УДК 330.4

Тамара Меркулова,
Артем Янцевич

ВПЛИВ ПРОГРЕСИВНОГО ОПОДАТКУВАННЯ НА НЕРІВНІСТЬ: АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОСТІ НЕРІВНОСТІ ВІД ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ДОХОДІВ І ПОДАТКОВОЇ ПРОГРЕСІЇ

Представлено результати дослідження прямого впливу прогресивного оподаткування доходу на його розподіл і нерівність. Розглянуто випадок логнормального розподілу і функції прогресивного податку степеневого вигляду. Як показник нерівності використаний коефіцієнт Джині. Показано, що застосування прогресивного оподаткування доходу не змінює вихідного закону розподілу: після оподаткування він залишається логнормальним, і його параметри залежать від параметрів вихідного розподілу, податкової прогресії і неоподатковуваного мінімуму доходу. Отримані математичні залежності дозволяють досліджувати вплив кожного параметра на розподіл доходу після оподаткування. Показано, що залежність коефіцієнта Джині від податкової прогресії має лінійний характер при малих значеннях параметра σ *(у розподілах з невеликим розкидом значень) і нелінійний при високих значеннях. Отримані результати проілюстровані з використанням показників України.*

Ключові слова: прогресивний податок, логнормальний розподіл, нерівність доходів, коефіцієнт Джині.

JEL: D31, C46.

Проблематика нерівності та справедливості розподілу доходів у суспільстві залишається однією з найбільш актуальних з кінця минулого століття. З одного боку, дослідники визнають правомірними теоретичні уявлення, засновані на класичній роботі С. Кузнеца (*Kuznets*, 1955), в якому обґрунтовується, що нерівність є неминучим результатом економічного зростання на певній стадії. З іншого боку, прискорене зростання нерівно-

---

Меркулова Тамара Вікторівна (tamara.merkulova@karazin.ua), д-р екон. наук, проф.; завідувач кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки, Харківський національний університет імені В.Н. Каразиина. *Сфера наукових інтересів*: поведінкова і експериментальна економіка, інституційна економіка, оподаткування, нерівність і зростання.

Янцевич Артем Артемович (cyber.khnu@gmail.com), д-р фіз.-мат. наук; професор кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна. *Сфера наукових інтересів*: теорія ризиків; економічні додатки теорії ймовірності та математичної статистики, теорії випадкових процесів, теорії ігор.

сті в останні десятиліття, ініціювало всебічне дослідження його негативних наслідків (*Стиглиц*, 2015). Визнання позитивної ролі неминучої нерівності та негативних наслідків надлишкової нерівності актуалізує дослідження їхнього змісту, якісного та кількісного визначення, пошуку оптимального рівня нерівності як точки екстремуму, до досягнення якої нерівність корисна, а після вже чинить руйнуючий вплив (*Меркулова*, 2016). Результат цього дослідження істотно залежить від того, що обирають критерієм оцінки впливу несправедливості. В найбільш загальному вираженні ним виступає певна функція добробуту, вид і властивості якої також є дискусійним питанням.

У цій проблематиці до найбільш важливих можна віднести аспект, пов'язаний зі способами й інструментами зниження нерівності, серед яких одним із найбільш поширених є прогресивне оподаткування доходів населення. Вплив його на зміну нерівності в розподілі доходів відбувається по двох каналах: безпосередній вплив – це зміна нерівності в результаті застосування прогресивного оподаткування до вихідного розподілу доходів; непрямий вплив (екстерналії оподаткування) – це вплив оподаткування на ринки праці й капіталу, що приводить до зміни вихідного розподілу доходів, яке далі обкладається прогресивним податком.

Дослідженню екстерналій різних методів оподаткування на поведінку економічних агентів і, як наслідок, розподіл доходів у суспільстві, присвячена велика література[1], при цьому багато питань залишаються дискусійними. До них належить і ухилення від оподаткування, і трудова міграція, і мобільність капіталів.

Перший напрям бачиться більш ясним і конструктивним з точки зору дослідження, можливо, тому йому приділено не так багато уваги. Для його коректного аналізу необхідно знати початковий розподіл доходу економічних агентів (населення); науково встановлені (доведені) і кількісно визначені залежності, по-перше, між параметрами оподаткування і параметрами розподілу після оподаткування, по-друге, між параметрами розподілу, оподаткування і показниками нерівності.

Слід зазначити, що якісні оцінки деяких закономірностей загальновідомі, наприклад: посилення прогресії оподаткування зменшує середній дохід і нерівність у розподілі доходів. Однак важливо отримати кількісні залежності, що дозволяють, маючи параметри вихідного розподілу, регулювати (підбирати) параметри податкової прогресії з метою зниження показника нерівності до заданого рівня. Популярним показником нерівності розподілу доходу є коефіцієнт Джині, який використовується, в тому числі, і для міжнародних порівнянь[2]. Особливий інтерес становить отримати аналітичний

---

[1] Як приклад можна навести роботи (*Borge, Rattso*, 2004; *Duncan, Peter*, 2016; *Mirrlees*, 1971).

[2] Огляд і аналіз методів вимірювання нерівності представлений, зокрема, в роботах (*Atkinson*, 1970; *Vecchi*, 2008).

вираз коефіцієнта Джині для логнормального закону, тому що саме цей розподіл часто використовують для опису емпіричних спостережень.

Наведені аргументи визначили наші завдання: 1) виявлення залежності між коефіцієнтом Джині та параметрами логнормального розподілу доходів, знаходження математичного вигляду цієї залежності і кількісних характеристик; 2) аналіз впливу прогресивного оподаткування доходів на зміну логнормального розподілу і його параметрів; 3) виявлення залежності між коефіцієнтами Джині до і після прогресивного оподаткування доходів. Підкреслимо, що нашою метою є вирішення цих завдань у вигляді математичних залежностей, що дозволяють проводити чисельні розрахунки.

