

УДК 339.13

В. О. Капустян,
 докт. ф-м. н., професор,
 завідувач кафедри математичного моделювання економічних систем,
 Факультет менеджменту та маркетингу,
 Національний технічний університет України «КПІ»
І. С. Лазаренко,
 студентка групи ВУК-51М,
 Факультет менеджменту та маркетингу,
 Національний технічний університет України «КПІ»

РАЦІОНАЛЬНІ СТРАТЕГІЇ ПЕРЕХОДУ ДО РІВНОВАЖНОГО СТАНУ В МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО ОБМІНУ

Анотація. У статті досліджується та обґрунтовується необхідність управління процесу економічного обміну та вибір ефективної оптимальної моделі переходу до рівноважного стану, відповідно до умов. Розглянуті деякі випадки впливу на зміну рівноважного стану.

Summary. This article studies and substantiates necessity of economical exchange process control and selecting of effective optimal equilibrium state model. Some influence cases to changing of changing are considered.

Ключові слова: рівновага, економічний обмін, модель, керування.

Вступ. Ринковий процес складається з множини актів обміну товарами і послугами. У кожному такому акті бере участь продавець, на стороні якого виступає пропозиція товару, і покупець, що представляється попитом на товари. Попит і пропозиція є тісно пов'язаними і неперервно взаємодіючими категоріями і служать механізмом, що пов'язує виробництво і споживання. На величину попиту, як індивідуального, так і сукупного, впливають цінні і нецінні фактори, які повинні чітко відстежуватися на постійній основі спеціальними відділами.

Результатом взаємодії попиту і пропозиції виступає ринкова ціна, яка також називається рівноважною ціною. Вона характеризує стан ринку, при якому величина попиту рівна пропозиції. Для вимірювання величини зміни попиту і пропозиції використовується поняття еластичності як заходи реагування однієї змінної на зміну іншої.

Треба також відзначити, що попит виступає одним з самих найважливіших чинників при формуванні економічної стратегії підприємства, оскільки лише виробництво "потрібних" товарів, таких, що мають попит у покупців товарів доцільно і вигідно з економічної точки зору.

У економічній теорії важливим є поняття рівноваги, тобто такого стану об'єкту, який він зберігає за відсутності зовнішніх дій. Задачі економічної динаміки включають як опис процесів виходу до стану рівноваги, так і процесів трансформації самого цього стану під впливом зовнішніх сил. В рамках математичного моделювання економічних систем розглядаються взаємозалежності елементів даних систем, що передбачає визначення мінімально достатньої кількості і змісту цих елементів. Основою даного визначення є стан рівноваги економічних систем, яка знаходить відображення в різних моделях такого стану.

1. Модель елементарного економічного обміну

В роботі [1] було проаналізовано "спонтанний ринковий порядок", що виникає в результаті елементарного ринкового обміну між постачальником і споживачем деякого економічного блага. Нехай на ринку економічного блага A діють два економічні агенти: споживач і виробник цього блага. Позначимо через

A^C, A^S — об'єми попиту і пропозиції з боку цих агентів, відповідно;

p_C, p_S — суб'єктивні ціни обмінюваного блага для споживача і виробника;

p_m^C, p_m^S — ринкові ціни обмінюваного блага для споживача і виробника, відповідно.

Суб'єктивні ціни обмінюваного блага для споживача і виробника можуть бути представлені оберненими функціями попиту і пропозиції:

$$p_C = p_C(A^C, I^C), \quad p_S = p_S(A^S, I^S) \quad (1)$$

де I^C, I^S — бюджет споживача і виробника, відповідно. Для простоти викладу залежність обернених функцій попиту і пропозиції від бюджету споживача і виробника в даній роботі не враховується (оскільки дана залежність не впливає на принципові висновки).

На змістовному рівні сенс цих залежностей полягає в тому, що суб'єктивні ціни обмінюваного блага для споживача і виробника виявляються пов'язаними з об'ємами споживання і виробництва цих благ. В сучасній неокласичній теорії існують два методи отримання обернених функцій попиту і пропозиції: перший — заснований на теорії поведінки споживача і виробника з використанням апарату функцій корисності і виробничих функцій. Другий — направлений на "пряме" моделювання функцій попиту і пропозиції.

