

PACS: 66.70.-f; 63.20.kg; 61.72.S-

ABOUT CONDITIONS OF EXISTENCE OF SECOND SOUND WAVES IN ISOTOPICALLY ENRICHED CRYSTALS ${}^7\text{LiF}$

V.D. Khodusov, A.S. Naumovets

Kharkiv National Karazin University
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine
E-mail: ykhodusov@ukr.net

Received June 5, 2015

Concerted parameters of the single crystal LiF (temperature, concentration of isotopes and sample sizes) were found in a reduced isotropic crystal model and in the Callaway model of thermal conductivity. They define the region of existence of second sound waves. These areas do not significantly differ from each other, which ensures the accuracy of the results. It was found, that the concentration of the isotope ${}^6\text{Li}$ less than $3 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-3}$ and the sample sizes greater than 0,8 cm, offers the possibility of the second sound waves propagation in lithium fluoride in the temperature range of thermal conductivity maximum. The other concerted parameters, that define the "window" of existence of second sound waves, for lower concentrations of isotopes can be determined from three-dimensional graphs.

KEY WORDS: second sound waves, normal and resistive processes, phonons, isotopes

ПРО УМОВИ ІСНУВАННЯ ХВИЛЬ ДРУГОГО ЗВУКА У ІЗОТОПІЧНО ЗБАГАЧЕНИХ КРИСТАЛАХ ${}^7\text{LiF}$

В.Д. Ходусов, А.С. Наумовець

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
61022, Харків, м. Свободи, 4

Знайдено узгоджені значення параметрів монокристалу LiF (температури, концентрації ізоотопів і розмірів зразка) в моделі зведеного ізотропного кристала і моделі Каллавея в теплопровідності, які визначають область існування хвиль другого звуку. Ці області несуттєво відрізняються один від одного, що забезпечує достовірність отриманих результатів. Встановлено, що при концентрації ізоотопу ${}^6\text{Li}$ нижче $3 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3}$ і розмірах зразка більших ніж 0,8 см, можливе розповсюдження хвиль другого звуку у фториді літію в області температур в окіллі максимуму коефіцієнта теплопровідності. Для менших концентрацій ізоотопів інші узгоджені параметри, що визначають «вікно» існування хвиль другого звуку, можна визначити з наведених тривимірних графіків.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: хвилі другого звуку, нормальні та резистивні процеси, фонони, ізоотопи

ОБ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВОЛН ВТОРОГО ЗВУКА В ИЗОТОПИЧЕСКИ ОБОГАЩЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ ${}^7\text{LiF}$

В.Д. Ходусов, А.С. Наумовец

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
61022, г. Харьков, пл. Свободы, 4

Найдены согласованные значения параметров монокристалла LiF (температуры, концентрации изотопов и размеров образца) в модели приведенного изотропного кристалла и модели Каллауэя теплопроводности, которые определяют область существования волн второго звука. Эти области несущественно отличаются друг от друга, что обеспечивает достоверность полученных результатов. Установлено, что при концентрации изотопа ${}^6\text{Li}$ ниже $3 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3}$ и размерах образца больших чем 0,8 см, возможно распространение волн второго звука во фториде лития в области температур в окрестности максимума коэффициента теплопроводности. Для меньших концентраций изотопов остальные согласованные параметры, определяющие «окно» существования волн второго звука, можно определить из приведенных трехмерных графиков.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: волны второго звука, нормальные и резистивные процессы, фононы, изотопы