Залежність коефіцієнта Джині від параметрів логнормального розподілу доходу

Математична постановка задачі полягає в наступному. Нехай є випадкова величина ξ з щільністю розподілу $p_\xi(x)$ і функцією розподілу $F_\xi = F_\xi(x)$, $0 \le x \le x_{\max} \le +\infty$. У нашому випадку випадкова величина – це дохід.

Як відомо, коефіцієнт Джині виражається через функцію Лоренца $L_\xi(F)$:

$$d_\xi = 1 - 2\int_0^1 L_\xi(F)dF. \qquad (1)$$

Функцію Лоренца можна виразити через задану функцію щільності таким чином:

$$L_\xi(x) = \frac{1}{M\xi}\int_0^x xp_\xi(x)dx, \qquad (2)$$

де $M\xi$ – математичне очікування випадкової величини ξ.

Якщо використовувати функцію $x = x(F)$, обернену до функції розподілу, то отримаємо для функції Лоренца $L_\xi = L_\xi(F)$. Зробимо в (1) заміну змінних $F = F(x)$, тоді $dF = p_\xi(x)dx$ і отримуємо вираз для коефіцієнта Джині:

$$d_\xi = 1 - 2\int_0^{x_{\max}} L_\xi(x)p_\xi(x)dx. \qquad (3)$$

Отже, знаючи функцію щільності розподілу доходу та його максимальне значення, можна обчислити коефіцієнт Джині, тобто отримати кількісну характеристику нерівності розподілу доходу.

Нехай дохід розподілений за логнормальним законом:

$$p_\xi(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (4)$$

Будемо вважати, що дохід може приймати як завгодно великі значення, тобто $0 < x \le +\infty$. Логнормальний розподіл має два параметри σ і μ, де μ може приймати будь-які значення, а $\sigma > 0$.

Математичні очікування і дисперсія для цього закону розподілу виражаються відповідно через параметри розподілу

$$M\xi = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}};\ D\xi = e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1). \qquad (5)$$

Ми показали, що функція Лоренца (2) для випадку логнормального розподілу матиме вигляд:

$$L_\xi(x) = F_N\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}-\sigma\right),$$

де $F_N\ (y)$ – функція розподілу нормального закону $F_N(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{y} e^{-\frac{v^2}{2}}dv$.

Далі, ми отримали вираз для коефіцієнта Джині для логнормального розподіленої випадкової величини ξ:

$$d_\xi = 2\Phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right), \qquad (6)$$

де $\Phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$ – інтеграл ймовірностей $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{z} e^{\frac{-v^2}{2}}dv$.

Відзначимо, що коефіцієнт Джині залежить від параметра σ розподілу (4) і не залежить від параметра μ цього розподілу. Отримана формула (6) коефіцієнта Джині для логнормального розподілу дозволяє знайти його значення, обчисливши інтеграл ймовірності для заданого σ і побудувати графік залежності цього показника нерівності від параметра розподілу σ – єдиний аргумент цієї залежності (рис. 1).

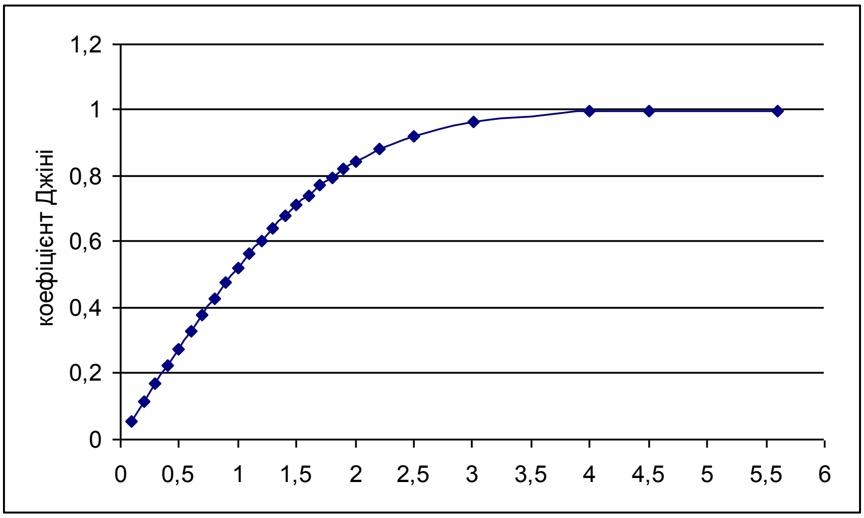

Рисунок 1. Залежність коефіцієнта Джині від параметра σ

Залежність має нелінійний опуклий вгору вигляд, при значеннях $\sigma \approx 4$ виходить на одиницю. При великих значеннях параметра σ коефіцієнт Джині слабо реагує на його зміну, тобто росте з насиченням.

Водночас відзначимо майже лінійний характер залежності показника нерівності з коефіцієнтом пропорційності приблизно 0,47 на невеликих значеннях параметра $0 < \sigma \leq 1{,}5$ (рис. 2).

Реальні значення коефіцієнта Джині в країнах світу знаходяться в інтервалі 0,2 – 0,6[3], тобто на лінійній ділянці. Це означає, що зниження рівня нерівності в цьому інтервалі значень можливе при зменшенні параметра σ з коефіцієнтом пропорційності $\approx 0{,}47$.