Суб'єктивні ціни обмінюваних благ можуть трактуватися як надання переваги, тобто виміряні в деякій інтервальній ціновій шкалі суб'єктивні установки економічних агентів щодо цінності обмінюваних благ.

Функція моделювання M полягає в тому, що споживач і постачальник "моделюють" ринкову ціну економічного блага. Це означає, що процес економічного обміну в даній системі опосередкований деякою "загальною цінністю" — ринковою ціною обмінюваного блага, що формується в результаті спільної угоди (контракту, договірному процесу) економічних агентів. У загальному випадку $p_m^C \neq p_m^S$, тобто ринкова ціна блага для споживача і постачальника різна. Але спочатку досліджуємо випадок ринку з повною інформацією і нульовими трансакційними витратами, для якого

$$p_m^C = p_m^S = p_m, \text{ де } p_m \text{ — єдина ринкова ціна блага є загальною цінністю для учасників ринкового обміну.}$$

Функція управління R для підсистем C (споживач) і S (виробник) полягає в регулюванні об'єму попиту A^C і пропозиції A^S з метою зменшення відмінностей між суб'єктивною цінністю блага і його ринковою ціною, тобто

$$\dot{A}^C = k^C(p_C(A^C) - p_m), \quad k^C > 0 \tag{2}$$

$$\dot{A}^S = k^S(p_S(A^S) - p_m), \quad k^S < 0 \tag{3}$$

$$\dot{A} = \frac{dA}{dt}, \text{ де } t \text{ — час в даній системі.}$$

Інтерпретація цих рівнянь така: якщо суб'єктивна ціна блага для споживача вище поточної ринкової ціни цього блага, то об'єм споживання блага збільшується; і навпаки, якщо суб'єктивна ціна блага для постачальника вища за ринкову ціну цього блага, що склалася на даний момент, то об'єм постачань зменшуватиметься. Наприклад, якщо споживач суб'єктивно цінує яке-небудь благо, а стоїть воно на ринку доволі дешево, то споживач прагнуче збільшити об'єм покупок блага на цьому ринку. Навпаки, якщо витрати по виробництву деякого продукту у виробника значно нижче за ціну за цей продукт, запропоновану на ринку, то даний виробник прагнуче збільшити постачання своєї продукції на цей ринок. [1, 73]

Функція адаптації в цій системі полягає в корекції ринкової ціни блага залежно від поточної ситуації ринкового обміну. Якщо об'єм попиту перевищує об'єм пропозиції, то ринкова ціна блага підвищуватиметься, і навпаки:

$$\dot{p}_m = \alpha(A^C - A^S), \quad \alpha > 0. \tag{4}$$

Таким чином, елементарний економічний обмін може бути описаний наступною системою рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{A}^C &= k^C(p_C(A^C) - p_m), \quad k^C > 0 \\ \dot{A}^S &= k^S(p_S(A^S) - p_m), \quad k^S < 0 \\ \dot{p}_m &= \alpha(A^C - A^S), \quad \alpha > 0. \end{aligned} \tag{6}$$

В роботі [1] припускається для спрощення, що ця система має єдину стаціонарну точку $A^S = A^C = A_*, p_C(A_*) = p_S(A_*) = p_m^*$. Це припущення справедливе для звичайних функцій попиту і пропозиції блага A (що спадають і зростають, відповідно). [1, 75]

Для дослідження стійкості цієї рівноваги розглядається окіл стаціонарної точки (A_*, A_*, p_m^*) .

