# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 681.518.3

# ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ІМІТАЦІЙНОГО ТА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СУПЕРПОЗИЦІЇ ПУАССОНІВСЬКОГО ТА РЕГУЛЯРНОГО ПОТОКІВ ТРАНЗАКЦІЙ ©

***О.І. ПІДГУРСЬКИЙ,***
***кандидат технічних наук, доцент,***
***доцент кафедри моделювання та інформаційних технологій в економіці,***
***Вінницький національний аграрний університет***
***( м. Вінниця)***

*У роботі розроблені та випробувані дві імітаційні моделі неоднорідного гібридного потоку транзакцій, що є результатом суперпозиції пуассонівського та регулярного потоків. Одна з моделей відтворює процеси незалежної генерації двох потоків транзакцій (пуассонівського та регулярного) з наступною їх суперпозицією. Інша імітаційна модель використовує математичну модель суперпозиції пуассонівського та регулярного потоків транзакцій для створення на її основі генератора псевдовипадкових чисел, що визначає проміжки часу між транзакціями гібридного потоку. Проведено порівняльний аналіз результатів експериментів з імітаційними та математичною моделями гібридних потоків.*

**Ключові слова**: потоки транзакцій, суперпозиція потоків, математичні моделі, імітаційні моделі, адекватність моделі, закони розподілу ймовірностей.

**Табл. 7. Рис. 6. Літ. 6.**

**Постановка проблеми.** Суттєвою складовою процесів дослідження логістичних систем є моделювання (симуляція) потоків транзакцій, що описують стохастичні інформаційні, матеріальні, фінансові та людські потоки. Такі потоки мають складний гібридний характер, тому що в багатьох випадках є результатом суперпозиції неоднорідних за своєю природою потоків.

Моделювання гібридних потоків надає можливість знаходити оптимальні рішення при побудові логістичної інфраструктури, що підвищує ефективність функціонування систем у цілому. Сучасні інструменти дослідження складних систем дозволять створювати для цього математичні та імітаційні моделі.

Математичне моделювання є потужним інструментом дослідження суперпозиції потоків у логістичних системах, який дозволяє відносно швидко, недорого і, в окремих випадках, досить точно отримати бажаний результат. Але побудова математичної моделі гібридних потоків у логістичній системі досить часто передбачає цілий комплекс обмежень та припущень щодо їх природи, серед яких можуть бути і такі, що досить суттєво впливають на адекватність результатів такого моделювання. Тому, незважаючи на усі переваги інструменту математичного моделювання, його слід застосовувати у поєднанні з імітаційним моделюванням потоків, що не вимагає суттєвих обмежень та припущень щодо досліджуваних стохастичних процесів.

Імітаційне моделювання потоків транзакцій доцільно використовувати також і з метою перевірки адекватності математичних моделей таких потоків. Це стає особливо важливим, коли для симуляції потоків транзакцій використовуються програмні генератори псевдовипадкових чисел, які побудовані на основі математичних моделей таких потоків. У цьому випадку для ґрунтовного аналізу досліджуваних стохастичних процесів потрібно створювати не одну імітаційну модель, а дві. Одна з них має відтворювати природній процес формування окремих потоків транзакцій з наступною їх суперпозицією. Інша ж має, на основі математичної моделі гібридного потоку транзакцій, відразу симулювати даний потік. Такий підхід забезпечує можливість порівняльного аналізу результатів математичного та імітаційного моделювання, дозволяє провести перевірку адекватності моделей і зробити висновок про їх спроможність відображати досліджувані процеси. Тому проблема всебічного дослідження гібридних потоків транзакцій у логістичних системах є досить актуальною.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Імітаційне моделювання потоків випадкових подій активно використовується науковцями при дослідженні складних систем, в тому числі і логістичних. Результати проведених досліджень викладені в роботах таких авторів, як Бурєннікова Н.В.[7], Приставка О.П. [1], Сакунова І.С. [2], Поночовний Ю.Л. [3], Івасюк А.О., Харченко В.В. [4].

У роботі [1] досліджується модель системи інформаційного забезпечення з регулярним потоком вимог з абсолютним пріоритетом та пуассонівським потоком вимог без пріоритету, що шляхом суперпозиції утворюють сумарний гібридний потік. При цьому автори справедливо констатують, що гібридний потік не є марковським. Цей факт викликає ускладнення у процесах дослідження системи у цілому. Тому для спрощення задачі було застосовано метод вкладених ланцюгів Маркова, використання якого призвело до накладання обмежень на умови створення моделі. Так автори обмежились розглядом гібридного потоку у межах спеціально обраних дискретних моментів часу, в яких стан потоку утворює однорідний ланцюг Маркова. Такі моменти визначаються проміжками часу між надходженнями вимог регулярного потоку. При цьому автори погоджуються з тим, що такий перехід від реального процесу до імітованого призводить до деякої неточності результатів.

У роботі [2] автор при дослідженні матеріальних та інформаційних потоків логістичних систем також застосовує апарат теорії процесів Маркова. При цьому, описуючи модель у вигляді багатовимірного стохастичного процесу, автор формалізує її деяким багатовимірним ланцюгом Маркова. Далі, завдяки досить широким припущенням, багатовимірний ланцюг Маркова перетворюється на ланцюг, який має властивість так званої умовної незалежності компонент. Таке перетворення і використовується автором для обґрунтування принципової можливості побудови моделі логістичної системи.

У роботі [3] представлено імітаційну модель потоків зловмисних впливів на деяку інформаційну систему. На основі статистичних даних автори вирішують задачу визначення закону і параметрів розподілу проміжків часу між подіями таких потоків.

Для цього було застосовано математичний апарат аналізу Вейбулла, який дозволив авторам визначити необхідний закон розподілу у вигляді "Gumbel–" (або низького розподілу Гумбеля). Далі, використовуючи стандартний генератор псевдовипадкових чисел та застосовуючи метод зворотних функцій, дослідники створили необхідний генератор для симуляції потоків зловмисних впливів на інформаційну систему.

У роботі [4] за допомогою імітаційного моделювання автори визначають оптимальну кількість інформаційних потоків між об'єктами структури аграрного формування. При генерації потоків в імітаційній моделі дослідники, посилаючись на центральну граничну теорему теорії ймовірностей, використовували багатовимірний нормальний закон розподілу.

