{12}$ ,

$$S_2 = \sum_{t=2}^T [I_t - (d_{20} + d_{21}Y_{t-1} + d_{22}G_t)]^2 \rightarrow \min, \quad (9)$$

мінімізація відбувалася по  $d_{20}, d_{21}, d_{22}$ ,

де  $C_t$  – фактичні значення споживчих витрат за  $t$ -й період часу,  $I_t$  – фактичні значення інвестицій за  $t$ -й період часу,  $G_t$  – фактичні значення державних видатків за  $t$ -й період часу,  $Y_{t-1}$  – національний дохід за  $t-1$  –й період часу,  $T$  це тривалість періоду спостереження, в даному випадку  $T = 15$  років.

В результаті розрахунків отримано (8)–(9) оцінки коефіцієнтів приведеної форми моделі (5)–(6):  $d_{10} = 54,796$ ,  $d_{11} = 0,0003$ ,  $d_{12} = 0,002$ ,  $d_{20} = 3732,03$ ,  $d_{21} = -0,023$ ,  $d_{32} = 0,03$ . При цьому відносні похибки рівнянь регресії становлять  $e_1 = 17,93\%$ ;  $e_2 = 14,61\%$   $e_3 = 0,89\%$ . Ці похибки були визначені як відношення середніх значень  $C_t$ ,  $I_t$ ,  $Y_t$  для діапазону  $[1, T]$  до стандартних відхилень залишків відповідних регресії (5) – (7).

Залишки були визначені за формулами  $\hat{\varepsilon}_{t1} = C_t - \hat{C}_t$ ,  $\hat{\varepsilon}_{t2} = I_t - \hat{I}_t$ ,  $\hat{\varepsilon}_{t3} = Y_t - \hat{Y}_t$ ,  $t = \overline{2, T}$ ,  $C_t$ ,  $I_t$ ,  $Y_t$  – фактичні значення,  $\hat{C}_t$ ,  $\hat{I}_t$ ,  $\hat{Y}_t$  – розраховані значення за (10)–(11).

Тобто приведена форма моделі (5) – (7) має вигляд:

$$\hat{C}_t = 54,796 + 0,0003Y_{t-1} + 0,002G_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (10)$$

$$\hat{I}_t = 3732,03 - 0,023Y_{t-1} + 0,03G_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (11)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{C}_t + \hat{I}_t + G_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (12)$$

На другому етапі обчислено коефіцієнти структурної форми моделі (1)–(3). Для розрахунку коефіцієнтів рівняння (2) застосовано непрямий метод найменших квадратів, оскільки воно точно (просто) ідентифіковане. З цією метою з другого рівняння приведеної форми (11) необхідно виключити  $G_t$ , виразивши його з першого (10) та третього (12) рівняння приведеної форми та підставити у друге (11). Додамо рівняння (10) та (11), враховуючи тотожність  $G_t = G_t$ , щоб використати третє рівняння:  $\hat{C}_t + \hat{I}_t + \hat{G}_t = [d_{10} + d_{20}] + [d_{11} + d_{21}]Y_{t-1} + [d_{12} + d_{22} + 1]G_t + u_{1t} + u_{2t}$ .

Або згідно (12):  $\hat{Y}_t = [d_{10} + d_{20}] + [d_{11} + d_{21}]Y_{t-1} + [d_{12} + d_{22} + 1]G_t + u_{1t} + u_{2t}$

В результаті перетворень отримано:

$I_t = b_{20} + b_{21}Y_t + b_{22}Y_{t-1} + e_{2t}$ , де

$$b_{20} = d_{20} - d_{22}[d_{10} + d_{20}]/[d_{12} + d_{22} + 1],$$

$$b_{21} = d_{22}/[d_{12} + d_{22} + 1],$$

$$b_{22} = d_{21} - d_{22}[d_{11} + d_{21}]/[d_{12} + d_{22} + 1],$$

$$e_{2t} = u_{2t} - d_{22}[u_{1t} + u_{2t}]/[d_{12} + d_{22} + 1]$$

Підставивши значення  $d_{ij}$  з (10) – (12) отримаємо  $b_{20} = 3620,79$ ,  $b_{21} = 0,029$ ,  $b_{22} = 0,022$ .

Тоді рівняння (2) структурної форми має вигляд:  $\hat{I}_t = 3620,79 + 0,029Y_t + 0,022Y_{t-1}$ , похибка складає 18,27%.