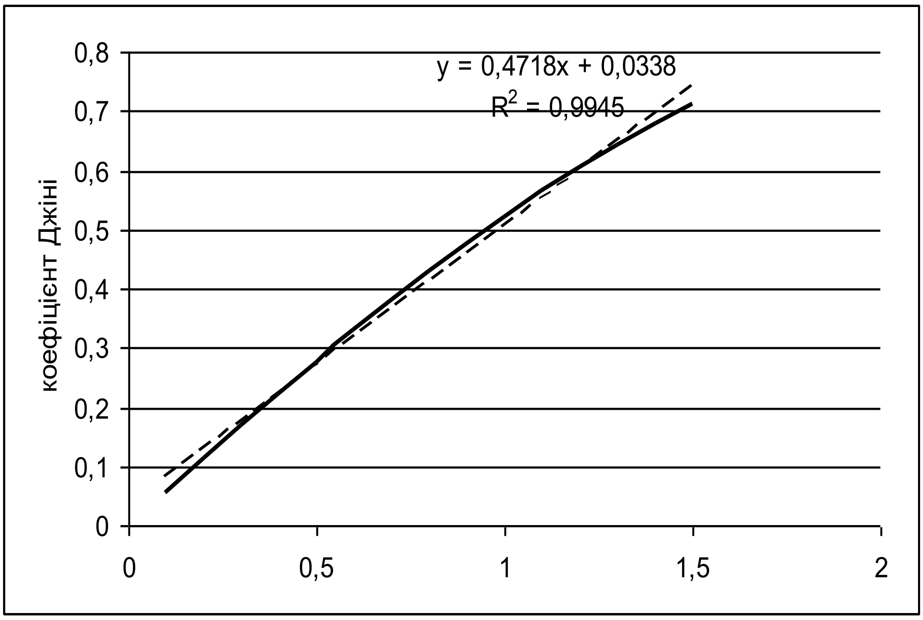

Рисунок 2. Лінійна залежність коефіцієнта Джині від σ, $0 < \sigma \leq 1{,}5$

Вплив прогресивного оподаткування доходу на зміну логнормального розподілу і його параметрів

Як було показано, змінюючи параметр σ логнормального розподілу доходу, можна змінити (зменшити) показник нерівності. У зв'язку з цим виникає два питання: 1) як змінює прогресивний податок вихідний логнормальний розподіл доходу; 2) яка залежність коефіцієнта Джині від параметрів податкової прогресії.

Розглянемо перше питання. Задамо прогресивне оподаткування доходу за допомогою ставки податку t у вигляді функції, яка залежить від оподатковуваного бази, тобто доходу:

$$t(x) = 1 - Ax^{\alpha-1},\ A > 0,\ 0 \leq \alpha \leq 1\ . \qquad (7)$$

---

[3] GINI data: база даних. URL: http://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI.

Оскільки ставка податку не повинна бути негативною і більша 1, тобто має виконуватися двостороння умова $0 \le 1 - Ax^{\alpha-1} \le 1$, з лівої частини умови отримуємо обмеження:

$$x \ge A^{\frac{1}{1-\alpha}},\ \alpha \ne 1. \quad (8)$$

Права частина двосторонньої умови виконується автоматично при заданих обмеженнях на параметри.

Параметр А можна інтерпретувати як регулятор неоподатковуваного мінімуму доходу $x_{\min} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}$: ставка податку стає позитивною, якщо дохід більше цієї величини. При досить малих значеннях регулятора ($A < 1$) неоподатковуваний мінімум стає близьким до 0.

Величина податку буде виражатися в такий спосіб:

$$T(x) = tx = (1 - Ax^{\alpha-1})x = x - Ax^{\alpha},$$

а дохід після оподаткування (y) як

$$y = (1-t)x = Ax^{\alpha} \ . \quad (9)$$

Параметр α характеризує дохід після оподаткування: чим більше α, тим більше чистого доходу залишається у платника податків, а $\alpha = 1$ означає відсутність податкової прогресії, тобто пропорційний податок за ставкою $t = 1 - A$, $A < 1$. Введемо параметр $\beta = 1 - \alpha$, який можна вважати регулятором (параметром) податкової прогресії: чим більше β (відповідно, менше α), тим більше величина податку і менше чистий дохід.

Оподаткування за ставкою (7) з зазначеними обмеженнями на параметри задовольняє визначення прогресивного оподаткування, згідно з яким еластичність величини податку повинна бути більше 1, тобто:

$$\frac{\partial T}{\partial x}\frac{x}{T} > 1$$[4].

Далі математична постановка задачі полягає в такому. Є вихідна випадкова величина ξ (дохід до оподаткування), яка розподілена за логнормальним законом (4). Ми переходимо до іншої випадкової величини ζ (дохід після оподаткування), яка виходить з вихідної за допомогою перетворення (9), тобто прогресивного податку. Який розподіл матиме нова випадкова величина і які його параметри?

Дослідження показало, що після прогресивного оподаткування дохід збереже той самий, тобто логнормальний закон розподілу, з параметра-

---

[4] Крім цього існують ще два визначення прогресивного податку, які можна вважати еквівалентними: відповідно до середньої ставки, яка зростає при зростанні доходу; відповідно до граничної ставки, яка більша за середню (*Fanti*, *Manfredi*, 2003). неважко переконатися, що ці умови теж виконуються в разі задання ставки податку у вигляді функції (7).

ми, які залежать від параметрів вихідного розподілу і податкової прогресії (див. (4)).

$$p_{\zeta}(y)=\frac{1}{y\sigma_1\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln y-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}\ ,\ \sigma_1=\alpha\sigma\ ,\ \mu_1=\alpha\mu+\ln A\,.$$

Як бачимо, параметр σ_1 післяподаткового розподілу доходу менше параметра σ доподаткового розподілу, тобто розподіл зсувається вправо і зменшується розкид, що, власне, і є метою застосування податкової прогресії.

Зрушення вихідного розподілу доходу відбувається під впливом податкових параметрів α і А. Вплив параметра α наочно представлено на рис. 3. За вихідну було взято розподіл з параметрами ($\mu=0$; $\sigma=1$) і показаний його зсув вправо і вгору при податкових параметрах $A=0{,}9$; $\alpha=0{,}95;\ 0{,}6$.

