

МЕТОДОЛОГІЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

УДК 330.4:336

ПРОБЛЕМА МАСШТАБУВАННЯ VAR ПРИ АГРЕГАЦІЇ ЕКОНОМІЧНОГО КАПІТАЛУ БАНКУ

Кишакевич Б.Ю., д.е.н.

Кубай Р.Ю., к.ф.-м.н.

Юзьв'як О.А.

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

У статті проаналізовано сучасні підходи до масштабування Value-at-Risk (VaR) та особливості їх застосування у залежності від типу банківського портфеля активів. Показано, що вибір методу масштабування Value at Risk має визначальне значення при оцінюванні деривативів, аналізу ризику та визначенні необхідного регулятивного та економічного капіталу банку на довгих горизонтах часу. Аналіз показав, що ефективність методу кореня квадратного (SRTR) у порівнянні із такими підходами як методи початкового завантаження, незалежної та залежної повторної вибірки та різних емпіричних факторів масштабування у більшості випадків є високою при припущенні існування нормального розподілу доходів/видатків (P&L). У статті підкреслюється, що хоча метод кореня квадратного SRTR рекомендується до практичного застосування Базельським комітетом, проте його не можна вважати універсальним інструментом, оскільки він спричиняє у багатьох випадках недооцінку ризику, наприклад, якщо дохід описується стрибкоподібним процесом дифузії (jump-diffusion process). Оскільки систематичний ризик дуже вдало описується саме стрибкоподібним процесом дифузії, це вказує на необхідність обережного застосування SRTR при аналізі систематичного ризику на довгих горизонтах часу.

Ключові слова: масштабування VaR, метод SRTR, економічний капітал, агрегація капіталу, Value-at-Risk, довірчий інтервал

UDC 330.4:336

PROBLEM OF VALUE AT RISK SCALING DURING BANK ECONOMIC CAPITAL AGGREGATION

Kyshakevych B., Dr.of Econ.Sc.

Cubaj R., PhD in Fis.Math.Sc

Yuzvyak O.

Drohobych State Pedagogical University

In the article the modern approaches to scaling Value-at-Risk (VaR) and especially their usage depending on the type of bank portfolio were analyzed. It is shown that the

choice of Value at Risk scaling method is crucial when assessing derivatives, risk analysis and determining the necessary regulatory and economic capital of the bank for a long time horizons. The analysis has showed that the effectiveness of the square root method (SRTR) compared with such approaches as bootstrap, independent and dependent re-sampling and various empirical scaling factors in most cases is high assuming the existence of a normal distribution of profit / losses (P & L). The article emphasizes that although the square root method SRTR recommended by Basel Committee for practical application, but it cannot be considered universal tool because in many cases it causes underestimation of risk, for example, if the income is described by jump-diffusion process. Since systematic risk is quite successfully described by jump-diffusion process, it points to need for careful usage of SRTR for the analysis of systemic risk on long time horizons.

Keywords: Scaling of VaR, SRTR method, economic capital, capital aggregation, Value-at-Risk, confidence interval

Актуальність теми. Незважаючи на серйозні зауваження науковців щодо обмеженості її застосування на практиці Методологія Value-at-Risk (VaR) все ще залишається домінуючим підходом до вимірювання ризику. Крім простоти її застосування та інтуїтивної зрозумілості причиною популярності Value-at-Risk як міри ризику є також рекомендації Базельського комітету стосовно розміру обов'язкових резервів капіталу, які повинні бути пропорційними 10-денному Value-at-Risk на довірчому інтервалі 99%. У результаті банки, яким регулятори дозволили обчислення регулятивного капіталу на основі Internal Model Methods (IMM) зазвичай використовують 99% Value-at-Risk (VaR). Однією із проблем оцінювання Value-at-Risk є брак необхідних даних про доходи/збитки на десятиденному горизонті часу. Крім регулятивного капіталу банки дуже часто потребують оцінювати економічний капітал на покриття непередбачуваних втрат на значно довшому горизонті часу та більших довірчих інтервалах. Базель II рекомендує використання підходу SRTR (square-root-of-time rule) для масштабування одноденного Value-at-Risk на довші горизонти часу. Хоча практичні аспекти масштабування VAR на 10-денному горизонті описано в науковій літературі, проте ефект від застосування підходу SRTR та інших методів масштабування для довших горизонтів часу (наприклад обчислення економічного капіталу на річному горизонті часу) є недостатньо вивченим.