Умови стійкості положення рівноваги можуть бути записані таким чином:

$$\begin{aligned} k^C \frac{dp_C}{dA^C} + k^S \frac{dp_S}{dA^S} &< 0, \\ \frac{dp_C}{dA^C} - \frac{dp_S}{dA^S} &< 0, \\ k^C k^S \frac{dp_C}{dA^C} \frac{dp_S}{dA^S} \left(k^C \frac{dp_C}{dA^C} + k^S \frac{dp_S}{dA^S} \right) &< \alpha (k^S)^2 \frac{dp_S}{dA^S} - \alpha (k^C)^2 k^C \frac{dp_C}{dA^C} \end{aligned}$$

Ці умови будуть виконані, якщо

$$\frac{dp_C}{dA^C} < 0, \quad \frac{dp_S}{dA^S} > 0$$

тобто у випадку "нормального" блага. При цьому точка рівноваги A_*, A_*, p_m^* системи (5) є стійким фокусом. [1, 76]

На основі вищевказаних критеріїв представимо функції попиту та пропозиції у вигляді:

$$\begin{aligned} p^C &= c_0 - c_1 A_C^\lambda, \quad c_0, c_1, \lambda > 0, \\ p^S &= s_0 + s_1 A_C^\beta, \quad s_0, s_1, \beta > 0, \end{aligned}$$

(Даного виду функції часто застосовуються у задачах на представлену тематику, зокрема, функції лінійного вигляду) Перепишемо (5) у вигляді різницевих рівнянь:

$$\frac{A_{i+1}^C - A_i^C}{\tau} = k^C (c_0 - c_1 (A_i^C)^\lambda - p_i^m),$$

$$\frac{A_{i+1}^S - A_i^S}{\tau} = k^S (s_0 + s_1 (A_i^S)^\beta) - p_i^m \tag{6}$$

$$\frac{p_{i+1}^m - p_i^m}{\tau} = \alpha (A_i^C - A_i^S),$$

Розглянемо два випадки, коли $\alpha = const$ і коли вона змінюється в залежності від зміни суб'єктивних цін агентів

$$\alpha = \left(\frac{1}{p'(A_i^S)} - \frac{1}{p'(A_i^C)} \right)^{-1}, \tag{7}$$

В реальності чіткої прямої залежності встановити практично неможливо, оскільки значна кількість факторів впливає на процес зміни величин попиту, пропозиції та рівноважної ціни у різні моменти часу.

Побудуємо модель переходу до рівноважного стану із заданими початковими умовами, де величини попиту, пропозиції та рівноважної ціни є невідомими, проте на величину рівноважної ціни накладаються додаткові умови.

Скористаємося вже побудованими різницевиими рівняннями (6)

де $A^C = (A_0^C, A_2^C, \dots, A_{n-1}^C), A^S = (A_0^S, A_2^S, \dots, A_{n-1}^S) \quad p^m = (p_0^m, p_1^m, \dots, p_{n-1}^m)$

$$A_0^C = A^C(0)$$

$$A_0^S = A^S(0)$$

$$p_0^m = p^m(0)$$

$$\gamma_1 \leq p_i^m \leq \gamma_2$$

$$c_0, c_1, \lambda > 0$$

$$s_0, s_1, \beta > 0$$

$$k^C > 0, k^S < 0$$

Побудуємо функції

$$I_j = \sum_{j=1}^n \sqrt{(A_j^C - A^*)^2 + (A_j^S - A^*)^2 + (p_j^m - p^*)^2} \rightarrow \min$$

Необхідно знайти мінімум даних функціоналів, тобто розв'язати задачу нелінійного програмування при заданих умовах:

$$A_0^C = A^C(0)$$

$$A_0^S = A^S(0)$$

$$p_0^m = p^m(0)$$

$$\gamma_1 \leq p_i^m \leq \gamma_2$$

Змінюючи значення n , тобто наш час переходу до рівноважного стану знайдемо різні значення $I_j, j = n_1, \dots, n_k$

І знайшовши мінімальні значення I_j – знайдемо мінімальний час переходу до рівноважного стану.

$$c_0 = 220, c_1 = 540, \lambda = 0,1$$

$$s_0 = 600, s_1 = 5 \cdot 10^{-8}, \beta = 2$$

$$k^C = 10, k^S = -10, \tau = 1$$

$$A_0^C = 19486,89, A_0^S = 54772,24, p_0^m = 750$$

$$500 \leq p_i^m \leq 800$$

$n = 47$ (періодів) Використовуючі Matlab7 маємо наступні результати:

- Випадок, коли $\alpha(t)$ визначається з (7), див. Рис.1
 Рівноважна ціна = 661.8286
 Рівноважний об'єм = 3.5165e+004
 Мінімальне відхилення від рівноважної ціни = 873.7307
 Мінімальний період часу переходу до рівноважного стану = 44
- Випадок $\alpha = 0.005 (const)$, див. Рис.2

Рівноважна ціна = 661.8286
 Рівноважний об'єм = 3.5165e+004
 Мінімальне відхилення від рівноважної ціни = 825.3501
 Мінімальний період часу переходу до рівноважного стану = 40

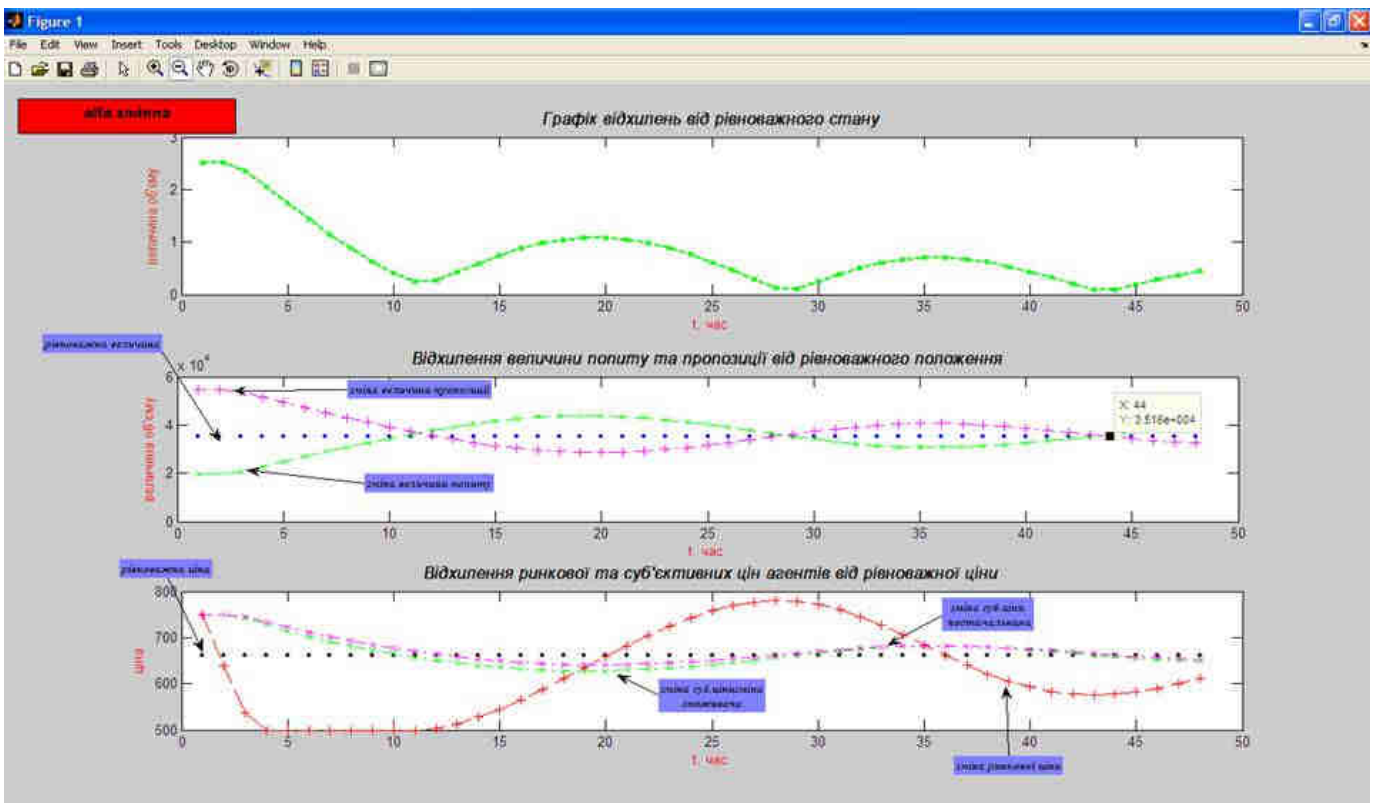


Рис.1. Динаміка відхилення від рівноважного стану (випадок $b(t)$)