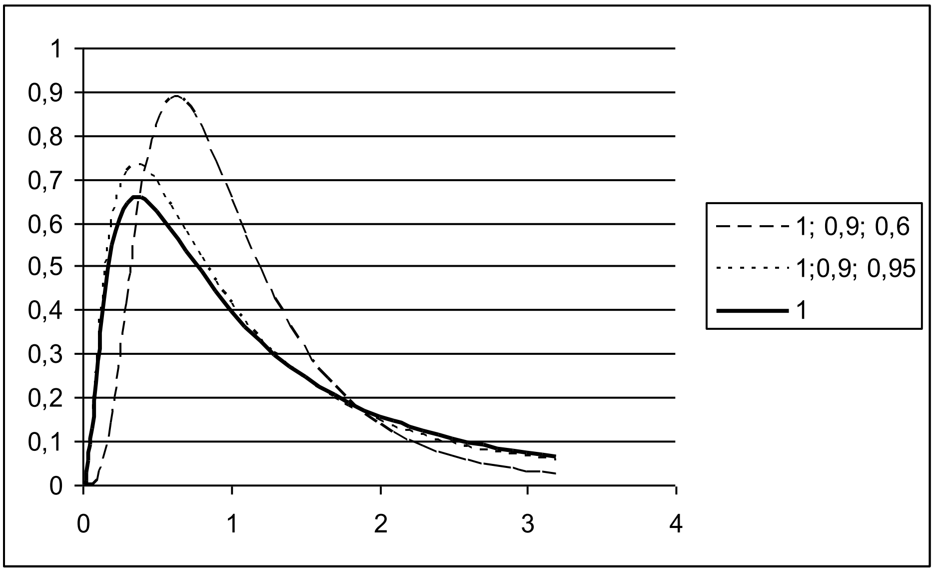

Рисунок 3. Функції щільності розподілу:
вплив податкового параметра α на вихідний розподіл (σ, A, α)

Таким чином, пік популярності зсувається в більш високий інтервал доходу (туди переміщується населення з багатших груп), при цьому зменшується середній дохід і розкид відповідно до формул (5).

Зменшення параметра А означає зниження неоподатковуваного мінімуму $x_{\min}=A^{\frac{1}{1-\alpha}}$, що за інших рівних умов призводить до зменшення розкиду значень: графік функції щільності розподілу витягується вздовж осі ординат, при цьому інтервал найбільш імовірного доходу не зсувається (рис. 4).

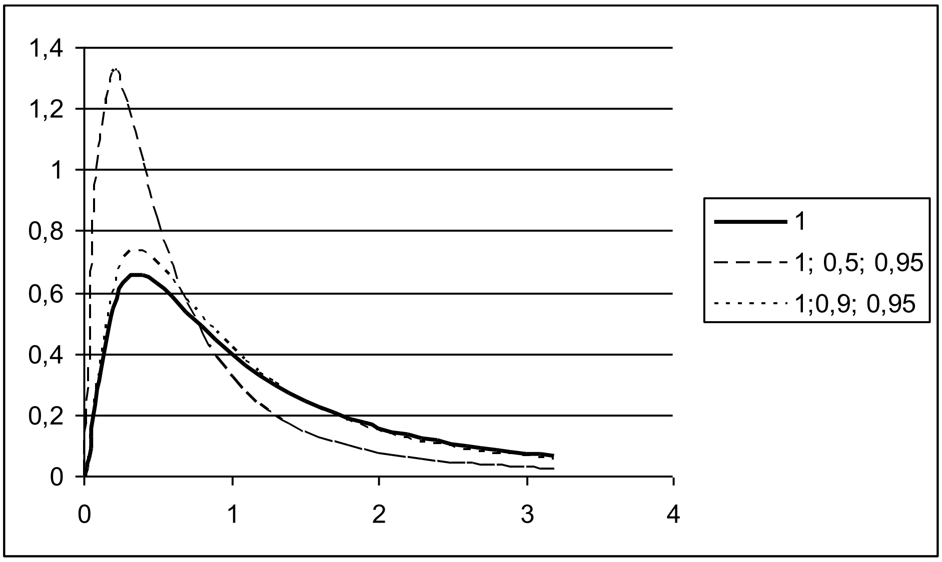

Рисунок 4. Функції щільності розподілу:
вплив параметра А на вихідний розподіл (σ, A, α)

Залежність коефіцієнта Джині
від параметрів податкової прогресії

Вираз (6) для коефіцієнта Джині, який залежить тільки від параметра σ, збережеться з новим параметром σ_1:

$$d_\xi = 2\Phi\left(\frac{\sigma_1}{\sqrt{2}}\right) = 2\Phi\left(\frac{\alpha\sigma}{\sqrt{2}}\right). \qquad (10)$$

Значення показника нерівності після застосування прогресивного оподаткування доходу залежить від параметра вихідного розподілу доходу та податкового параметра α і не залежить від А.

Характер залежності коефіцієнта Джині від параметра σ був уже показаний вище (рис. 2). Залежність показника нерівності від параметра податкової прогресії $\beta = 1 - \alpha$ при різних значеннях параметра представлена на рис. 5.

Збільшення прогресії веде до зниження нерівності (коефіцієнта Джині), однак характер зниження залежить від параметра σ. При низьких значеннях цього параметра (а це значить, що розподіл зрушено вправо, більш симетрично, має менший розкид) зменшення нерівності при зростанні прогресії відбувається пропорційно, при цьому, чим менше σ, тим менше коефіцієнт пропорційності в цій лінійної залежності.

При великих значеннях параметра розподілу ($\sigma > 1$) проявляється нелінійний характер залежності коефіцієнта Джині від параметра прогресії: невелика прогресія ($\beta \le 0{,}2$) дає незначне зниження нерівності. Істотний (непропорційний) ефект досягається при більш високих значеннях прогресії $\beta \geq 0,4$ (рис. 5).