Аналіз останніх наукових досліджень та публікацій. Проблеми агрегації економічного капіталу та масштабування VaR тісно пов'язані одна із одною. У науковій літературі на сьогодні є чимало наукових досліджень та публікацій присвячених цій тематиці, авторами яких є як вітчизняні, так і зарубіжні автори, серед яких слід виділити роботи Б. Кишакевича [1,2], Л. Спадафора, М. Дубровіч, М. Терранео [3], К. Хамідейх, Е. Бенет [4], П. Ембрехта, Р. Кауфмана, П. Пат'є [5], М. Янсена [6], Й. Ахліндера, М. Хансона [7], Дж. Даніельсона, Дж. Зігранда [8] та інших. До початку світової фінансової кризи 2008 року в умовах відносно стабільних фінансових та фондових ринків основним підходом масштабування VaR вважався так званий метод кореня квадратного (SRTR), який ґрунтується на припущенні про нормальність розподілу P&L (Profit and Loss). Проте сьогоднішня надмірна волатильність значної частини банківських активів показала, що використання нормального розподілу для моделювання дохідностей активів та системного ризику не завжди є коректним, що обумовлює потребу в додатковому аналізі альтернативних методів агрегації економічного капіталу та масштабування VaR.

Мета статті – аналіз ефективності застосування існуючих підходів до масштабування VaR для агрегації економічного капіталу банку.

Виклад основного матеріалу. Проблема масштабування VaR здебільшого виникає при агрегації економічного капіталу банку або страхової компанії. Сьогодні існують різні підходи до визначення економічного капіталу. Більшість авторів під економічним капіталом розуміють резерв власних коштів, створений для покриття непередбачуваних втрат внаслідок економічного ризику, а не для фінансування діяльності [1, с. 124].

Відповідно до методики Базельського комітету із банківського нагляду, банки повинні резервувати трикратний розмір десятиденного VaR, тобто рекомендується трикратний захист порівняно із середніми коливаннями. У літературі наводять аналог теорії опору матеріалів: балку розраховують таким чином, щоб вона могла витримати трьох- або п'ятикратні навантаження порівняно із звичайними умовами [1, с.298].

Економічний капітал для ринкового ризику агрегується до інших типів банківського ризику (кредитного та операційного) з метою оцінювання внутрішніх потреб банку у капіталі. Обчислення

економічного капіталу банків здебільшого ґрунтується на внутрішньобанківській системі ризик-менеджменту та використанню IRB (Internal Ratings-Based Approach) підходу.

Вибір горизонту часу є одним із найскладніших завдань в процесі агрегації економічного капіталу. Вибір необхідного горизонту часу залежить від цілої низки факторів: типу ризику, особливостей ризик-менеджменту конкретного банку, кредитного рейтингу банку та його місця в банківській системі тощо. Так, наприклад, ринковий ризик зазвичай оцінюється на короткому проміжку часу, тоді як для кредитного ризику Базельський комітет рекомендує використовувати річний горизонт час (у деяких випадках і більші). На вибір горизонту часу для агрегації різних типів ризику суттєво впливають також і вимоги регулятора, оскільки різні ризики у силу своєї специфіки аналізуються на різних часових інтервалах. Так, наприклад, для операційного ризику традиційно використовують горизонт один рік, тоді як 10-ти денний горизонт рекомендується для ринкового ризику.

Оскільки економічний капітал фактично інтерпретується із однорічним VaR, проблема агрегації економічного капіталу фактично зводиться до вибору горизонту часу та коректного методу масштабування VaR. Проблема ж масштабування VaR полягає у визначенні шуканого значення VaR із заданими горизонтом та рівнем довіри на основі деякого уже відомого значення VaR із іншими параметрами.