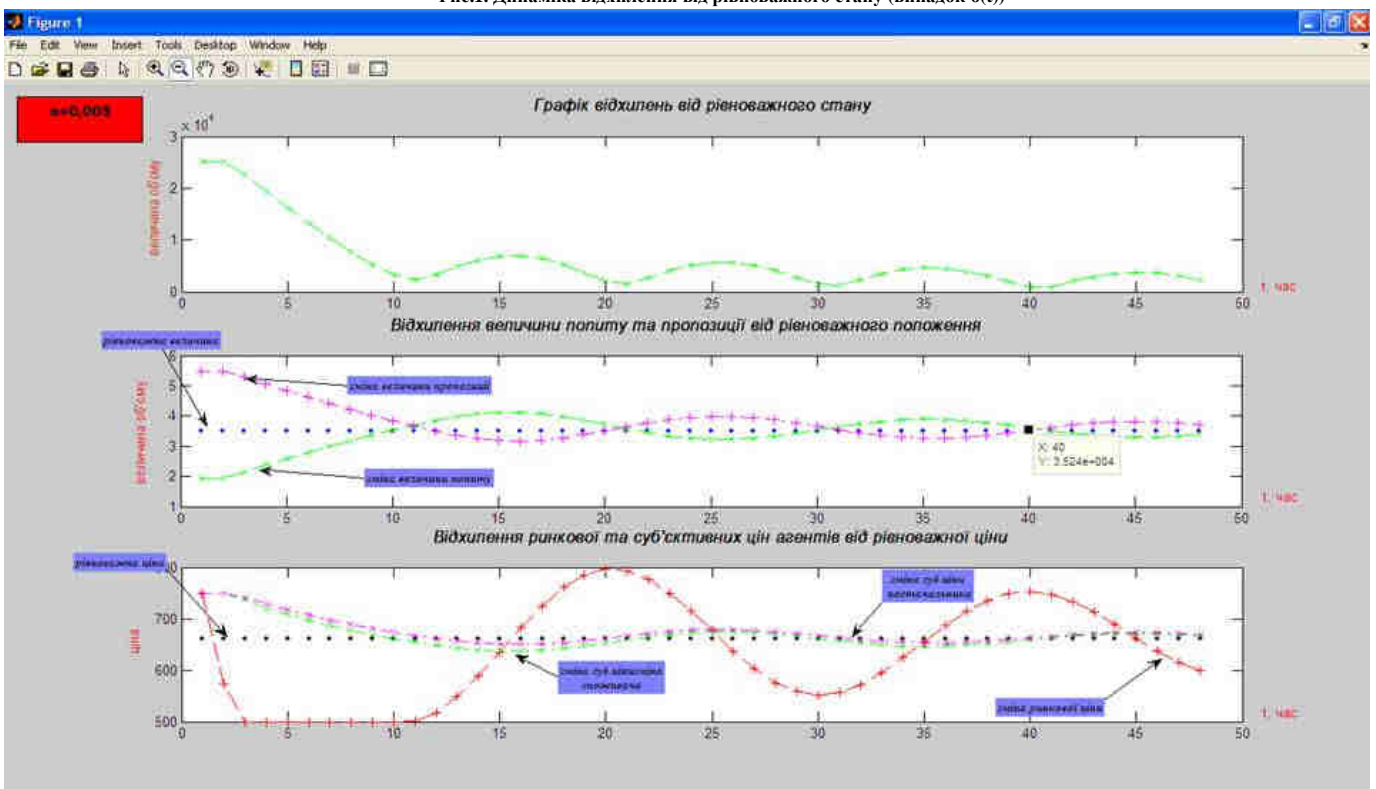


Рис.2. Динаміка відхилення від рівноважного стану (випадок $b = const$)

2. Модель економічного обміну з урахуванням трансакційних витрат

Вище було розглянуто модель елементарного економічного обміну, де на ринкову ціну та величину попиту та пропозиції не впливають ніякі зовнішні фактори. У реальності часто виникають ситуації серйозних порушень рівноваги обміну. Ці ситуації викликані тим, що між двома основними суб'єктами економічного обміну – постачальником і споживачем блага існує деяка проміжна ланка "посередник", яка може істотно спотворювати цінові сигнали, циркулюючі в системі обміну.