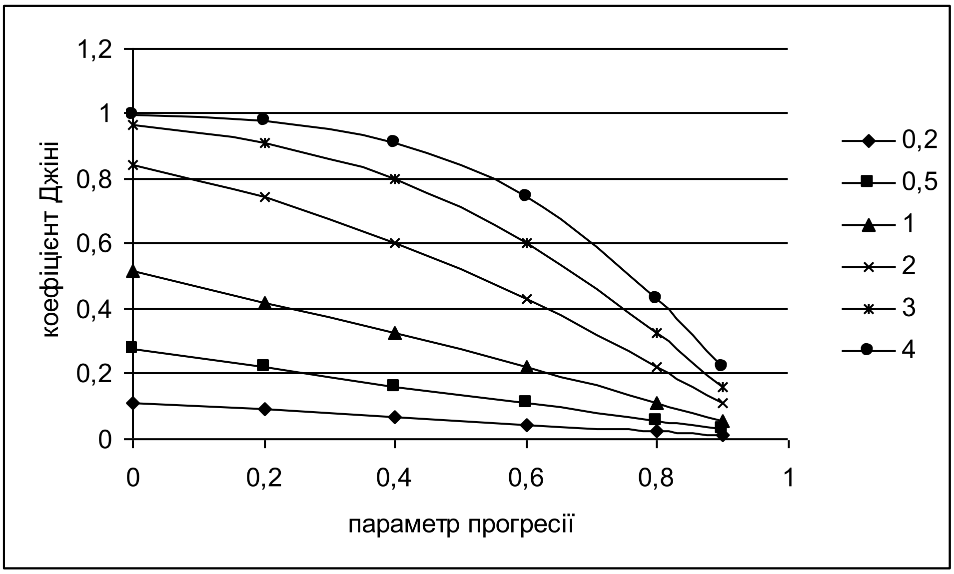

Рисунок 5. Залежність коефіцієнта Джині від податкової прогресії при різних значеннях параметра σ вихідного розподілу доходу

Числові ілюстрації

Звернемося до числових прикладів. Зупинимося на інтерпретації параметра σ логнормального розподілу (4). Графіки функцій щільності цього розподілу для $\mu = 0$ і різних значень параметра σ (0,2; 0,5; 1,0; 2,0) показують, як збільшення цього параметра впливає на зсув вершини вліво (рис. 6)[5].

Зупинимося на інтерпретації параметра σ, тому він відіграє ключову роль в аналізі. Пік графіка функції щільності розподілу показує, який дохід є найбільш поширеним (наприклад, при $\sigma = 0,2$, він приблизно дорівнює 1, для $\sigma = 0,5$ – це приблизно 0,75). Зсув уліво означає, що населення зосереджується в більш низькодохідних групах.

При цьому змінюються і характеристики розподілу: середнє значення ($M\xi$) і розкид ($D\xi$) різко зростають на значеннях $\sigma > 1$ (табл.1).

Так, наприклад, еластичність середнього значення по параметру σ дорівнює σ^2, тому при $\sigma > 1$ середнє значення стає високо-еластичною характеристикою. Для порівняння, еластичність цієї характеристики по параметру μ дорівнює μ. Це означає, що при зміні μ на 1% середнє

---

[5] Цей і наступні графіки мають ілюстративний характер, тому дохід представлений в умовних одиницях.

значення випадкової величини (доходу) також зміниться на 1% в тому ж напрямку. Розкид значень доходу характеризує також коефіцієнт варіації, який змінюється аналогічно при зростанні параметра σ.

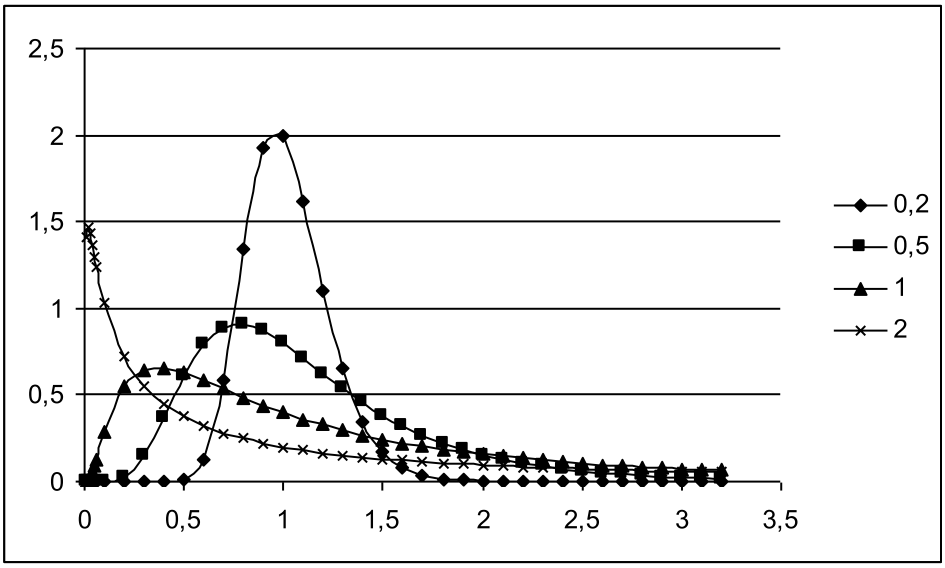

Рисунок 6. Логнормальний розподіл доходу для різних значень параметра σ, $\mu = 0$

Таблиця 1

Характеристики логнормального розподілу

Характеристики розподілу $\mu = 0$	Значення параметра σ			
	0,2	0,5	1	2
Маточікування, $M\xi$	1,020	1,133	1,649	7,389
Дисперсія, $D\xi$	0,042	0,365	4,671	2926,360
Коеффіцієнт варіації, v	0,042	0,322	2,833	396,040

Джерело: розрахунки авторів.

Таким чином, при зростанні σ відбувається, з одного боку, переміщення населення в менш дохідні шари (зсув вершини), а з іншого – зростання середнього значення доходу і збільшення розриву між багатими і бідними: бідні біднішають, багаті багатішають[6].

Прозору інтерпретацію має також функція розподілу, яка показує ймовірність, з якою дохід не перевищить задане значення. Графіки функцій логнормального розподілу для зазначених вище параметрів (табл. 1) демонструють, що при високих значеннях частка населення в низькодохідних інтервалах більша, ніж при низьких. При цьому ймовірність досягнення високих значень доходу теж більша (рис. 7).

---

[6] Цей випадок образно виражається приказкою: а в середньому по лікарні температура нормальна.