VaR – це величина збитків, яка із ймовірністю, що дорівнює рівню довіри $\alpha \in (0,1)$, не буде перевищена. VaR можна визначити як

$$VaR_{\alpha}(X) = \inf(c \in R | P[X > c] \leq \alpha) \quad (1)$$

Для отримання річного VaR на практиці як правило використовують два підходи:

- на основі методу симуляцій Монте-Карло отримують емпіричну функції розподілу P&L (Profit and Loss) та обчислюють необхідний квантиль розподілу;

- масштабування VaR для коротших горизонтів до річного та при необхідності із більшим довірчим інтервалом.

Без сумніву використання методу симуляцій Монте-Карло має багато переваг у порівнянні із масштабуванням, проте його практична реалізація потребує перш за все значної за обсягом статичної бази шоків

відповідних факторів ризику на довгих горизонтах часу. Крім цього, при такому підході припускається незмінність протягом року структури банківського портфеля, тоді як структура портфеля активів і пасивів з часом постійно змінюється.

Використання методу масштабування дає змогу позбутися вищезгаданих недоліків при обчисленні VaR на довгих горизонтах часу. Задача масштабування VaR полягає у знаходженні параметру h такого, що:

$$VaR(\alpha^1, T^1) = h \cdot (VaR(\alpha, T)) \quad (2)$$

Базельський комітет рекомендує обчислення щоденного VaR для ринкового ризику та допускає оцінювання VaR на десятиденному горизонті за наступною формулою:

$$VaR(10 \text{ днів}, 99\%) = \sqrt{10} \cdot VaR(1 \text{ день}, 99\%) \quad (3)$$

Найпоширеніший SRTR метод оцінювання економічного капіталу на основі масштабування VaR ґрунтується на наступних припущеннях:

1. P&L має нормальний розподіл;
2. Обчислення необхідного процентилю проводиться наступним чином:

$$x_\alpha(T^1) = x_\alpha(T) \cdot \sqrt{\frac{T^1}{T}} \quad (4)$$

де x_α – центиль, що відповідає необхідному $1-\alpha$ рівню довіри;

3. На основі припущення, що середнє значення P&L дорівнює нулю та припускаючи, що один рік рівний 250 робочих дням (у деяких дослідженнях 260), економічний капітал на довірчому інтервалі $1-\alpha$ може бути обчислений наступним чином:

$$VaR(\alpha, 1 \text{ year}) = \sqrt{250} \frac{F_N^{-1}(\alpha)}{F_N^{-1}(0.01)} VaR(0.01, 1 \text{ day}) \quad (5)$$

де $F_N^{-1}(\alpha)$ – обернена до нормального розподілу cdf.

Група італійських науковців в роботі [3] відзначають, що вибір методу масштабування VaR суттєво впливає на обчислення економічного капіталу на довгих горизонтах часу. Зокрема, фактичне значення міри ризику може бути більшим або меншим від оцінки ризику на основі припущення про нормальність P&L розподілу. Отримані у [3] емпіричні результати стосовно властивостей P&L розподілу разом із аналітичними результатами на основі масштабування показують, що найбільш поширений метод масштабування в основі якого лежить

припущення про нормальний розподіл прибутковості та застосування SRTR підходу може спричинити значну недооцінку рівня ризику банку на довгих горизонтах часу. На рис. 1. зображено результати дослідження різних методів масштабування VaR та їх впливу на обчислення економічного капіталу банку при відомому типі розподілу P&L (не обов'язково нормальному).

У випадку експоненціальної поведінки хвоста PDF (наприклад для нормального та Variance-Gamma розподілів), можна успішно застосувати CLT (Central Limit Theorem). У випадку ж t-розподілу Стюдента центральна гранична теорема (CLT) може бути застосована лише коли кількість ступенів свободи ν є більшою за критичне значення, яке залежить від рівня процентиля та горизонту часу. Автори дослідження [3] вважають, що t-розподіл Стюдента найкраще описує емпіричний розподіл P&L, коли кількість спостережень достатньо велика для ідентифікації поведінки хвоста. Крім цього, зазначається, що приблизно у 70% спостережень параметр ν виявляється меншим за критичне значення 3.41.