Проте огляд останніх публікацій стосовно симуляції потоків випадкових подій дозволяє стверджувати, що питання імітаційного та математичного моделювання процесів суперпозиції пуассонівського потоку та потоку з довільним законом розподілу ймовірностей вивчені не досить докладно. Крім того, новостворені моделі (як імітаційні, так і математичні) потребують всебічного вивчення та аналізу з метою визначення ступеня їх адекватності, а, значить, і придатності для опису процесів функціонування реальних систем. Зокрема викликає інтерес порівняльний аналіз результатів імітаційного та математичного моделювання суперпозиції пуассонівського та регулярного потоку транзакцій. Подібність результатів такого аналізу дозволить сформулювати оціночні судження про придатність імітаційних та математичних моделей адекватно відображати досліджувані процеси.

**Формулювання цілей статті.** Проведення порівняльного аналізу результатів імітаційного та математичного моделювання суперпозиції пуассонівського та регулярного потоків транзакцій в логістичних системах.

**Виклад основного матеріалу дослідження**. Гібридний потік транзакцій в логістичній системі формується в результаті суперпозиції двох потоків: пуассонівського (з параметром $\lambda$) та регулярного (з параметром $b$). Необхідно створити дві імітаційні моделі гібридного потоку та експериментально їх випробувати. Одна з моделей має відтворювати процеси незалежної генерації двох потоків транзакцій з наступною їх суперпозицією (в подальшому Модель 1). Інша імітаційна модель має використовувати розроблену раніше математичну модель суперпозиції пуассонівського та регулярного потоків транзакцій [5] для створення на її основі генератора псевдовипадкових чисел, що має визначати проміжки часу між транзакціями гібридного потоку (в подальшому Модель 2). Після експериментів з обома імітаційними та математичною моделями досліджуваних гібридних потоків необхідно провести порівняльний аналіз отриманих результатів з метою перевірки адекватності моделей.

Для створення імітаційних моделей потоків транзакцій використаємо відкритий 32-розрядний компілятор FreeBasic, що вільно поширюється серед розробників програмного забезпечення.

У процесі симуляції потоків при кожній реалізації моделей генерувались 50000 транзакцій. Для експериментів з даними моделями конкретні одиниці виміру часу не мають жодного значення. Тому при генерації потоків транзакцій використовувалась деяка абстрактна часова одиниця.

Модель 1 та Модель 2 по черзі симулювали потоки з трьома парами параметрів: 1) $\lambda$=1, $b$=1; 2) $\lambda$=0,5, $b$=1; 3) $\lambda$=2, $b$=1.

Величина $\lambda$ є інтенсивністю пуассонівського потоку транзакцій, а величина $b$ задає проміжки часу між транзакціями регулярного потоку. Значення $b$=1 було прийнято для зручності подальших розрахунків за виразами математичної моделі. Також це значення зручне для співвідношення інтенсивностей регулярного та пуассонівського потоків, оскільки при $b$=1 інтенсивність регулярного потоку транзакцій теж дорівнює 1.

Задані пари параметрів дають можливість дослідити поведінку моделей при різних співвідношеннях інтенсивностей регулярного та пуассонівського потоків, а саме: при рівних інтенсивностях потоків (пара 1) та при вдвічі переважаючих інтенсивностях регулярного (пара 2) або пуассонівського (пара 3) потоків.

Обидві імітаційні моделі призначені для генерації проміжків часу між транзакціями, а також для визначення статистичних характеристик цієї випадкової величини. До таких характеристик належать оцінки математичного сподівання, дисперсії, а також коефіцієнтів варіації, асиметрії та ексцесу [6]. Крім того, для побудови гістограм у моделях визначається розподіл кількості транзакцій за частковими інтервалами. Оскільки регулярна складова гібридного потоку обмежує максимальну тривалість проміжків часу між транзакціями значенням b, то на часткові інтервали поділяється саме це значення.

З метою мінімізації випадкових впливів із кожною моделлю і для усіх зазначених пар параметрів були проведені по 3 експерименти, результати яких потім були усереднені.

Фрагменти програмних кодів алгоритмів функціонування імітаційної Моделі 1 та Моделі 2 показані на рис. 1 та рис. 2 відповідно. Фрагмент коду збору, накопичення та обробки статистичних даних зображений на рис. 3.

