"Енергетика і автоматика", №3, 2013 р.

УДК 536 (075.8):521.548

УСТОЙЧИВОСТЬ И ФЛУКТУАЦИИ ПОТОКА ВЕТРА

А.А. Долинский, доктор технических наук
Институт технической теплофизики
Б.Х. Драганов , доктор технических наук
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Приведены термодинамические основы теории устойчивости и флуктуации как существенные характеристики потока ветра. Отмечается их стохастическая особенность. Указывается на значение локального равновесия. Оценочным показателем этих процессов служит энтропия.

Поток ветра, флуктуации, стохастические процессы, ентропия.

C_V – теплоемкость при постоянном объеме;

N_k – число молей компонента k;

P_r – вероятность события

T – температура;

V – обьем;

ρ – плотность;

S – энтропия

Энергия ветра играет заметную роль в энергетике мира. Особое внимание к использованию ветроэнергетических установок наблюдается в последнее десятилетие. Ведущее положение в этом отношении занимают Германия, США, Испания.

Условия в атмосфере существенно зависят от времени суток и от времени года, причем, кроме регулярных суточных и годовых колебаний, значения любого гидродинамического элемента в данной точке атмосферы испытывают еще нерегулярные колебания самых разнообразных периодов. Эти нерегулярные колебания можно рассматривать как проявления турбулентности различных пространственных масштабов, от весьма малых (порядка сантиметров и долей сантиметра) и до очень больших – порядка размеров циклонов и антициклонов или даже масштабов неоднородностей общей циркуляции атмосферы.

При анализе воздушных потоков процессов в приземном слое атмосферы надо учитывать наличие вертикальной температурной стратификации и связанного с ней вертикального турбулентного потока тепла. С другой стороны, горизонтальной неоднородностью подстилающей поверхности, всегда в какой-то мере имеющейся в реальной атмосфере, естественно на первых порах пренебречь.

Одним из недостатков потока ветра заключается их неустойчивость потока, зависящая от случайных факторов.

Другая особенность потока ветра в том, что он характеризуется выраженной флуктуацией.

Цель исследований – исследовать термодинамические основы теории устойчивости и флуктуации (как существенные характеристики потока ветра), принимая во внимание наличие вертикальной температурной стратификации и связанного с ней вертикального турбулентного потока тепла.

Материалы та методика исследований. Анализ стохастического характера этих явлений и на основе этого определение основ их закономерностей может указать пути для максимально возможного использования энергии ветра.

Если же при сколь угодно малых, но не равных нулю начальных возмущениях данная характеристика со временем будет все более и более отличатся от своего значения и невозмущенном движении, то движение системы по отношению к этой характеристике называется неустойчивым. Эти определения соответствуют определению по А.М. Ляпунову.

Локальное изменение состояния определяется зависимостью:

$$x = \varphi(t, t_0, x_0), \tag{1}$$

где x_0 обозначает состояние в момент времени t_0. Здесь предполагается, что φ – функция, непрерывно дифференцируемая по t $(t \geq t_0)$. Кроме того, предположим, что (1) остается справедливым в окрестности x_0, определяемой некоторым отклонением δ. Величина

$$y(t) = \varphi(t;\ x_0 + \delta) - \varphi(t, x_0), \tag{2}$$

характеризует изменение функции φ, вызванное первоначальным возмущением δ в момент времени t. Из непрерывности φ следует, что $|y(t)|$ мало, если мало $|\delta|$ и не слишком велико t. Здесь $|y(t)|$ означает расстояние $\sqrt{\sum y_i^2}$ в пространстве состояний.

Это приводит к следующему определению устойчивости движения (1): если для любого $\varepsilon > 0$ существует $k(\varepsilon) > 0$, такое, что

$$|\varphi(t;\ x_0 + \delta) - \varphi(t;\ x_0)| < \varepsilon, \tag{3}$$

при всех значениях t, как только $|\delta| < k(\varepsilon)$ [1].

Кроме того, устойчивость будет асимптотической (или полной), ели для всех допустимых δ

$$\lim_{t\to\infty}|\varphi(t;\ x_0 + \delta) - \varphi(t;\ x_0)| = 0. \tag{4}$$

В этом случае возмущенное движение стремится вернуться к первоначальному при $t \to \infty$. Поэтому если положительно определенная сума y^2 (квадрат расстояния) не возрастет, другими словами, ее производная по времени удовлетворяет условию

$$(y^2) \leq 0\ \ (< 0), \tag{5}$$

при всех значениях t, то движение будет устойчивым (≤ 0) или асимптотически устойчивым (< 0). Однако в обоих случаях (5) является только достаточным условием, так как осциллирующее возмущение y^2, совместимые с основным определением устойчивости, здесь не рассматриваются [2].

Известный метод баланса энтропии нельзя применить к проблеме устойчивости неравновесных состояний [3]:

$$\delta^2 s < 0 \text{ или } \delta^2(\rho s) < 0. \quad (6)$$

Из этих соотношений следует, что эти величины являются отрицательно определенными формами приврацений независимых переменных е, v, N_γ и ρe, ρ_r соответственно, которые характеризуют локальное состояние диссипативной системы (т.е. системы без конвекции). Поэтому теорию устойчивости следует строить на основе функций $\delta^2 s$ или $\delta^2(\rho s)$ как функций Ляпунова.

Таким образом, получаем условия устойчивости:

$$(\delta^2 s)_{t_0} \geq 0; \ [\delta^2(\rho s)_{t_0}] \geq 0, \quad (7)$$

для всех времен $(t \geq t_0)$. Индекс t_0 означает, что при дифференцировании по времени коэффициенты квадратичных форм (6) остаются постоянными, т.е. теми же, что и в момент времени t_0.