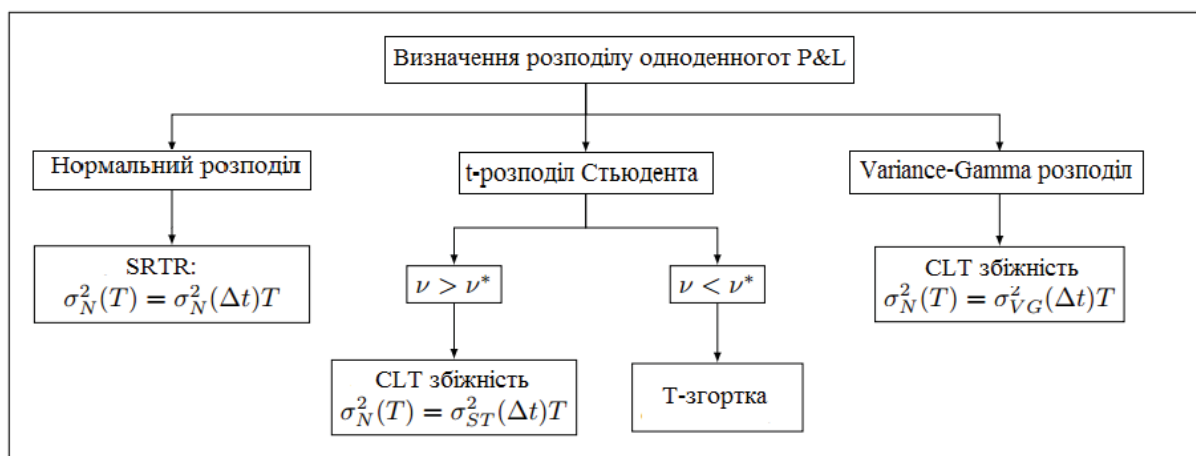


Рис. 1. Блок схема обчислення економічного капіталу на основі відомого розподілу одноденного P&L

Джерело [3]

Останнім часом появляється чимало наукових досліджень, у яких пропонуються нові підходи до масштабування VaR. Так, у роботі [4] на основі останніх емпіричних та статистичних даних було розроблено фактор масштабування для отримання п'ятиденного та десятиденного VaR на основі одноденного. Цей метод полягає в оцінюванні відношення великих процентилів агрегованих даних до щоденної інформації про VaR, оскільки VaR фактично відповідає великим процентилям P&L на довгих горизонтах часу:

$$\text{empirical scaling factor} = \frac{VaR_{99\%}^{10\text{днів}}}{VaR_{99\%}^{1\text{день}}} \quad (6)$$

Використовуючи статистичні різних рейтингових агентств та фондових бірж розробники цього методу стверджують, що їх підхід є ефективнішим за метод кореня квадратного (SRTR) та інших більш складніших підходів, в основі яких лежить метод симуляцій Монте-Карло.

Оцінювання VaR на довгих горизонтах часу у контексті управління операційним та кредитним ризиками досліджувалось також у роботі П.Ембрехта [5]. Хоча у цьому дослідженні головна увага фокусувалась на методах оцінюванні двох- та однорічних ES (Expected shortfall), проте автори порівняли теж різні підходи до масштабування VaR на однорічному горизонті. Було зроблено висновок, що метод кореня квадратного (SRTR) дозволяє коректно оцінити однорічні ES та VaR у випадку, коли для симуляції місячних даних використовується метод випадкового блукання.