Продемонструємо цей факт на прикладі простої системи "постачальник-споживач"с трансакційними витратами мультиплікативного типу, що виникають унаслідок маржі, що стягується посередником за виконану роботу.

Ця система описується наступною моделлю, в якій змінна $I > 1$ відображає ефект впливу трансакційних витрат на ринкову ціну блага для поточачальника:

$$\begin{aligned} \dot{A}^C &= k^C(p_C(A^C) - Ip_m), \quad k^C > 0, I > 1, \\ \dot{A}^S &= k^S(p_S(A^S) - p_m), \quad k^S < 0 \\ \dot{p}_m &= \alpha(A^C - A^S), \quad \alpha > 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Точка рівноваги в системі (8) визначається з умов:

$$A_*^S = A_*^C = A_*, \quad p_C(A_*) = Ip_S(A_*).$$

Аналіз цих умов рівноваги дозволяє зробити висновок про те, що трансакційні витрати мультиплікативного типу призводять до зниження об'ємів угод між економічними агентами і загального зростання цін. Рівновага обміну зміщується від абсолютно конкурентного до рівноваги трансакційної пастки. В [1, 77] показано, що така рівновага є стійкою.

Використовуючи (8) та вихідні дані маємо

<i>И (ефект впливу трансакційних витрат)</i>	<i>Рівноважна ціна</i>	<i>Рівноважний об'єм</i>	<i>Мінімальне відхилення від положення рівноважного об'єму</i>	<i>Момент часу, t</i>
1,00	661.83	3.5165e+004	825.3501	40
1,01	665.5183	3.4330e+004	1.0799e+003	40
1,05	680.7103	3.1079e+004	1.8877e+003	41
1,10	700.7403	2.7216e+004	3.0068e+003	42
1,15	722.0068	2.3593e+004	3.7633e+003	48
1,20	744.5572	2.0231e+004	4.1965e+003	48
1,25	768.3872	1.7152e+004	4.4388e+003	48
1,30	793.4349	1.4377e+004	4.4585e+003	48