Впервые предположение о существовании волн второго звука (ВВЗ) в твердых телах, подобным волнам второго звука в сверхтекучем гелии, было высказано Пешковым В.В. [1]. Теоретически ВВЗ в твердых телах изучались в работах [2-5]. Было установлено, что их распространение в твердых телах возможно, когда реализуется газодинамический режим в описании фононов, при котором нормальные процессы взаимодействия фононов с сохранением квазиимпульса происходят значительно быстрее, чем резистивные процессы взаимодействия фононов без сохранения квазиимпульса (процессы переброса, рассеяние на примесях, изотопах, границах и т.д.). В работе [4] впервые была найдена температурная область существования ВВЗ, так называемое, «окно». Она лежит в окрестности максимума коэффициента теплопроводности кристаллов при низких температурах, который также обусловлен учетом особой роли нормальных процессов [6,7]. Величина максимума теплопроводности сильно зависит от совершенства кристаллической решетки, наличия примесей и изотопического состава [6,8]. Экспериментально ВВЗ наблюдались только в некоторых кристаллах: в твердом гелии [9], NaF [10], висмуте [11] и сапфире [12].

Невозможность наблюдения ВВЗ в других кристаллах связана с сильным затуханием этих волн на примесях и изотопах. Таким образом, в чистых совершенных монокристаллах основной вклад в затухание волн

второго звука будет давать изотопическое рассеяние фононов. В 70-е годы были предприняты неудачные попытки экспериментального обнаружения ВВЗ во фториде лития, которые были обусловлены достаточно высокой концентрацией ${}^6\text{Li}$. Современные технологии дают возможность получать изотопически чистые идеальные монокристаллы. Возникает задача нахождения таких концентраций изотопов, при которых они не оказывают влияния на распространение ВВЗ. Эту задачу можно решить, используя модель приведенного изотропного кристалла относительно модулей упругости для описания термодинамических и кинетических свойств газа фононов [13], либо используя значения частот столкновений фононов в модели Каллауэя при описании экспериментальных данных по теплопроводности [6,8]. При этом необходимо учитывать, что при описании распространения ВВЗ фононы, прежде чем рассеяться на границе испытывают множество столкновений между собой, на что впервые обратил внимание Гуржи [14], что существенно влияет на окно существования ВВЗ. В работе [15] теоретически исследовалась возможность наблюдения ВВЗ в изотопически обогащенных кристаллах алмаза.

Чистые монокристаллы LiF являются наиболее предпочтительными для экспериментального обнаружения в них ВВЗ. Это обусловлено наличием достаточно острого максимума коэффициента теплопроводности в области низких температур, величина которого существенно зависит от изотопического состава [6,8]. Кроме того, как было показано в работе [16], максимальное значение резонансной (на ВВЗ) спектральной плотности флуктуации энергии фононов, рассчитанное в модели приведенного изотропного кристалла, имеют кристаллы LiF.

Целью данной работы является нахождение согласованных значений параметров монокристалла LiF (температуры, концентрации изотопов и размеров образца), которые определяют область существования ВВЗ в модели приведенного изотропного кристалла и модели Каллауэя. Несущественные отличия полученных параметров в двух моделях, не связанных между собой, будет обеспечивать достоверность полученных результатов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВОЛН ВТОРОГО ЗВУКА В МОДЕЛИ ПРИВЕДЕННОГО ИЗОТРОПНОГО КРИСТАЛЛА

Распространение вторичных волн в газе бозе-квазичастиц в твердых телах изучалось в работе [13] на основе газодинамических уравнений квазичастиц, в частности, волн второго звука (ВВЗ) в газе фононов в диэлектрических кристаллах. При этом частота второго звука определяется выражением $\Omega_{II} = W_{II} \tilde{k}$, фазовая скорость W_{II} и коэффициент затухания Γ_{II} волн второго звука в изотропном газе квазичастиц имеют следующий вид:

$$W_{II} = (TS^2/C\tilde{\rho})^{1/2}; \quad \Gamma_{II} = \frac{r}{2\tilde{\rho}} + \left[\frac{1}{2\tilde{\rho}} \left(\frac{4}{3} \tilde{\eta} + \tilde{\zeta} \right) + \frac{1}{2C} \tilde{\varkappa} \right] \tilde{k}^2.$$

Здесь C , S , $\tilde{\rho}$ – плотности фононной теплоемкости, энтропии и числа фононов, r – коэффициент внешнего трения, обусловленный взаимодействием фононов с не сохранением квазиимпульса (процессы переброса, рассеяние на примесях, изотопах и на границах образца), $\tilde{\eta}$, $\tilde{\zeta}$ – коэффициенты первой и второй вязкости, $\tilde{\varkappa}$ – коэффициент теплопроводности, \tilde{k} – волновой вектор ВВЗ.