Багато науковців аналізуючи ефективність застосування методу масштабування SRTR відзначають його належну роботу у випадку, коли відомі характеристики часового ряду факторів ризику. Так у роботі [6] показано, що при застосуванні SRTR підходу товсті хвости факторів ризику зсувають розподіл і негативна автокореляція веде до переоцінки десятиденного VaR на довірчому інтервалі 99%, тоді як додатна автокореляція спричиняє недооцінювання відповідного VaR. М. Янсен відзначає, що автокореляція та ненульове середнє відхилення факторів ризику є найважливішими факторами зсуву, і коли зсуви відбуваються у різних напрямках, коректність SRTR підходу перш за все залежить від часового ряду факторів ризику та поточної ринкової ситуації [6, с. 73]. Коли відхилення для одного із факторів ризику буде значним, тоді не рекомендують «сліпо» застосовувати метод кореня квадратного до усіх факторів ризику, оскільки слід враховувати знак асиметрії. Отримані в [4] результати вказують на те, що використання методу кореня квадратного SRTR для масштабування Value-at-Risk у випадку, якщо вхідні дані задовольняють стрибкоподібний процес дифузії (jump-diffusion process), не дозволяє коректно оцінити зміщені вниз параметри ризику. Крім цього, похибка зростає із ще більшими темпами при довших горизонтах, більшій щільності стрибка або меншому довірчому інтервалі.

Фактично це і є головною причиною існування в науковій літературі подекуди суперечливих поглядів стосовно ефективності SRTR підходу до масштабування VaR.

Результати порівняння різних підходів до масштабування VaR, отримані шведськими науковцями у роботі [7] фактично співпадають із висновками більшості дослідників даної проблеми. Для порівняння ефективності різних підходів масштабування (початкового завантаження (bootstrap), незалежної повторної вибірки, залежної повторної вибірки, періодів, що накладаються та періодів, що не накладаються та методу кореня квадратного) одноденного VaR до десятиденного було обчислено похибку оцінки на основі відомого фактичного значення десятиденного VaR, яке було отримано в аналітичному вигляді або з допомогою методу симуляцій. Для генерування симуляцій було використано метод випадкового блукання із нормальним розподілом, t-розподілом Стюдента, AR, GARCH та AR-GARCH процесів. На основі аналізу результатів масштабування VaR з допомогою вищезгаданих підходів для різних груп активів можна зробити висновок, що у більшості випадків метод кореня квадратного показав значно кращі результати у порівнянні із іншими методами. Відзначається у цій роботі також цікава тенденція до недооцінювання у 99% випадків значень VaR, які було обчислено на основі попередніх даних для періоду часу після краху Lehmann Brothers у жовтні 2008 року. Загалом, метод квадратного кореня показав у цих порівняльних тестах високу ефективність як для даних, отриманих методом симуляцій, так і для активів із фіксованим доходом. У поєднанні з іншими методами, такими як метод початкового завантаження (bootstrap), і використовуючи двоступеневий підхід, масштабування Value-At-Risk до трьох місяців і один рік працює добре для активів із низьким рівнем волатильності, та дещо гірше для більш волатильних активів з великими коливаннями ціни. Порівняння різних методів масштабування VaR подано у табл.1.

Схожі до [4] висновки щодо ефективності SRTR підходу при масштабуванні VaR було отримано у роботі [8], де відзначається, що якщо дохід описується стрибкоподібним процесом дифузії (jump-diffusion process), тоді метод кореня квадратного веде до систематичного недооцінювання ризику, причому ступінь недооцінки збільшується із збільшенням часового горизонту, інтенсивністю стрибка та рівня довіри.

Таблиця 1 - Порівняння методів масштабування Value-at-Risk
Складено автором за матеріалами [7]

	Нормальний розподіл		t(6) розподіл Стьюента		AR(1) нормальний розподіл		GARCH (1,1)	
	Середнє значення	Станд. відхил.	Середнє значення	Станд. відхил.	Середнє значення	Станд. відхил.	Середнє значення	Станд. відхил.
Bootstrap	0,073529	0,005388	0,075145	0,007963	0,01271	0,00087	0,0481	0,005023
Незалежна повторна вибірка	0,070515	0,009659	0,072605	0,012656	0,01224	0,00171	0,0477	0,010461
Залежна повторна вибірка	0,072828	0,005346	0,074368	0,007895	0,0126	0,00086	0,0475	0,004944
Періоди з накладанням	0,070447	0,014789	0,073659	0,017376	0,01244	0,00256	0,0499	0,013582
Періоди без накладання	0,07174	0,01077	0,073976	0,013256	0,01249	0,00182	0,0497	0,011085
SRTR	0,073262	0,005198	0,081602	0,00898	0,01274	0,00087	0,0493	0,00591
Фактичне значення VaR (симул.)	0,0736		0,0754		0,0127		0,0511	