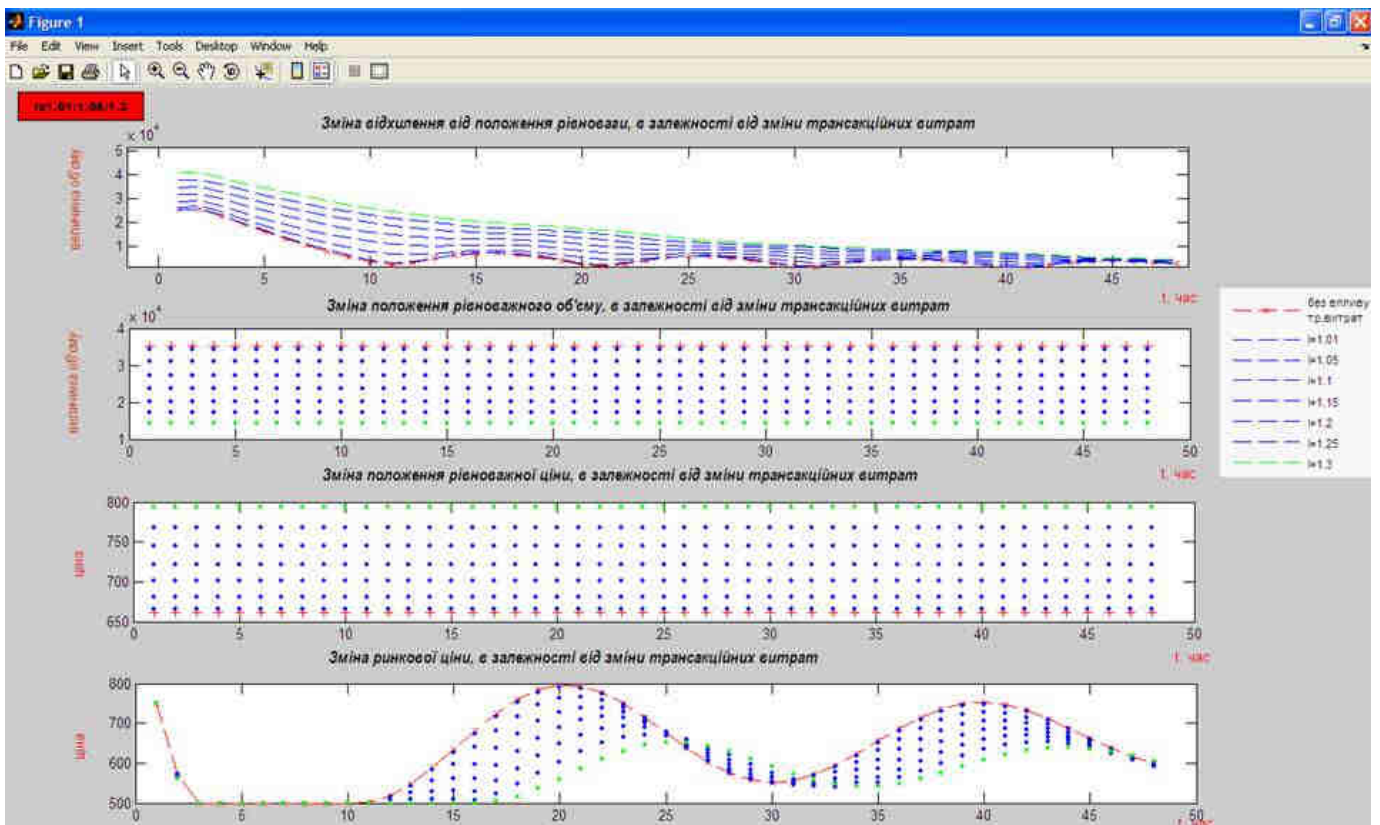


Рис. 3. Вплив трансакційних витрат на положення рівноваги

3. Модель економічного обміну з урахуванням морального ризику

Інший відомий випадок "market failure" або моральний ризик також можна інтерпретувати в рамках структуралістського аналізу. Дана ситуація виникає в системі "Principal-agent", коли економічний агент (виробник деякого ресурсу) схильний завищувати об'єми постачань ресурсу, використовуючи неповноту інформації в системі обміну. Ця ситуація описується наступною моделлю:

$$\dot{A}^C = k^C(p_C(A^C) - p_m), \quad k^C > 0,$$

$$\begin{aligned} \dot{A}^S &= k^S(p_S(A^S) - p_m), \quad k^S < 0 \\ \dot{p}_m &= \alpha(A^C - HA^S), \quad \alpha > 0, H > 1 \end{aligned} \quad (9)$$

Точка рівноваги в системі (9) визначається з умов:

$$p_C(HA^C) = p_S(A^C).$$

Тут A^S – фактичний об'єм постачань ресурсу агентом, $HA^S > A^S$ це об'єм постачань ресурсу, що демонструється, H – деякий неспостережений параметр.

Звідси видно, що в ситуації морального ризику об'єми операцій між економічними агентами також знижуються, а рівень цін операцій падає. Нова рівновага також є стійкою.

Отже, ефект морального ризику веде до утворення "пастки".

Використовуючи (9) та вихідні дані маємо

Таблиця 2.

<i>I (ефект впливу морального ризику)</i>	<i>Рівноважна ціна</i>	<i>Рівноважний об'єм</i>	<i>Мінімальне відхилення від положення рівноважного об'єму</i>	<i>Момент часу, t</i>
1,00	661.83	3.5165e+004	825.3501	40
1,01	655.21	3.3230e+004	3.3673e+003	41
1,05	633.55	2.5903e+004	1.3580e+004	48
1,10	616.44	1.8133e+004	2.4439e+004	48
1,15	607.56	1.2295e+004	3.2628e+004	47
1,20	603.40	8.2454e+003	3.8297e+004	46
1,25	601.54	5.5461e+003	4.2074e+004	46
1,30	600.71	3.7662e+003	4.4569e+004	46