Если ввести диффузионные времена следующими соотношениями:

$$\tau_{\tilde{\eta}} = \frac{\tilde{\eta}}{\tilde{\rho}W_{II}^2}; \quad \tau_{\tilde{\zeta}} = \frac{\tilde{\zeta}}{\tilde{\rho}W_{II}^2}; \quad \tau_{\tilde{\varkappa}} = \frac{\tilde{\varkappa}}{CW_{II}^2}; \quad \tau_R = \frac{\tilde{\rho}}{r}, \quad (1)$$

то величина Γ_{II} может быть записана в виде:

$$\Gamma_{II} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\tau_R} + \left(\frac{4}{3} \tau_{\tilde{\eta}} + \tau_{\tilde{\zeta}} \right) \Omega^2 + \tau_{\tilde{\varkappa}} \Omega^2 \right]. \quad (2)$$

В модели приведенного изотропного кристалла значения для коэффициентов r , $\tilde{\varkappa}$, $\tilde{\eta}$, $\tilde{\zeta}$ были рассчитаны в работе [13].

Условие существования слабо затухающих ВВЗ ($\Gamma_{II} \ll \Omega$) приводит к следующему условию, накладываемому на частоту Ω , известному как "окно" существования ВВЗ [4,13]:

$$\min \{ \nu_{\tilde{\eta}}, \nu_{\tilde{\zeta}}, \nu_{\tilde{\varkappa}} \} \gg \Omega \gg \nu_R, \quad (3)$$

где частоты столкновений ν_i связаны с диффузионными временами τ_i соотношением $\nu_i = 1/\tau_i$, ν_R – частота столкновений за счет резистивных процессов (процессы переброса, рассеяния на примесях и изотопах, рассеяния на границах и др.)

Расчеты кинетических коэффициентов фононной газодинамики в модели приведенного изотропного кристалла относительно модулей упругости, проведенные в работе [13], показывают, что основную роль играет фононная вязкость. Число, подобное числу Прандтля в теории газов $\text{Pr} = C\tilde{\eta}/\tilde{\rho}\tilde{\varkappa}$, в газе фононов для

большинства кристаллов равно 10^2 с достаточно большой точностью. Величина затухания Γ_{II} может быть записана в виде:

$$\Gamma_{II} = \frac{1}{2} \left\{ \nu_R + \frac{\Omega^2}{\nu_N} \right\}, \quad \nu_N = \frac{3}{4} \nu_{\bar{\eta}} \quad (4)$$

Далее приведем формулы для частот столкновений в модели приведенного изотропного кристалла [13], учитывая, что законами сохранения энергии и квазиимпульса разрешены следующие процессы переброса между продольными (l) и поперечными (t) акустическими фононам $t + t \leftrightarrow l + b_g$ и $l + t \leftrightarrow l + b_g$.

$$\nu_{\bar{\eta}} = \frac{2\pi^2}{45} (2 + \beta^3) \frac{k_B^5}{\hbar^4} \frac{T^5}{\alpha_{\bar{\eta}} \rho V_l^2 V_t^3}, \quad (5)$$

$$\nu_U = A_1 T^{-3} e^{-\frac{\Theta_1}{T}} + A_2 T^{-1} e^{-\frac{\Theta_2}{T}},$$

$$\nu_{iso} = C_{iso} \frac{k_B^4 a^3}{4\pi \hbar^4 V_S^3} T^4 \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \frac{8! \zeta(8)}{4! \zeta(4)}, \quad (6)$$