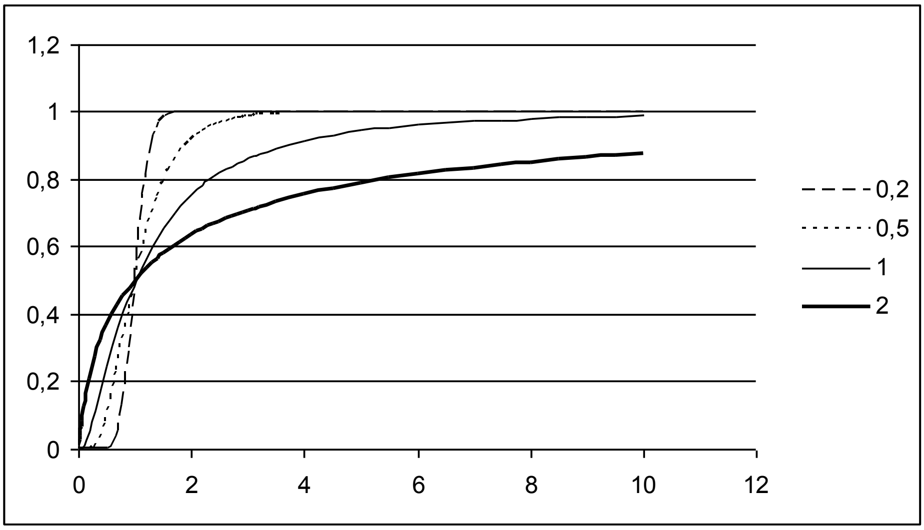

Рисунок 7. Функції логнормального розподілу
при $\mu = 0$, σ = 0,2; 0,5; 1,0; 2,0

Покажемо на прикладах, як впливає податкова прогресія на параметри розподілу і коефіцієнт Джині. Нехай розподіл доходів населення описується логнормальним законом з параметром $\sigma = 1$. Коефіцієнт Джині відповідно до формули (5) буде $d = 0{,}52$. Це досить високе значення нерівності, і його можна зменшити шляхом прогресивного оподаткування.

Результати нашого аналізу (рис. 2) показують, що збільшення прогресії $\beta = 1 - \alpha$, або зростання податкового коефіцієнта α, буде супроводжуватися лінійним зниженням показника Джині з коефіцієнтом пропорційності $\approx 0{,}52$.

Таким чином, якщо ми хочемо досягти значення Джині, наприклад, 0,32, тобто знизити його на 0,2 пункта, то слід встановити коефіцієнт податкового прогресії на рівні $\beta = \frac{0{,}2}{0{,}52} = 0{,}38$, або $\alpha = 1 - 0{,}38 = 0{,}62$. Удвічі менше значення прогресії, тобто $\beta \approx 0{,}2$, дасть пропорційне зниження нерівності на 0,1 пункту, тобто до $d = 0{,}42$.

Нелінійний характер впливу прогресивного оподаткування на зниження коефіцієнта Джині ілюструють дані табл. 2.

Найбільший ефект від підвищення показника податкової прогресії з 0 (немає податку) до 0,2 досягається на розподілах з параметрами $\sigma = 1{,}0;\ 2{,}0$. До незначного зниження нерівності ця ж прогресія приводить на малих і великих значеннях параметра σ.

Розглянемо приклад на даних про розподіл доходів населення в Україні. В дослідженні (*Мороз*, 2016) було показано, що розподіл середньомісячного доходу населення в Україні може бути описаний за допомогою логнормального закону, параметри якого незначно збільшуються (табл. 3).

Таблиця 2

Зміна нерівності після податку з показником прогресії $\beta = 0{,}2$

Коефіцієнт Джині	Параметр розподілу σ					
	0,2	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
$\beta = 0$	0,112	0,275	0,52	0,842	0,966	0,996
$\beta = 0{,}2$	0,09	0,222	0,42	0,742	0,910	0,976
Зменшення нерівності, Δd	0,03	0,053	0,1	0,1	0,056	0,020

Джерело: розрахунки авторів.

Таблиця 3

Параметри логнормального розподілу доходу населення України

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
μ	6,3824	6,8364	6,8711	7,1792	7,2941	7,4067	7,4684	7,4973	7,6118
σ	0,3023	0,3116	0,3555	0,4838	0,4608	0,4153	0,4317	0,4341	0,4283

Джерело: (*Мороз*, 2016. С. 112).

Зрушення інтегральної кривої розподілу за 2007–2015 рр. показує переміщення населення в більш високоприбуткові інтервали, хоча потрібно мати на увазі, що йдеться про номінальний дохід без урахування інфляції (рис. 8).

Розрахунки, зроблені на основі залежності, представленої на рис. 2 і значення параметра $\sigma = 0{,}434$ в 2014 р. дають нам оцінку коефіцієнта Джині в цьому році на рівні 0,241[7].

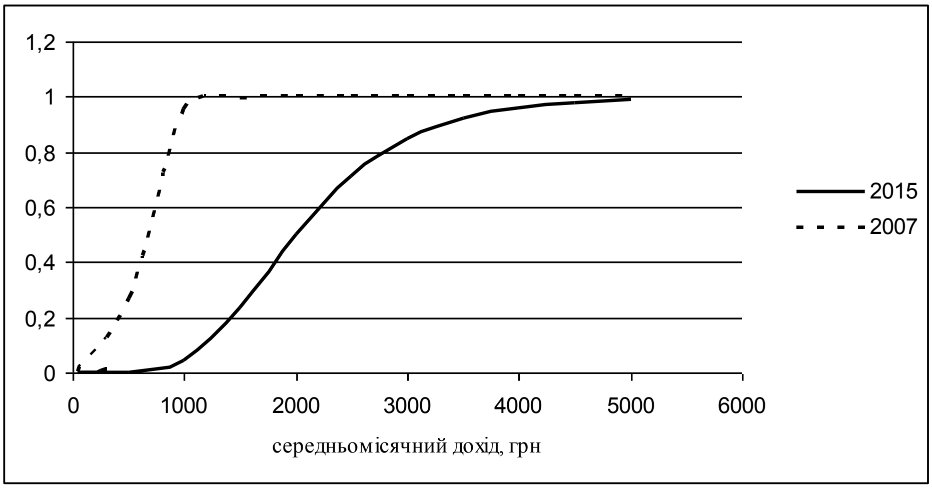

Рисунок 8. Функції розподілу доходу населення України

---

[7] Точність нашої оцінки залежить від точності відповідності емпіричного розподілу логнормальному закону. У 2014 р вона була високою, в інші роки розбіжність доходить до 1 пункта в другому знаку після коми.