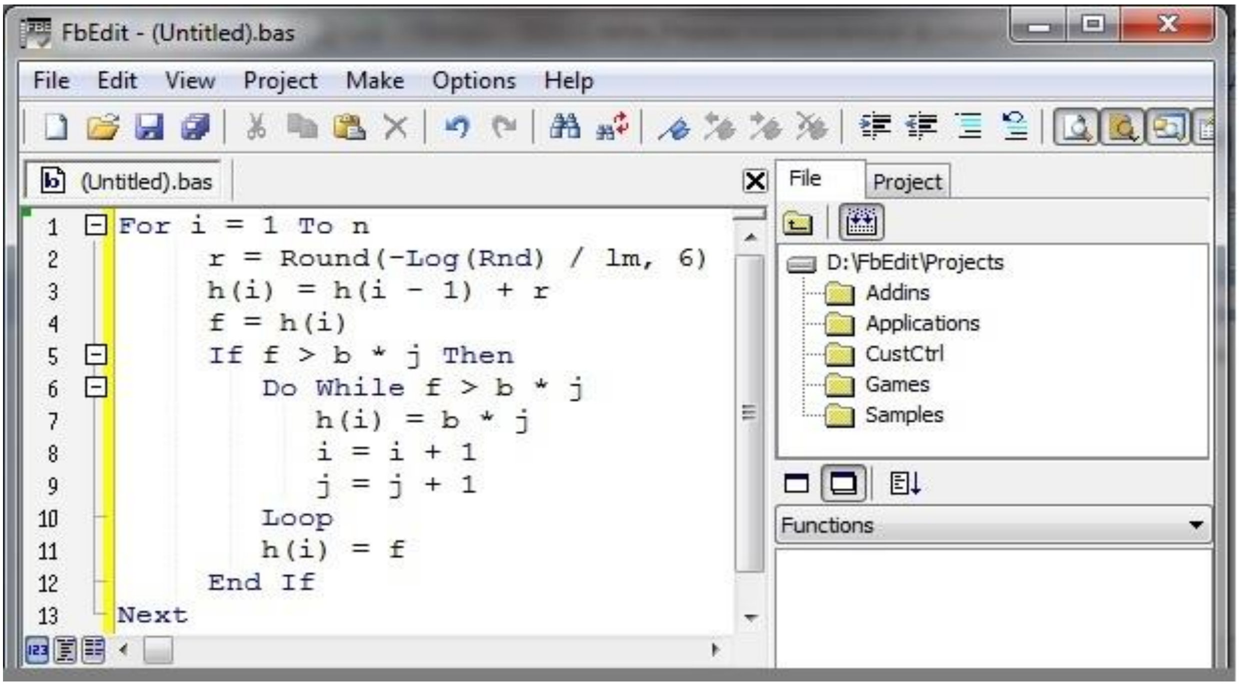


*Рис. 1*. **Фрагмент програмного коду алгоритму функціонування Моделі 1**

*Джерело: власна розробка автора*

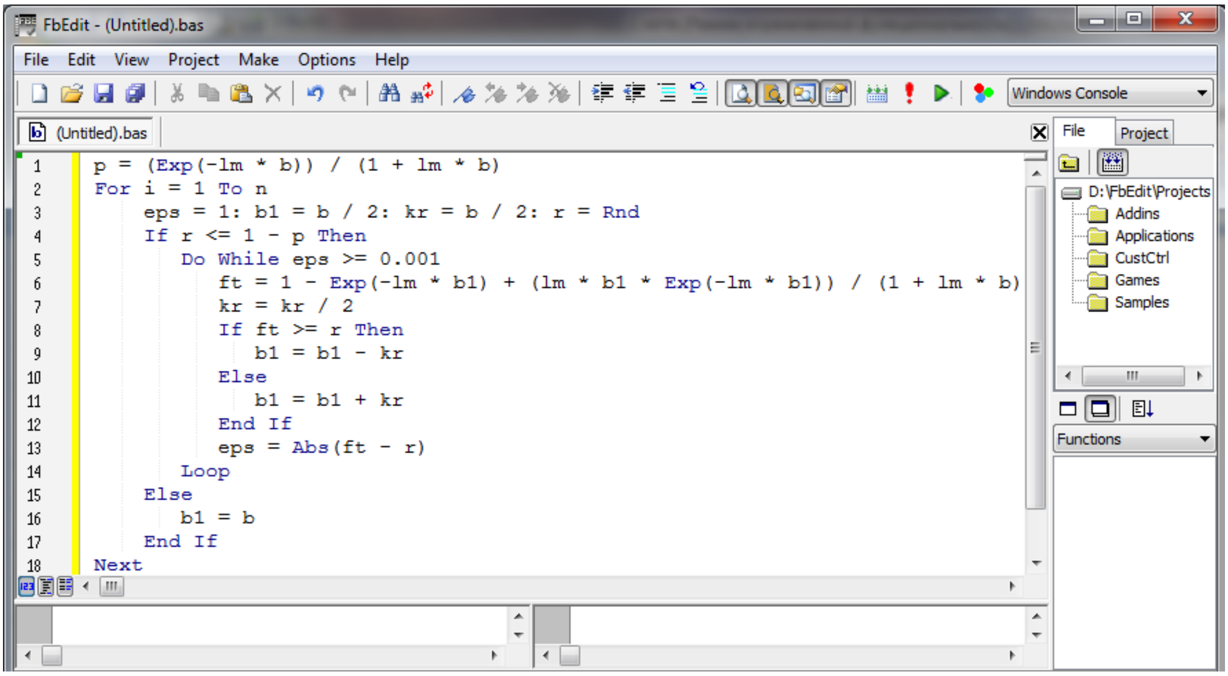


*Рис. 2.* **Фрагмент програмного коду алгоритму функціонування Моделі 2**
*Джерело: власна розробка автора*