где $A_1 = \frac{3\pi^3 \beta^2 (15 - 10\beta^2 + 3\beta^4)}{4(1 + \beta)^6 (2 + \beta^5)} (1 + \bar{b} + \bar{c})^2 \frac{\hbar^4 V_l^3}{k_B^3 \rho a^8}$; $\Theta_1 = \frac{2\pi \beta V_l \hbar}{k_B (1 + \beta) a}$,

$$A_2 = \frac{45\pi(1 - \beta)(7 - 5\beta)}{64(1 + \beta)(2 + \beta^5)\beta^2} (1 + \beta^2 + 2\bar{b} + 4\bar{c})^2 \frac{\hbar^2 V_l}{k_B \rho a^6}$$
; $\Theta_2 = \frac{\pi(1 + \beta)V_l \hbar}{2k_B a}$,

$\zeta(n)$ – дзета-функция Римана, $C_{iso} = N_i/N$ – концентрация изотопов, ΔM – разность между атомными массами изотопов и основного вещества, M – масса основных атомов, D – размеры образца, k_B – постоянная Больцмана, $\alpha_{\bar{\eta}}$, \bar{b} , \bar{c} – численные константы, значения которых для разных кристаллов приведены в таблице в работе [13].

Учет рассеяния фононов на границах осуществляется используя отношение между длиной свободного пробега за счет нормальных процессов $l_N = \tau_N V_S$ и размером образца D . Если выполняется отношение $l_N \gg D$, то эффективная длина свободного пробега фононов совпадает с размерами образца, и частота рассеяния на границе определяется как: $\nu_B = V_S/D$. ВВЗ существуют в диэлектриках при газодинамическом режиме описания фононов, который реализуется если выполняется неравенство $l_N \ll D$. Фонон в объеме образца испытывает множество нормальных столкновений до достижения границы. В результате путь, который проходит фонон до столкновения с границей, существенно возрастает. Используя хорошо известные формулы броуновского движения легко видеть, что траектории между двумя столкновениями с границей будет порядка D^2/l_N [14]. Это означает, что эффективная частота столкновения фононов с границей будет:

$$\nu_{B_{eff}} = \frac{V_S^2}{D^2 \nu_N} = \frac{\nu_B^2}{\nu_N}. \quad (7)$$

Для дальнейших расчетов будем считать, что условие существования ВВЗ выполняются, если частота второго звука удовлетворяет неравенству:

$$\Omega_{II} \geq 10\Gamma_{II}. \quad (8)$$

Из этого соотношения можно получить нижнюю и верхнюю границы частоты ВВЗ:

$$0, 1\nu_N - \sqrt{10^{-2}\nu_N^2 - \nu_N \nu_R} \leq \Omega_{II} \leq 0, 1\nu_N + \sqrt{10^{-2}\nu_N^2 - \nu_N \nu_R}. \quad (9)$$

ВВЗ являются собственными модами, поэтому если кристалл имеет характерный размер D , то значение волнового вектора ВВЗ определяется соотношением

$$\tilde{k} = \frac{2\pi}{D}. \quad (10)$$

Используя это соотношение и $\Omega_{II} = W_{II} \tilde{k}$, можно разрешить неравенство (9) и получить следующее условие:

$$C_{iso} \leq \left[0, 4 \frac{\pi W_{II}}{D} - \nu_U - \frac{V_S^2 + 4\pi^2 W_{II}^2}{D^2 \nu_N} \right] \frac{4! \zeta(4)}{8! \zeta(8)} \frac{4\pi \hbar^4 V_S^3}{k_B^4 a^3 T^4} \left(\frac{M}{\Delta M} \right)^2. \quad (11)$$

Оно позволяет построить график зависимости концентрации C_{iso} от размеров и температуры, используя который можно определить окно существования ВВЗ.