Висновки. Вибір методу масштабування Value at Risk має визначальне значення при оцінюванні деривативів, аналізу ризику та визначенні необхідного регулятивного та економічного капіталу банку на довгих горизонтах часу. Аналіз сучасних досліджень, присвячених даній тематиці показав, що ефективність методу кореня квадратного (SRTR) у порівнянні із такими підходами як початкового завантаження, незалежної та залежної повторної вибірки та різних емпіричних факторів масштабування у більшості випадків є високою при припущенні існування нормального розподілу доходів/видатків (P&L).

Хоча метод кореня квадратного SRTR рекомендується до практичного застосування Базельським комітетом і, фактично, на сьогодні є найбільш поширеним підходом масштабування VaR та економічного капіталу, проте його не можна вважати універсальним інструментом, оскільки він спричиняє у багатьох випадках недооцінку ризику, наприклад, якщо дохід описується стрибкоподібним процесом дифузії (jump–diffusion process). Враховуючи те, що на думку багатьох науковців систематичний ризик дуже вдало описується саме стрибкоподібним процесом дифузії, це може сигналізувати про необхідність обережного застосування SRTR при аналізі систематичного ризику на довгих горизонтах часу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

1. Кишакевич Б.Ю. Моделювання економічного капіталу банку для кредитного та ринкового ризиків / Б.Ю. Кишакевич, О.А. Юзьв'як // Вісник Хмельницького національного університету : Науковий журнал. Економічні науки / № 3. Том 1.– 2015.– с.124-127.
2. Кишакевич Б.Ю. Використання коваріаційної моделі для обчислення VAR портфеля / Б Кишакевич - Науковий вісник НЛТУ України.–2008.–Вип.18. – с. 297-301
3. Spadafora Luca. Value-at-Risk time scaling for long-term risk estimation / Spadafora Luca, Dubrovich Marco, Terraneo Marcello // Pre-Print version, submitted to The Journal of Risk on 11 Aug 2014. – 18 p. Режим доступу: <http://www.qfinancexvi.altervista.org/text/Spadafora-Dubrovich-Terraneo.pdf>
4. Hamidieh K. A simple method for time scaling value-at-risk: Let the data speak for themselves / Kamal Hamidieh, Ensor Katherine Bennett // Journal of Risk Management in Financial Institutions. Jul-Sep 2010, Vol. 3 Issue 4.– p. 380-391. Режим доступу: <http://www.zoolytics.com/A%20Simple%20Method%20for%20Time%20Scaling%20VaR%20-%20N.pdf>
5. Embrechts, P. Strategic long-term financial risks: single risk factors / Embrechts, P., Kaufmann, R., and Patie, P // Comput. Optim. Appl. – 2005. – № 32(1-2), pp. 61–90. Режим доступу: https://people.orie.cornell.edu/pp396/SLFR_emb_kauf_pat.pdf
6. Janssen M.C. A performance comparison of 10-day value at risk calculation methods in a historical simulation framework // Master Thesis in Econometrics University of Amsterdam. Faculty of Economics and Business (FEB). Department of Quantitative Economics. 26 March 2012. – 108 p. Режим доступу: <http://dare.uva.nl/cgi/arno/show.cgi?fid=442650>
7. Ahlinder, J. Portfolio Risk Measures over Time / Ahlinder Joakim, Hanson Magnus // Institutionen för matematik, KTH // Stockholm, Mars 2010. – 88 p.
8. Danielsson, J. On time-scaling of risk and the square-root-of-time rule / Danielsson, J., J.-P. Zigrand // Journal of Banking and Finance. 2006. – № 30. – pp. 2701–2713.