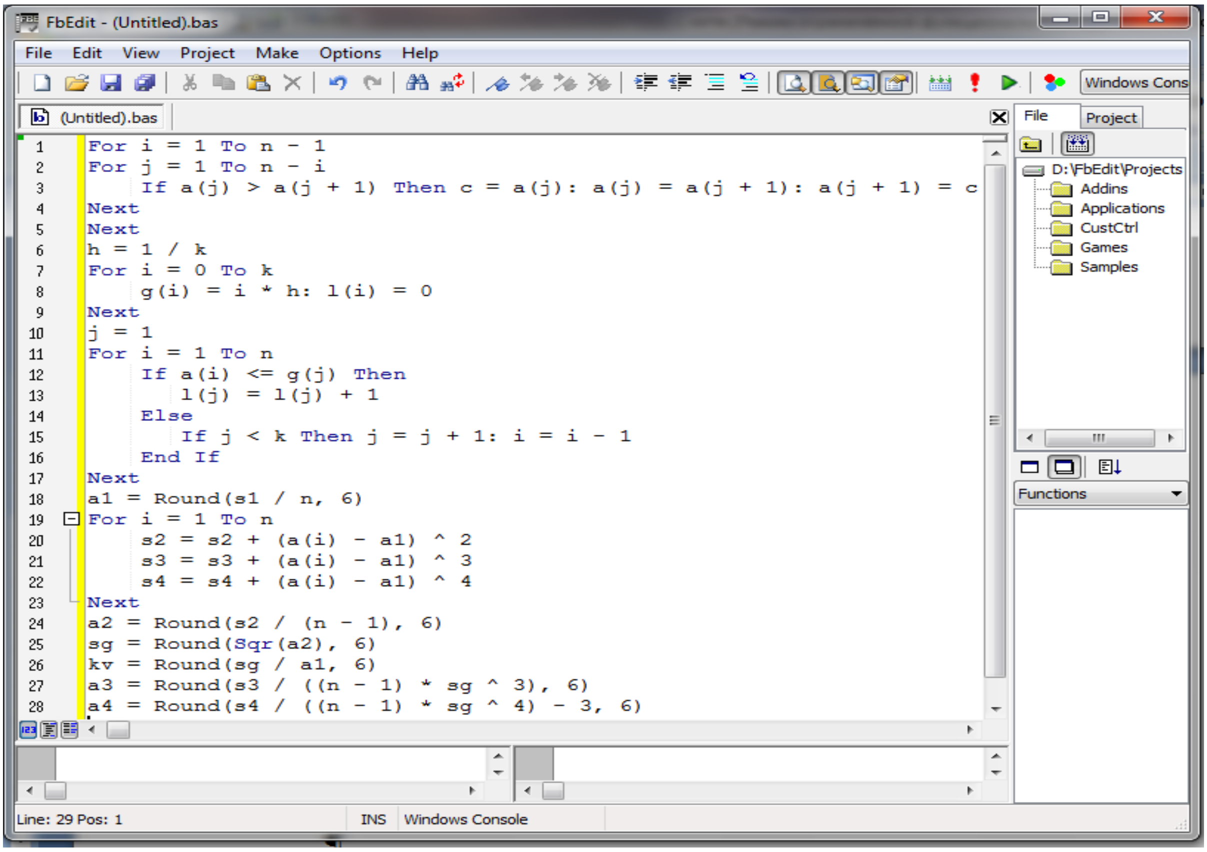


*Рис. 3.* **Фрагмент коду збору, накопичення та обробки статистичних даних**
*Джерело: власна розробка автора*

Розглянемо результати експериментів з імітаційними Моделлю 1 та Моделлю 2. Після 3-х реалізацій моделі при першій парі параметрів $\lambda$=1, $b$=1 усереднені результати експериментів з моделями мають такий вигляд.

*Таблиця 1*

**Розподіл транзакцій по часткових інтервалах**

| Номер часткового інтервалу | Нижня межа інтервалу | Верхня межа інтервалу | Абсолютна кількість транзакцій в інтервалі | | Відносна кількість транзакцій в інтервалі | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Модель 1 | Модель 2 | Модель 1 | Модель 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0,0 | 0,1 | 7012 | 7025 | 0,14024 | 0,14082 |
| 2 | 0,1 | 0,2 | 6187 | 6230 | 0,12374 | 0,12536 |
| 3 | 0,2 | 0,3 | 5319 | 5429 | 0,10638 | 0,10750 |
| 4 | 0,3 | 0,4 | 4624 | 4689 | 0,09248 | 0,09378 |
| 5 | 0,4 | 0,5 | 4051 | 3973 | 0,08102 | 0,07946 |
| 6 | 0,5 | 0,6 | 3516 | 3506 | 0,07032 | 0,07012 |
| 7 | 0,6 | 0,7 | 3039 | 3082 | 0,06078 | 0,06164 |
| 8 | 0,7 | 0,8 | 2673 | 2662 | 0,05346 | 0,05324 |
| 9 | 0,8 | 0,9 | 2279 | 2283 | 0,04558 | 0,04566 |
| 10 | 0,9 | 1,0 | 11300 | 11121 | 0,22600 | 0,22242 |

*Джерело: власна розробка автора*

У таблиці 1 знаходяться дані для побудови гістограми розподілу транзакцій по часткових інтервалах. Слід зауважити, що величини відносної кількості транзакцій в інтервалі (колонки 6 та 7) отримані шляхом операції ділення значень із колонок 4 та 5 на загальну кількість згенерованих транзакцій (50000). Ці величини характеризують оцінки ймовірності того, що проміжки часу між транзакціями гібридного потоку будуть належати до $i$-го часткового інтервалу. Позначимо ці величини відповідно $P_{1i}^{*}$ та $P_{2i}^{*}$ і зазначимо, що дані оцінки мають апостеріорний характер.

Для порівняння результатів імітаційного та математичного моделювання проведемо тепер розрахунки апріорної ймовірності за допомогою функції розподілу *F(t)*, яка є основою математичної моделі суперпозиції пуассонівського та регулярного потоків транзакцій [5].

$$F(t)=\begin{cases}0, t<0,\\ 1-e^{-\lambda t}+\dfrac{\lambda te^{-\lambda t}+H(t-b)e^{-\lambda b}}{1+\lambda b}, 0\le t\le b,\\ 1, t>b\end{cases}$$

Ймовірність того, що проміжок часу між транзакціями гібридного потоку буде належати до $i$-го часткового інтервалу дорівнює приросту функції розподілу на цьому інтервалі [6]. Позначимо дану ймовірність $P_i$ і результати її розрахунків розмістимо в порівняльній таблиці 2.

Розміщені в таблиці 2 апріорні та апостеріорні значення є досить близькими. Якщо взяти за основу порівняння значення ймовірності $P_i$, то максимальне відхилення результатів імітаційного моделювання від результатів математичного моделювання не перевищує 2,5%. Якщо ж порівняти між собою результати симуляції, отримані за допомогою Моделі 1 та Моделі 2, то максимальне відхилення буде в межах 2,0%.

*Таблиця 2*

**Порівняння апріорних та апостеріорних ймовірностей розподілу транзакцій за частковими інтервалами (λ=1, b=1)**

| Номер часткового інтервалу | Нижня межа інтервалу | Верхня межа інтервалу | Оцінка ймовірності $P^*_{1i}$ | Оцінка ймовірності $P^*_{2i}$ | Ймовірність $P_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,0 | 0,1 | 0,14024 | 0,14082 | 0,14040 |
| 2 | 0,1 | 0,2 | 0,12374 | 0,12536 | 0,12274 |
| 3 | 0,2 | 0,3 | 0,10638 | 0,10750 | 0,10716 |
| 4 | 0,3 | 0,4 | 0,09248 | 0,09378 | 0,09344 |
| 5 | 0,4 | 0,5 | 0,08102 | 0,07946 | 0,08136 |
| 6 | 0,5 | 0,6 | 0,07032 | 0,07012 | 0,07073 |
| 7 | 0,6 | 0,7 | 0,06078 | 0,06164 | 0,06139 |
| 8 | 0,7 | 0,8 | 0,05346 | 0,05324 | 0,05318 |
| 9 | 0,8 | 0,9 | 0,04558 | 0,04566 | 0,04598 |
| 10 | 0,9 | 1,0 | 0,22600 | 0,22242 | 0,22361 |

*Джерело: власна розробка автора*

На рисунку 4 значення таблиці 2 подані сумісно у вигляді 3-х гістограм.