Для проведения численных оценок и вычисления условия существования слабозатухающих ВВЗ во фториде лития использованы следующие данные, рассчитанные в модели приведенного изотропного кристалла. Для модулей упругости второго порядка: $\lambda_1 = 3,4 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$, $\lambda_2 = 5,15 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$, $\beta = 0,613$. Зная эти выражения, плотность и постоянную решетки фторида лития, которые равны соответственно $\rho = 2,64 \text{ г/см}^3$, $a = 4,02 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, были получены следующие значения скорости продольных (l) и поперечных (t) акустических фононов, средняя скорость звука:

$$V_l = 7203 \cdot 10^2 \text{ см/с}, V_t = 4416 \cdot 10^2 \text{ см/с}, V_s = 4773 \cdot 10^2 \text{ см/с}.$$

Скорость второго звука имеет вид:

$$W_{II} = \sqrt{\frac{V_t^2}{3} \left(\frac{2 + \beta^3}{2 + \beta^5} \right)} = 2636 \cdot 10^2 \text{ см/с}$$

Приведем значения остальных необходимых численных коэффициентов для LiF:

$$\alpha_{\bar{\eta}} = 4,13 \cdot 10^{-2}, \Theta_1 = 326 \text{ K}, \Theta_2 = 346 \text{ K},$$

$$A_1 = 1,7 \cdot 10^{16} \text{ K}^3/\text{с}, A_2 = 6,9 \cdot 10^{12} \text{ K/с}.$$

Выражения для частот столкновений в модели приведенного изотропного кристалла имеют вид для LiF:

$$\begin{aligned} \nu_N &= 6,6 \cdot T^5 \text{ с}^{-1} \\ \nu_U &= 1,7 \cdot 10^{16} \cdot T^{-3} \exp\left(-\frac{326}{T}\right) + 6,9 \cdot 10^{12} \cdot T^{-1} \exp\left(-\frac{346}{T}\right) \\ \nu_{iso} &= 3,27 \cdot 10^4 \cdot T^4 C_{iso} \text{ с}^{-1} \\ \nu_{Beff} &= 3,45 \cdot 10^{10} \cdot D^{-2} \cdot T^{-5} \text{ с}^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя эти выражения в (11), получим:

$$C_d \leq 10 \cdot T^{-4} D^{-1} - 1,38 \cdot 10^7 D^{-2} T^{-9} - 5,2 \cdot 10^{11} e^{-326/T} T^{-7} - 2,1 \cdot 10^8 e^{-346/T} T^{-5} \quad (13)$$

Область существования ВВЗ в модели приведенного изотропного кристалла ограничена поверхностью, определяемой соотношением (13), и изображена на рис. 1.

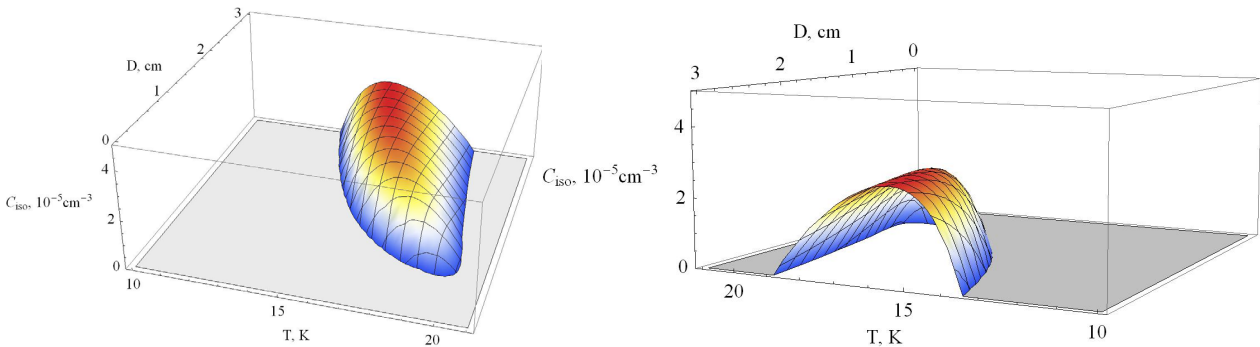


Рис. 1. Область существования ВВЗ в модели приведенного изотропного кристалла находится внутри объема ограниченного поверхностью.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВОЛН ВТОРОГО ЗВУКА В МОДЕЛИ КАЛЛАВЭЯ