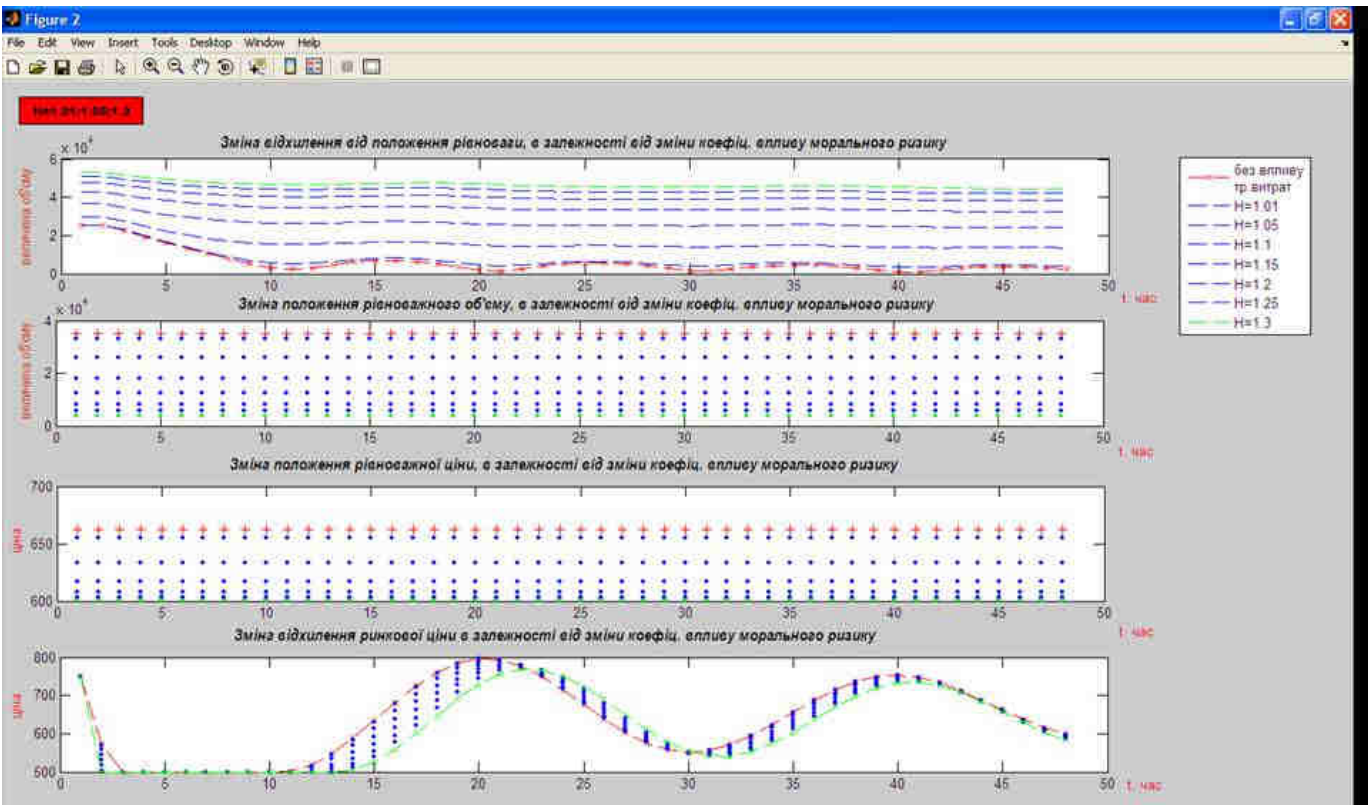


Рис.4. Вплив морального ризику витрат на положення рівноваги

Список використаних джерел

1. Бродський Б.Е. Модели экономического обмена//Экономика и математические методы. – 2008. – том44. – №4. – С. 72-89
2. Вітлінський В.В. Моделивання економіки. Навчальний
3. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления – М.: Наука. – 1978. – 488 с.
4. Шимко П.Д. Оптимальное управление экономическими системами: Учеб. Пособие. – СПб.: «Бизнес-пресса». – 2004.– 240 с.

Стаття надійшла до редакції 17.06.2011 р.



ТОВ "ДКС Центр"