Відзначимо, що вона збігається з оцінкою Світового банку[8]. На думку аналітиків, з таким рівнем нерівності Україна входить в ТОП-5 країн з найменшим розривом між багатими і бідними[9], хоча населення це не сприймає адекватно: існує думка, що рівень нерівності у нас дуже високий.

Не вступаючи в дискусію про правомірність такої оцінки, розглянемо можливості його зменшення шляхом податкової прогресії. Припустимо, що ми хочемо знизити коефіцієнт Джині на 0,02, тобто до значення 0,221. Для $\sigma = 0{,}434$ можна відповідно до формули (9) побудувати залежність коефіцієнта Джині від параметра прогресії β, аналоги якої представлені в графічному вигляді на рис. 5. Коефіцієнт пропорційності для цього випадку буде $\approx 0{,}23$, і значить, що податкова прогресія $\beta = 0{,}1$, відповідно $\alpha = 1 - \beta = 0{,}9$, дасть нам зниження нерівності на 0,023 (ми беремо округлені значення для спрощення розрахунків).

Далі, ми можемо вибрати неоподатковуваний мінімум доходу $x_{\min} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}$, відповідно до якого знайдемо параметр А прогресивного податку. Підкреслимо, що значення коефіцієнта Джині не залежить від параметра А. Від нього буде залежати тільки сума податкових надходжень, тому він визначатиметься відповідно до фіскальних або інших цілей, зовнішніх щодо нашого аналізу.

Відповідно до формули (6) можна обчислити ставки прогресивного податку при заданому параметрі для різних значень доходу і неоподатковуваного мінімуму (рис. 9).

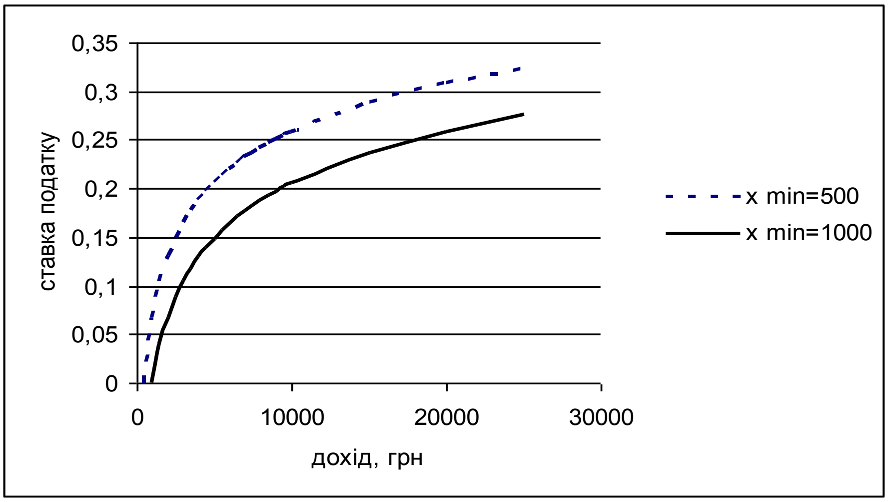

Рисунок 9. Залежність ставки податку від оподатковуваного бази і неоподатковуваного мінімуму при податковій прогресії $\beta = 0{,}1$

---

[8] GINI data: база данных. URL: http://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI.

[9] Inequality index: where are the world's most unequal countries? URL: https://www.theguardian.com/inequality/datablog/2017/apr/26/inequality-index-where-are-the-worlds-most-unequal-countries?CMP=share_btn_fb

Відзначимо, що при $x_{\min} = 1000\,грн$ ставка податку досягне 10% на доході приблизно 3000 грн, 20% – на 10000 грн, 25% – на 20000 грн. Зрозуміло, що при зниженні неоподатковуваного мінімуму ставки підвищуються: 25% досягається вже на 10000 грн.

Далі графік ставки податку можна апроксимувати ламаною лінією, тобто розбити на інтервали доходу з визначенням ставки податку для кожного інтервалу і обмеженням верхньої межі ставки. Це вже прикладна задача.

Висновки. Проведений аналіз впливу параметрів прогресивного оподаткування доходів на параметри логнормального розподілу і зміна показника нерівності – коефіцієнта Джині – дозволив отримати такі теоретичні результати.

1. Показано, що при степеневій функції прогресивного податку коефіцієнт Джині залежить тільки від одного параметра σ вихідного логнормального розподілу. Отримана математична залежність показує, що показник нерівності нелінійно з уповільненням зростає при збільшенні цього параметра.

2. Застосування прогресивного оподаткування доходу не змінює вихідного закону розподілу: розподіл доходу після оподаткування залишається логнормальним, параметри якого залежать від параметрів вихідного розподілу, податкової прогресії і неоподатковуваного мінімуму доходу. Отримані математичні залежності дозволяють досліджувати вплив кожного параметра на розподіл доходу після оподаткування.

3. Показано, що нерівність в розподілі чистого доходу коефіцієнт Джині) залежить тільки від параметра σ вихідного розподілу і параметра податкової прогресії і не залежить від неоподатковуваного мінімуму доходу. Залежність коефіцієнта Джині від податкової прогресії має лінійний характер при малих значеннях параметра σ (у розподілах з невеликим розкидом значень) і нелінійний при високих значеннях. Таким чином, малі значення прогресії не приносять суттєвого ефекту для зменшення нерівності в розподілах йдеться не про малі значень доходу, однак при збільшенні параметра прогресії воно знижується з прискоренням. На відміну від цього випадку в розподілах з невеликим розкидом збільшення прогресії дає пропорційне зменшення нерівності.