Поскольку ВВЗ существуют вблизи максимума теплопроводности, то для определения области существования ВВЗ мы можем также использовать модель Каллавэя. В низкотемпературной области в модели Каллавэя для описания экспериментальных данных по теплопроводности LiF в работе [6] используются следующие фононные частоты столкновений, вызванные нормальными процессами и процессами переброса:

$$\begin{aligned} \nu_N &= 2,7 \cdot 10^{-10} \omega T^3 \text{ с}^{-1} \\ \nu_U &= 600 x^2 T^4 e^{-170/T} \text{ с}^{-1}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $x = \hbar\omega/k_B T$.

Проведя процедуру усреднения по правилу

$$\langle f(x) \rangle = \int_0^\infty \frac{x^4 \exp[x]}{(\exp[x]-1)^2} f(x) dx \Big/ \int_0^\infty \frac{x^4 \exp[x]}{(\exp[x]-1)^2} dx \quad (15)$$

мы получим следующее выражение для усредненной частоты нормальных фононных столкновений:

$$\nu_N = 167,66 \cdot T^4 \quad (16)$$

Частоты процессов рассеяния на изотопах и границе имеют вид (6), (7). За счет процессов переброса в числителе формулы (15) для усреднения частоты столкновений необходимо принять конечные пределы интегрирования. Это связано с тем фактом, что входящая в ν_U частота фона порядка дебаевской. Величину ее изменения можно определить из законов сохранения. Для процессов $l + t \leftrightarrow l + b_g$ пределы равны

$$X_1 = \frac{\pi \hbar (1 - \beta) V_l}{2 a k_B T}, \quad X_2 = \frac{\pi \hbar V_l}{a k_B T}.$$

$$\nu_U = 23 \cdot T^4 e^{-170/T} \int_{X_1}^{X_2} x^6 e^{-x} dx. \tag{17}$$

Подставляя соответствующие выражения для частот из формул (6), (7), (16) и (17) в (11) мы получим условия для концентрации изотопов, размера и температуры в модели Каллавэя.

$$C_{iso} \leq 10 \cdot T^{-4} D^{-1} - 5,4 \cdot 10^5 D^{-2} T^{-8} - e^{-253/T} (2,28 \cdot 10^8 T^{-2} + 1,65 \cdot 10^6 T^{-1} + 10^6 + 4,8 \cdot 10^4 T + 1,7 \cdot 10^3 T^2 + 42 T^3). \tag{18}$$

Область существования ВВЗ в модели Каллавэя изображена на рис. 2.