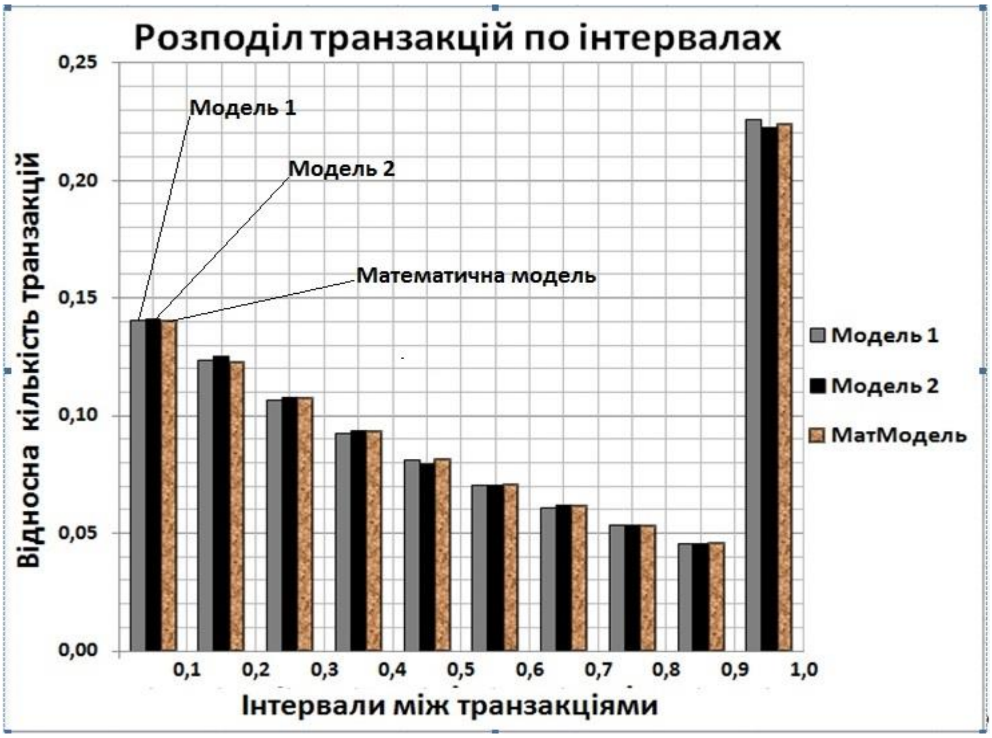


*Рис. 4.* **Гістограми розподілу транзакцій за інтервалами ($\lambda$=1, $b$=1)**

*Джерело: власна розробка автора*

Розглянемо тепер числові характеристики проміжків часу між транзакціями гібридного потоку. Обидві імітаційні моделі розраховують апостеріорні оцінки середнього значення, дисперсії, середньоквадратичного відхилення та коефіцієнтів варіації, асиметрії, ексцесу.

Математична модель за допомогою функції розподілу дає можливість розрахувати апріорні значення цих характеристик. Для розрахунку математичного сподівання та дисперсії скористаємось виразами з роботи [5], підставивши в них значення $\lambda$=1, $b$=1:

$$\overline{\alpha_t} = \frac{b}{1+\lambda b} = 0{,}5$$

$$D_t = \frac{(\lambda b)^2 + 2\lambda b e^{-\lambda b} - 2(1-e^{-\lambda b})}{[\lambda(1+\lambda b)]^2} \approx 0{,}117879.$$

Середньоквадратичне відхилення та коефіцієнт варіації отримаємо з відомих виразів [6]:

$$\sigma_t = \sqrt{D_t} \approx 0{,}343336$$

$$k_v = \frac{\sigma_t}{\overline{\alpha_t}} \approx 0{,}686672.$$

Розрахунок апріорних коефіцієнтів асиметрії та ексцесу не наводиться через надмірну громіздкість математичних виразів.

Отримані таким чином апостеріорні та апріорні значення числових характеристик розмістимо в порівняльній таблиці 3.

*Таблиця 3*

**Порівняння апріорних та апостеріорних значень числових характеристик проміжків часу між транзакціями гібридного потоку ($\lambda$=1, $b$=1)**

| | **Середнє значення** | **Дисперсія** | **Середньо-квадратичне відхилення** | **Коефіцієнт варіації** | **Коефіцієнт асиметрії** | **Коефіцієнт ексцесу** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Модель 1 | 0,501157 | 0,118462 | 0,344183 | 0,686777 | 0,219620 | -1,384780 |
| Модель 2 | 0,498033 | 0,117905 | 0,343373 | 0,689458 | 0,223601 | -1,377301 |
| Математ. модель | 0,5 | 0,117879 | 0,343336 | 0,686672 | 0,224741 | -1,378441 |

*Джерело: власна розробка автора*

Апріорні та апостеріорні значення числових характеристик, що розміщені в таблиці 3, між собою суттєво не відрізняються. Максимальне відхилення значень при попарному порівнянні відповідних числових характеристик не перевищує 2,5%.

За аналогією проведемо тепер порівняння результатів імітаційного та математичного моделювання гібридного потоку для інших комбінацій параметрів $\lambda$ та $b$. Зокрема при $\lambda$=0,5 та $b$=1 порівняльна таблиця апріорних та апостеріорних ймовірностей розподілу транзакцій за частковими інтервалами буде мати такий вигляд.

Розрахунки показують, що максимальне відхилення результатів імітаційного моделювання від результатів математичного моделювання не перевищує 4,5%. Якщо ж порівняти між собою результати, отримані за допомогою імітаційних Моделі 1 та Моделі 2, то максимальне відхилення буде в межах 4%.

*Таблиця 4*

**Порівняння апріорних та апостеріорних ймовірностей розподілу транзакцій за частковими інтервалами ($\lambda$=0,5 та $b$=1)**

| Номер часткового інтервалу | Нижня межа інтервалу | Верхня межа інтервалу | Оцінка ймовірності $P_{1i}^{*}$ | Оцінка ймовірності $P_{2i}^{*}$ | Ймовірність $P_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,0 | 0,1 | 0,08005 | 0,08044 | 0,08048 |
| 2 | 0,1 | 0,2 | 0,07509 | 0,07312 | 0,07501 |
| 3 | 0,2 | 0,3 | 0,06855 | 0,07114 | 0,06988 |
| 4 | 0,3 | 0,4 | 0,06431 | 0,06554 | 0,06507 |
| 5 | 0,4 | 0,5 | 0,06238 | 0,06098 | 0,06057 |
| 6 | 0,5 | 0,6 | 0,05824 | 0,05722 | 0,05635 |
| 7 | 0,6 | 0,7 | 0,05152 | 0,05014 | 0,05239 |
| 8 | 0,7 | 0,8 | 0,04716 | 0,04882 | 0,04869 |
| 9 | 0,8 | 0,9 | 0,04480 | 0,04630 | 0,04523 |
| 10 | 0,9 | 1,0 | 0,44790 | 0,44630 | 0,44634 |

*Джерело: власна розробка автора*

На рис. 5 значення таблиці 4 подані сумісно у вигляді 3-х гістограм.