Система (1) – (3) надіентифікована, тобто містить надіентифіковане рівняння (1), то непрямий метод найменших квадратів до цього рівняння не застосовується, тому що він не дозволяє визначити однозначно оцінки для параметрів структурної форми моделі. Для цього рівняння доцільно використання двокрокового методу найменших квадратів. Основна ідея двокрокового методу найменших квадратів – на основі приведеної форми моделі отримати для надіентифікованого рівняння теоретичні значення ендогенних змінних, що містяться в правій частині рівняння. Підставивши їх замість фактичних значень, застосовано звичайний метод найменших квадратів до структурної форми надіентифікованого рівняння.

В правій частині рівняння (1) знаходиться ендогенна змінна  $Y_t$ , її теоретичне (розрахункове) значення визначено за приведеною моделлю. Для визначеності до кожної змінної додано індекс, що показує, що вона з приведеної моделі.

$$C_{t,priv} = d_{10} + d_{11}Y_{t-1} + d_{12}G_t + u_{1t}, \quad t = 1, 2, \dots \quad (13)$$

$$I_{t,priv} = d_{20} + d_{21}Y_{t-1} + d_{22}G_t + u_{2t}, \quad t = 1, 2, \dots \quad (14)$$

$$Y_{t,priv} = C_{t,priv} + I_{t,priv} + G_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Згідно (15) знехтувавши відхиленнями  $u_{1t}$  та  $u_{2t}$  з (13) та (14) отримано теоретичне (розрахункове) значення

$$Y_{t,priv} = C_{t,priv} + I_{t,priv} + G_t = [d_{10} + d_{20}] + [d_{11} + d_{21}]Y_{t-1} + [d_{12} + d_{22} + 1]G_t \quad (16)$$

На наступному кроці застосовано класичний метод найменших квадратів, в якості вхідних параметрів виступали дані розраховані за (16), вихідних – фактичні значення кінцевих споживчих витрат за 2000-2014 рр. (табл.1), отримано оцінки коефіцієнтів  $b_{10} = 58,353$ ,  $b_{11} = 0,02$ . Перше рівняння структурної форми модифікованої моделі Кейнса має вигляд:  $\hat{C}_t = 58,354 + 0,02Y_t$ , при цьому похибка складає 16,32%.

Структурна форма моделі (1)-(3) має вигляд:

$$\hat{C}_t = 58,354 + 0,02Y_t,$$

$$\hat{I}_t = 3620,79 + 0,029Y_t + 0,022Y_{t-1},$$

$$\hat{Y}_t = \hat{C}_t + \hat{I}_t + G_t$$

**Висновки.** В статті розраховано оцінки параметрів модифікованої моделі Кейнса для визначення національного доходу у вигляді суми кінцевих споживчих витрат, інвестицій та державних видатків за 2000-2014 роки. Згідно побудованої моделі 2% національного доходу направляється на збільшення споживчих витрат. На збільшення інвестицій використовується близько 3% та 2,2% приросту національного доходу поточного та попереднього періодів.

Напрямок подальших досліджень є прогнозування основних макроекономічних показників України на основі побудованої моделі.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

1. Клебанова Т. С. Эконометрия / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, Е. В. Раевна. – Х. : ИД «ИНЖЭК», 2003. – 128 с.
2. Козловський С.В. Макроекономічне моделювання та прогнозування валютного курсу в Україні: Моногр. / С.В. Козловський, В.О. Козловський. – Вінниця: «Книга-Вега» ВАТ «Вінницька обласна друкарня», 2005. – 240 с.
3. Johnston J. Econometric Methods. / Johnston J., DiNardo J. – McGraw-Hill, Inc. 1997. – 514 p.
4. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 1997. – 402 с.
5. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов. / С.А. Айвазян, С.В. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
6. Наумов В. Н. Прогнозирование значений эндогенных переменных в системе одновременных уравнений // Бизнес Информ. – 2013. – №6. – С. 63–68.
7. Статистичний щорічник України за 2013 рік / За ред. О.Г. Осауленка. – К.: Державна служба статистики, 2014. – 534 с.
8. Статистичний щорічник України за 2005 рік / За ред. О.Г. Осауленка. – К.: Державна служба статистики, 2006. – 576 с.