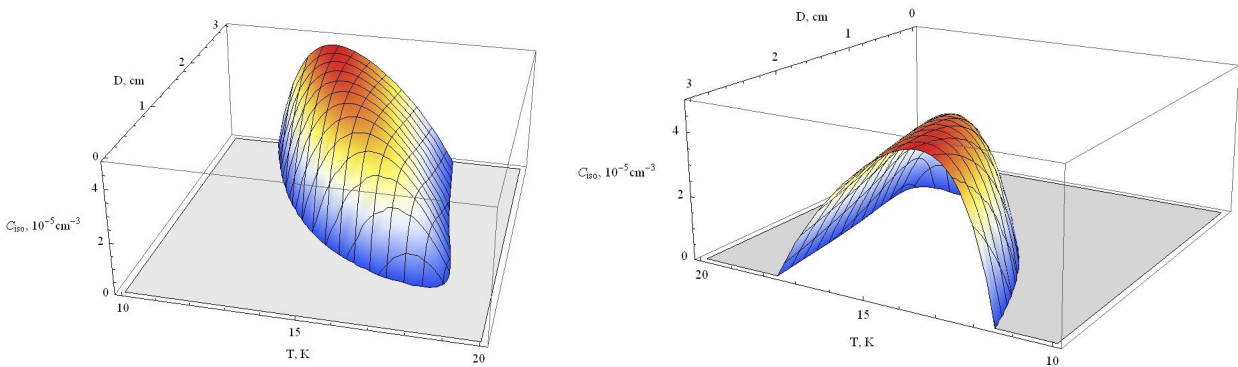


Рис. 2. Область существования ВВЗ в модели Каллавэя находится внутри объема ограниченного поверхностью.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведем анализ полученных результатов, используя графики приведенные на рис. 1,2. В обоих случаях максимальное окно существования ВВЗ будет при нулевой концентрации изотопа ${}^6\text{Li}$. С увеличением концентрации область существования уменьшается до нуля при концентрациях $2,5 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3}$ и выше. Из общего вида этих графиков следует такое ограничение на размер образца: он не должны быть меньше 0,8 см. Максимальная величина допустимой концентрации изотопов для данных размера и температуры на рис. 1,2 совпадает по порядку величины, но в модели приведенного изотропного кристалла эта величина меньше в 2 раза и температурное окно сдвинуто в область более высоких температур на 1 градус. Область наиболее вероятного наблюдения ВВЗ в кристалле будет находиться на пересечении областей ограниченных соответствующими поверхностями. Проиллюстрируем эти особенности на следующих примерах.

На рис. 3 приведена зависимость концентрации изотопов от температуры для двух размеров образца $D = 1 \text{ см}$ и $D = 3 \text{ см}$. Действительно, с увеличением размера образца температурная область наиболее вероятного существования увеличивается с 1,5 до 4 К и сдвигается в область более низких температур, а максимальная допустимая концентрация возрастает с $1,5 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3}$ до $2,5 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3}$.

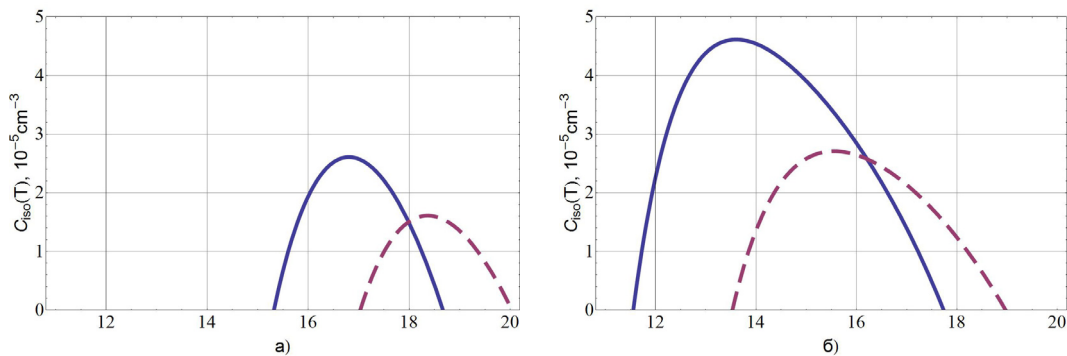


Рис.3. Область существования ВВЗ при фиксированном размере образца D.

Пунктирная линия – модель приведенного изотропного кристалла; сплошная – модель Каллавэя. а) $D = 1 \text{ см}$; б) $D = 3 \text{ см}$.

На рис. 4 приведены графики зависимости размеров образца от температуры при заданной концентрации изотопов ${}^6\text{Li}$ равной 10^{-5} см^{-3} . При этом видно, что минимальный размер образца, в котором возможно распространение ВВЗ, ограничен 0,8 см. С увеличением размера образца температурная область увеличивается и сдвигается в область более низких температур. Для образца с размерами 1,5 см она составляет 2 К, а для образца с размером 3 см – порядка 3 К.