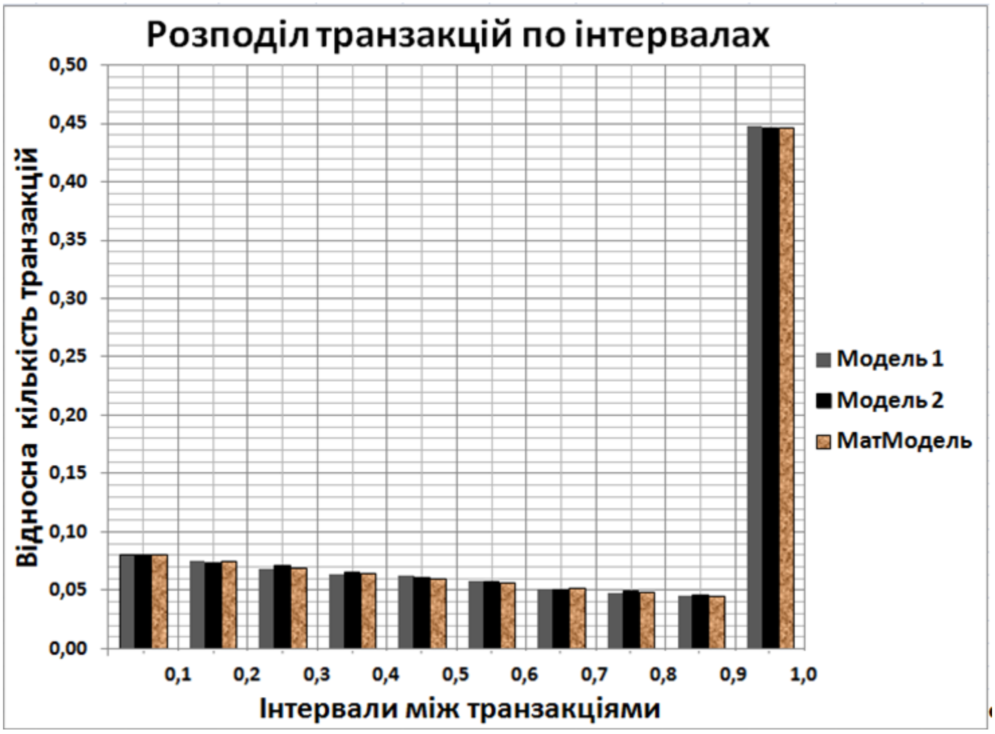


*Рис. 5.* **Гістограми розподілу транзакцій за інтервалами ($\lambda$=0,5 та $b$=1)**

*Джерело: власна розробка автора*

При цьому порівняльна таблиця апріорних та апостеріорних значень числових характеристик проміжків часу між транзакціями гібридного потоку набуде такого вигляду.

У цьому наборі даних максимальне відхилення значень при попарному порівнянні відповідних числових характеристик становить близько 0,5%.

*Таблиця 5*

**Порівняння апріорних та апостеріорних значень числових характеристик проміжків часу між транзакціями гібридного потоку ($\lambda$=0,5 та $b$=1)**

| | Середнє значення | Дисперсія | Середньо-квадратичне відхилення | Коефіцієнт варіації | Коефіцієнт асиметрії | Коефіцієнт ексцесу |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Модель 1 | 0,667405 | 0,123491 | 0,351413 | 0,526536 | -0,490700 | -1,317568 |
| Модель 2 | 0,666963 | 0,123604 | 0,351574 | 0,527127 | -0,490712 | -1,319200 |
| Математ. модель | 0,666667 | 0,123719 | 0,351737 | 0,527606 | -0,489051 | -1,322308 |

*Джерело: власна розробка автора*

Розглянемо тепер результати імітаційного та математичного моделювання гібридного потоку при значенні пари параметрів $\lambda$=2, $b$=1. Порівняльна таблиця апріорних та апостеріорних ймовірностей розподілу транзакцій за частковими інтервалами в цьому випадку буде містити такі дані.

*Таблиця 6*

**Порівняння апріорних та апостеріорних ймовірностей розподілу транзакцій за частковими інтервалами ($\lambda$=2, $b$=1)**

| Номер часткового інтервалу | Нижня межа інтервалу | Верхня межа інтервалу | Оцінка ймовірності $P^*_{1i}$ | Оцінка ймовірності $P^*_{2i}$ | Ймовірність $P_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,0 | 0,1 | 0,23694 | 0,23692 | 0,23585 |
| 2 | 0,1 | 0,2 | 0,18484 | 0,18260 | 0,18320 |
| 3 | 0,2 | 0,3 | 0,14252 | 0,14094 | 0,14189 |
| 4 | 0,3 | 0,4 | 0,10706 | 0,10770 | 0,10954 |
| 5 | 0,4 | 0,5 | 0,08388 | 0,08362 | 0,08425 |
| 6 | 0,5 | 0,6 | 0,06368 | 0,06446 | 0,06454 |
| 7 | 0,6 | 0,7 | 0,04978 | 0,05038 | 0,04920 |
| 8 | 0,7 | 0,8 | 0,03788 | 0,03610 | 0,03730 |
| 9 | 0,8 | 0,9 | 0,02874 | 0,02954 | 0,02810 |
| 10 | 0,9 | 1,0 | 0,06468 | 0,06774 | 0,06612 |

*Джерело: власна розробка автора*

Розрахунки показують, що максимальне відхилення результатів імітаційного моделювання від результатів математичного моделювання та максимальна різниця в результатах між імітаційними Моделлю 1 та Моделлю 2 складають близько 5%.

На рисунку 6 значення таблиці 6 подані сумісно у вигляді 3-х гістограм.