Отримані результати мають в першу чергу теоретичний характер, проте можуть бути використані при вирішенні практичних завдань податкової політики, що було проілюстровано за використанням показників України.

Література

Меркулова, Т.В. (2016). Справедливість, нерівність і економічна ефективність: аналіз та моделювання взаємозв'язків. *Економічна теорія*. № 4, 77–86.

Мороз, К.В. (2016). Розподіл грошових доходів населення України: емпіричний аналіз з використанням логнормальної функції. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.* Вип. 91, 110–117. (Серія: Економічна)

Стиглиц, Джозеф. А. (2015). Цена неравенства: Чем расслоение общества грозит нашему будущему: пер. с англ. Москва: Эксмо. 512 с.

Antony, B. (1970). Atkinson. On the Measurement on Inequality. *Journal of Economic Theory*. № 2, 244–263.

Borge, Lars-Erik, J.Jorn Rattso. (2004). Income distribution and tax structure: Empirical test of the Meltzer-Richard hypothesis. *European Economic Review*. 48(4), 805–826.

Duncan, D., Sabirianova Peter, K. (2016). Unequal inequalities: Do progressive taxes reduce income inequality. *International Tax and Public Finance*. Vol. 23, issue 4, 762–783. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s10797-016-9412-5.

Gionanny, Vecchi. Measuring, Inequality. 2008. URL: http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/inequality_measurement.pdf.

Kuznets, S. (1955). Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*. Vol. 45. No 1, 1–28.

Fanti, L., Manfredi, P. (2003). Progressive Income Taxation and Economic Cycles: a Multiplier-Accelerator Model. Discussion Papers del Dipartimento di Scienze Economiche. Universita di Pisa. URL: http://www-dse.ec.unipi.it/ricerca/discussion-papers.htm.

Mirrlees, J. A. (1971). An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation. *Review of Economic Studies*. 38(114), 175–208.

References

Merkulova, T.V. (2016). Spravedlyvist, nerivnist i ekonomichna efektyvnist: analiz ta modeliuvannia vzaiemozviazkiv [Justice, inequality and economic efficiency: analysis and modeling of interconnections] *Ekonomichna teoriia.* № 4, 77–86. (In Ukrainian)

Moroz, K.V. (2016). Rozpodil hroshovykh dokhodiv naselennia Ukrainy: empirychnyi analiz z vykorystanniam lohnormalnoi funktsii [Monetary income Distribution in Ukraine: empirical analysis using the lognormal function]. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho universytetu imeni V. N. Karazina.* Vyp. 91, 110–117. (Seriia: Ekonomichna) (In Ukrainian)

Stiglic, Dzh. A. (2015). Cena neravenstva: Chem rassloenie obshhestva grozit nashemu budushhemu. [The price of inequality: How Today's Divided Society Endangers Our Future]: per. s angl. Moskva: Jeksmo. 512 p. (In Russian)

Antony, B. (1970). Atkinson. On the Measurement on Inequality. *Journal of Economic Theory*. № 2, 244–263.

Borge, Lars-Erik, J.Jorn Rattso. (2004). Income distribution and tax structure: Empirical test of the Meltzer-Richard hypothesis. *European Economic Review*. 48(4), 805–826.

Duncan, D., Sabirianova Peter, K. (2016). Unequal inequalities: Do progressive taxes reduce income inequality. *International Tax and Public Finance*. Vol. 23, issue 4, 762–783. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s10797-016-9412-5.

Gionanny, Vecchi. Measuring, Inequality. 2008. URL: http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/inequality_measurement.pdf.

Kuznets, S. (1955). Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*. Vol. 45. No 1, 1–28.

Fanti, L., Manfredi, P. (2003). Progressive Income Taxation and Economic Cycles: a Multiplier-Accelerator Model. Discussion Papers del Dipartimento di Scienze Economiche. Universita di Pisa. URL: http://www-dse.ec.unipi.it/ricerca/discussion-papers.htm.

Mirrlees, J. A. (1971). An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation. *Review of Economic Studies*. 38(114), 175–208.

Надіслано до редакції 20.07.2017

IMPACT OF PROGRESSIVE TAXATION ON INEQUALITY: ANALYZING THE INEQUALITY DEPENDENCE ON INCOME DISTRIBUTION PARAMETERS AND TAX PROGRESSION

Tetiana Merkulova, Artem Yantsevych

Author affiliation: *Tetiana Merkulova*, Doctor of Economics, Prof., Head, Department of Economic Cybernetics and Applied Economics, Kharkiv Karazin National University. Research field: behavioral and experimental economics, institutional economics, taxation, inequality and growth. E-mail: tammerkulova@gmail.com

Artem Yantsevych, Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Head, Department of Economic Cybernetics and Applied Economics, Kharkiv Karazin National University. Research field: theory of risks; economic applications of the theory of probability and mathematical statistics, the theory of random processes, theories of games.

E-mail: cyber.khnu@gmail.com

The article presents an investigation of the direct influence of progressive tax on income distribution and inequality. The case of lognormal distribution and a tax power function is considered. The coefficient Gini is applied to measure income inequality. It is shown that given progressive tax function doesn't change the initial income distribution law: it will be lognormal with parameters depending on initial distribution parameters, tax progression and non-taxable income. The obtained mathematical dependences allow analyzing each parameter's influence on net income distribution and reducing inequality. It is found out that the dependence of Gini coefficient on tax progression is linear if the distribution parameter σ is a small values (a distribution has a small dispersion), and non-linear at big values. The applications of the obtained theoretical findings are presented with a case study on Ukraine.

Key words: progressive income tax, lognormal distribution, income inequality, Gini coefficient.

JEL: D31, C46.