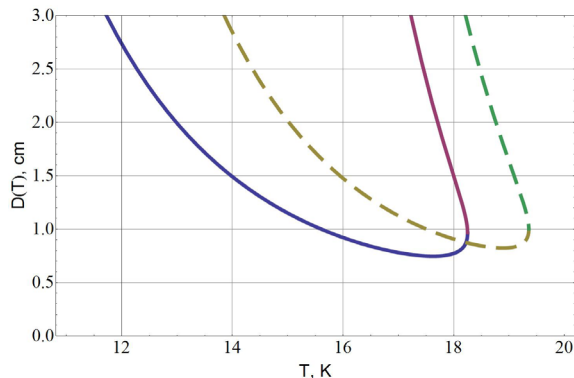


Рис.4. Область существования ВВЗ при фиксированной концентрации изотопов ${}^6\text{Li}$. Пунктирная – модель приведенного изотропного кристалла; сплошная – модель Каллауэя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты данной работы позволяют подобрать наиболее оптимальные параметры, необходимые для экспериментального обнаружения волн второго звука в монокристаллах фторида лития, основываясь на сравнении проведенных расчетов в двух различных моделях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Peshkov V. // International Conference Fundamental Particles and how Temperatures. – Cavendish Laboratory, London, 1946. – P. 19.
2. Ward J.C., Wilks J. Second sound and thermodynamical effect at very low temperatures // *Phylos. Mag.* – 1952. – Vol. 43. – No.336. – P.48-50.
3. Dingle R.B. The velocity of second sound in various media // *Proc. Soc. London.* – 1952. - Vol.65. – No. 396. - P. 1044-1050.
4. Prohovsky E.W., Krumhansl I.A. Second-sound propagation in dielectric solids // *Phys. Rev.* – 1964. - Vol.A 133. - P.1403-1410.
5. Guyer R.A., Krumhansl I.A. Dispersion relation for second sound in solids // *Phys. Rev.* - 1964. - Vol.A 133. - P.1411-1417.
6. Berman R. *Thermal Conduction in Solids.* – Oxford: Clarendon Press, 1976. – 286 p.
7. Callaway J. Model for Lattice Thermal Conductivity at Low Temperatures // *Phys. Rev.* – 1959. –Vol. 113. –P. 1046.
8. Zhernov A.P., Inyushkin A.V. Kinetic coefficients in isotopically disordered crystals // *Physics-Uspexhi (Advances in Physical Sciences).* – 2002. - Vol. 172. - P. 573.
9. Ackerman S.S., Bertman B., Fairbank H.A., Guyer R.A. Second sound in solid helium // *Phys. Rev. Lett.* – 1969. – Vol. 16. – P. 789-801.
10. McNelly T.F., Rogers S.J., Chanin D.J., Rollefson R.J., Goubau W.M., Schmidt G.E., Krumhansl I.A., Pohl R.O. Heat pulses in NaF: onset of second sound // *Phys. Rev. Lett.* - 1970. - Vol.24. - P. 100-116.
11. Narayanamurti V., Dynes R.C. Observation of second sound in bismuth // *Phys. Rev. Lett.* - 1972. - Vol.28. - P. 1401.
12. Danilichenko B.A., Poroshin V.N., Sarbej O.G. Second sound observation in sapphire // *JETP Letters.* – 1970. –Vol.30. – P. 215.
13. Akhiezer A.I., Aleksin V.F., Khodusov V.D. Gas dynamic of quasi-particles // *LTP.* – 1994. – Vol.20. – P.1199. – Vol. 21. – P.1995.
14. Gurzhi R.N. Hydrodynamic coefficients in solids at low temperatures // *Soviet Physics-Uspexhi.* – 1968. – Vol.94. – P. 689-718.
15. Khodusov V.D., Naumovets A.S. Second sound waves in diamond // *Diamond & Related Materials* – 2012. – Vol. 21. – P.92-98.
16. Aleksin V.F., Khodusov V.D. Hydrodynamical fluctuation in the quasi-particle gas // *LTP.* –2001. –Vol.27. – No.3. –P.309-315.