У цьому випадку порівняльна таблиця апріорних та апостеріорних значень числових характеристик проміжків часу між транзакціями гібридного потоку буде містити такі дані, у таблиці 7 максимальне відхилення значень при попарному порівнянні відповідних числових характеристик становить близько 4%.

Проведені експерименти з імітаційними та математичною моделями показали, що значення контрольованих величин в усіх реалізаціях моделей є досить близькими. Дані з наведених таблиць свідчать, що відхилення в значеннях числових характеристик інтервалів часу між транзакціями гібридного потоку знаходяться в межах 5%. Гістограми на рисунках 1, 2, 3 також свідчать про те, що кожна з моделей відтворює один і той самий процес.

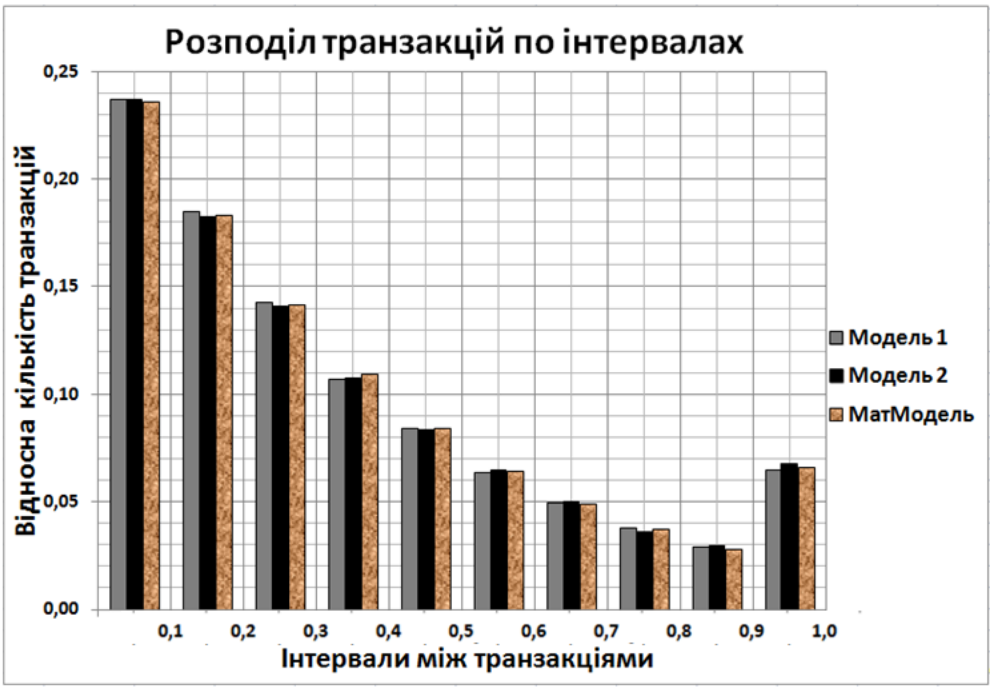


*Рис. 6.* **Гістограми розподілу транзакцій за інтервалами ($\lambda$=2, $b$=1)**

*Джерело: власна розробка автора*

Подібність результатів математичного моделювання та результатів симуляції потоків за допомогою Моделі 2 має логічне пояснення. Оскільки імітаційна Модель 2 для формування гібридного потоку використовує генератор псевдовипадкових чисел, що побудований на основі математичної моделі цього потоку, то результати і мають бути подібними.

*Таблиця 7*

**Порівняння апріорних та апостеріорних значень числових характеристик проміжків часу між транзакціями гібридного потоку ($\lambda$=2, $b$=1)**

| | **Середнє значення** | **Дисперсія** | **Середньо-квадратичне відхилення** | **Коефіцієнт варіації** | **Коефіцієнт асиметрії** | **Коефіцієнт ексцесу** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Модель 1 | 0,332057 | 0,077915 | 0,279133 | 0,840618 | 0,925648 | -0,104641 |
| Модель 2 | 0,333214 | 0,078229 | 0,279694 | 0,839382 | 0,925948 | -0,100436 |
| Математ. модель | 0,333333 | 0,078111 | 0,279484 | 0,838453 | 0,924696 | -0,103405 |

*Джерело: власна розробка автора*

Але це можливо лише при коректній побудові імітаційної Моделі 2 відносно математичної моделі гібридного потоку загалом і генератора псевдовипадкових чисел зокрема. Генератор у Моделі 2 будується на основі функції розподілу випадкових інтервалів часу між транзакціями гібридного потоку $F(t)$ [5].

Випадкові числа в Моделі 2 генеруються шляхом знаходження зворотної до $F(t)$ функції методом половинного поділу, що можна побачити на рисунку 2.

Схожість результатів математичного моделювання та результатів симуляції потоків за допомогою Моделі 1 можна пояснити адекватністю побудови як математичної, так і самої імітаційної моделі гібридного потоку.

**Висновки.** Таким чином, провівши порівняльний аналіз результатів експериментів з імітаційними та математичною моделями гібридного потоку транзакцій в логістичній системі, можна засвідчити їх подібність, що підтверджено програмною реалізацією, математичними розрахунками та графічними ілюстраціями. Це дозволяє сформулювати оціночні судження про придатність побудованих моделей адекватно відображати досліджувані процеси, оскільки вони цілком відтворюють процеси формування гібридних потоків і не мають протиріч із їх фізичною природою.

Практична цінність розроблених моделей полягає у можливості побудови більш продуктивних генераторів псевдовипадкових чисел в імітаційних моделях систем масового обслуговування з гібридним потоком транзакцій. У таких моделях заміна двох генераторів псевдовипадкових чисел одним дасть можливість підвищувати продуктивність процесів моделювання, що і буде предметом майбутніх досліджень.

### Список використаних джерел

1. Імітаційне моделювання: монографія / О.П. Приставка, О.Г. Байбуз, П.О. Приставка; Дніпропетр. нац. ун-т ім. Олеся Гончара. – Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ, 2011. – С.168-171.

2. Імітаційне моделювання в задачах дослідження матеріальних потоків логістичних систем / І.С. Сакунова // Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем: Збірник наукових праць. – К.: МННЦІТС НАН та МОН України, 2009. – Вип. 14. – С. 91-114.

3. Поночовный Ю. Л. Имитационное моделирование потоков злонамеренных воздействий на информационные системы / Ю.Л. Поночовный, А.О. Ивасюк //Системи обробки інформації. – 2008. – № 3. – С. 123-125.

4. Харченко В.В. Моделювання інформаційних потоків аграрного формування / В.В. Харченко, Ю.О. Нам’ясенко //Науковий вісник Міжнародного гуманітарного університету. Серія: Економіка і менеджмент. – 2017. – № 25. – Ч. 2. – С. 172-176.

5. Підгурський О.І. Дослідження суперпозиції пуассонівського та регулярного потоків транзакцій / О.І. Підгурський, Л.О. Волонтир // Економіка. Фінанси. Менеджмент: актуальні питання науки і практики. – 2017. – № 5. – С. 71-84.

6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 6-е изд. стер. – М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.

7. Бурєннікова Н. В. Управління розвитком: модель формування сучасної інформаційної системи / Н.В. Бурєннікова, В.А. Фостолович // Бізнес-інформ. – 2017. – № 4. – С. 138 - 144.

### Список використаних джерел у транслітерації/References

1. Imitatsiine modeliuvannia: monohrafiia / O.P. Prystavka, O.H. Baibuz, P.O. Prystavka; Dnipropetr. nats. un-t im. Olesia Honchara. – Dnipropetrovsk: Vyd-vo DNU, 2011. – Pp.168-171.

2. Imitatsiine modeliuvannia v zadachakh doslidzhennia materialnykh potokiv lohistychnykh system / I.S. Sakunova // Ekonomiko-matematychne modeliuvannia sotsialno-ekonomichnykh system: Zbirnyk naukovykh prats. – K.: MNNTsITS NAN ta MON Ukrainy, 2009. – Vyp. 14. – Pp. 91-114.

3. Ponochovnyi Yu. L. Ymytatsyonnoe modelyrovanye potokov zlonamerennykh vozdeistvyi na ynformatsyonnye systemy / Yu. L. Ponochovnyi, A. O. Yvasiuk //Systemy obrobky informatsii. – 2008. – № 3. – Pp. 123-125.

4. Kharchenko V.V. Modeliuvannia informatsiinykh potokiv ahrarnoho formuvannia / V.V. Kharchenko, Yu.O. Nam'iasenko //Naukovyi visnyk Mizhnarodnoho humanitarnoho universytetu. Seriia: Ekonomika i menedzhment. – 2017. – № 25. – Ch. 2. – Pp. 172-176.

5. Pidhurskyi O.I. Modeliuvannia superpozytsii neodnoridnykh potokiv tranzaktsii / O.I. Pidhurskyi // Rehionalna biznes-ekonomika ta upravlinnia. – 2017. – №3. – Pp. 126-135.

6. Venttsel E.S. Teoriya veroyatnostey: Ucheb. dlya vuzov. – 6-e izd. ster. – M.: Vyissh. shk., 1999. – 576 p.

7. Buriennikova N. V. Upravlinnia rozvytkom: model formuvannia suchasnoi informatsiinoi systemy / N.V. Buriennikova, V.A. Fostolovych // Biznes-inform. – 2017. – № 4. – Pp. 138 - 144.

## ANNOTATION
## COMPARATIVE ANALYSIS OF THE RESULTS OF SIMULATION AND MATHEMATICAL MODELING OF SUPERPOSITION OF POISSON AND REGULAR FLOW OF TRANSACTIONS

***PIDHURSKYI Oleksandr,***
***Candidate of Technical Sciences,***
***Associate Professor of the Department of Modelling and Information Technologies in Economics,***
***Vinnytsia National Agrarian University***
***( Vinnytsia)***

*In this paper we developed and tested two simulation models of heterogeneous hybrid transaction flow that is the result of superposition of Poisson and regular flows. One of the models reproduces the process of independent generation of two streams of transactions (regular and Poisson) and their subsequent superposition. The other simulation model uses the mathematical model of superposition of Poisson and regular flow of transactions to create on its basis a pseudo-random number generator that determines the time intervals between the transactions of the hybrid flow. A comparative analysis of the results of the experiments with both simulation and mathematical models of hybrid flows have been conducted.*

**Keywords:** transaction flows, superposition of flows, mathematical models, simulation model, model adequacy, the laws of probability distribution.

**Tabl. 7. Fig. 6. Lit. 6.**

## АННОТАЦИЯ
## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИМИТАЦИОННОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СУПЕРПОЗИЦИИ ПУАССОНОВСКОГО И РЕГУЛЯРНОГО ПОТОКОВ ТРАНЗАКЦИЙ

***ПОДГУРСКИЙ Александр Игоревич,***
***кандидат технических наук, доцент кафедры моделирования и информационных технологий в экономике,***
***Винницкий национальный аграрный университет***
***(г. Винница)***

*В работе разработаны и испытаны две имитационные модели неоднородного гибридного потока транзакций, являющиеся результатом суперпозиции пуассоновского и регулярного потоков. Одна из моделей воспроизводит процессы независимой генерации двух потоков транзакций (пуассоновского и регулярного) с* *последующей их суперпозицией. Другая имитационная модель использует математическую модель суперпозиции пуассоновского и регулярного потоков транзакций для создания на её основе генератора псевдослучайных чисел, который определяет интервалы времени между транзакциями гибридного потока. Проведен сравнительный анализ результатов экспериментов с имитационными и математической моделями гибридных потоков.*

**Ключевые слова:** потоки транзакций, суперпозиция потоков, математические модели, имитационные модели, адекватность модели, законы распределения вероятностей.

**Табл. 7. Рис. 6. Лит. 6.**

**Інформація про автора**

**ПІДГУРСЬКИЙ Олександр Ігорович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри моделювання та інформаційних технологій в економіці, Вінницький національний аграрний університет (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна, 3, 21008, м. Вінниця, вул. Сонячна, 3, e-mail: paraplane@meta.ua).

**PIDHURSKYI Oleksandr** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Modelling and Information Technologies in Economics, Vinnytsia National Agrarian University (21008, Vinnytsia, 3, Soniachna Str., e-mail: paraplane@meta.ua).

**ПОДГУРСКИЙ Александр Игоревич –** кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры моделирования и информационных технологий в экономике, Винницкий национальный аграрный университет (21008, г. Винница, ул. Солнечная, 3, e-mail: paraplane@meta.ua).