Флуктуации характеризуют случайные отклонения физических величин от их средних значений. Простейшей мерой флуктуации величины x служит ее дисперсия σ_X^2, т.е. средний квадрат отклонения x от среднего значения $\bar{x}$.

Основы теории флуктуации заложены в работах Дж. У. Гиббса [4].

С помощью Гиббса распределений, как в классическом, так и в квантовом случае можно вычислить флуктуации в состоянии статистического равновесия для систем, находящихся в различных физических условиях; при этом флуктуации выражаются через равновесные термодинамические параметры и производные потенциалов термодинамических. Например, для системы с постоянным объемом V и постоянным числом частиц N, находящейся в контакте с термостатом (с температурой Т), каноническое распределение Гиббса дает для флуктуации энергии (ε): $\Delta\varepsilon^2 = (kT)^2 c_V$. Такое же выражение для флуктуации справедливо и в случае квантовой статистики, различаются лишь явные выражения для c_V. В приведенном примере флуктуирует пропор-циональность объему (т.н. экстенсивная) величина – энергия.

В большинстве случаев выполняется предположение о том, что равновесные термодинамические соотношения справедливы для термодинамических переменных, определенных в элементарном объеме. В этом и состоит концепция локального равновесия.

Ее относительно квадратичные флуктуации $\Delta\varepsilon^2/\varepsilon^2$ пропорциональны величине 1/N (нормальные флуктуации) и, следовательно, очень малы.

Дальнейшее развитие теории флуктуаций выполнено А. Эйнштейном. Суть метода анализа заключается в следующем. Приведенные выше соотношения для термодинамической теории устойчивости (6, 7) используем для анализа теории флуктуации.

Сначала обсудим равновесный случай. Вероятность возникновения флуктуации в изолированной системе выражается основной формулой Эйнштейна (см. прекрасный обзор по теории флуктуаций [5]):

$$Pr \sim \exp\frac{\Delta S}{k}, \tag{8}$$

где ΔS – отклонение энтропии от равновесного значения $(\Delta S < 0)$, связанное с флуктуациями, и k –постоянная Больцмана. Разложим энтропию около ее равновесного значения

$$S = S_e + (\delta S)_e + \frac{1}{2}(\delta^2 S), \tag{9}$$

Для изолированной системы:

$$(\delta S)_e = 0, \tag{10}$$

следовательно, соотношение (8) можно записать в виде:

$$Pr \sim \exp\left[\frac{1}{2}\frac{(\delta^2 S)_e}{k}\right]. \tag{11}$$

В работах Грина и Келлена [6] и Тисса и Куэ [7] установлена справедливость выражения (11) для малых флуктуаций. Но справедливость формулы Эйнштейна для неравновесных систем была постулирована И. Пригожиным [3], по крайней мере, для тех случаев, когда времена релаксации удовлетворяют некоторым заданным условиям. Эти условия связаны с разделением временных масштабов между флуктуирующей системой и внешней средой. Времена, связанные с флуктуирующей системой, должны быть малы по сравнению с характерными временами внешней среды, чтобы состояние внешней среды можно было рассматривать независимо от мгновенного состояния флуктуирующей системы.

Более общее выражение вероятности анализируемого процесса записывается так:

$$P = Z\exp\left[\frac{\delta^2 S}{2k}\right] = Z\exp\left[\frac{-1}{2kT}\left(\delta T\delta S - \delta p\delta V + \sum_k \delta\mu_k\,\delta N_k\right)\right] \tag{12}$$

где N_k – число молекул, k – из выражения дя числа Авогадро $kN_A = R$, где R – газовая постоянная, μ_k – химический потенциал, Z – нормированный множитель. Для любого набора независимых переменных Y_k распределения вероятности флуктуаций этих переменных можно получить, если использовать уравнение (12), в котором переменные δT, δS и т.д. заменены на флуктуации Y_k. Для удобства, обозначим отклонение независимой переменной Y_k от равно-весного значения через α_k. Тогда в общем случае $\delta^2 S$ есть квадратичная функция α_k:

$$\frac{\delta^2 S}{2} = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} g_{ij}\alpha_i\,\alpha_j \tag{13}$$

где g_{ij} – коэффициент; знак «–» показывает, что $\delta^2 S$ отрицательная величина.

Изложенное позволяет сделать следующие заключения [8].

Один из наиболее привлекательных аспектов теории устойчивости – ее промежуточное положение между детерминистическим описанием с помощью макроскопических уравнений (типа уравнения Навье – Стокса) и теорией случайных процессов. Само существование самопроизвольных флуктуаций является следствием того, что рассматриваемые системы состоят из большого числа частиц. Однако, когда система устойчива, флуктуации не важны, так как они затухают; они влияют только на усредненное поведение статистических шумов. Положение радикально меняется, когда возникает неустойчивость. Тогда флуктуации растут и достигают макроскопических размеров. Как только достигнуто новое устойчивое состояние (стационарное или нестационарное), макроскопическое описание вновь становится справедливым. Однако даже здесь, статистический аспект временного поведения остается существенным, так как характер нового устойчивого состояния может (макроскопическое движение) более вероятно, чем ближайшие состояния, в которых система оказывается благодаря флуктуациям. Однако это еще не обеспечивает устойчивость. Действительно, рассмотрим вероятность P_r как функцию некоторой флуктуирующей переменной ξ. Можно ожидать, что флуктуации будут расти до тех пор, пока система не достигнет этого второго максимума. Вследствие этого флуктуации будут затухать. Однако $\delta^2 S$, вообще говоря, не обращается в нуль. С этой точки зрения существует известный параллелизм между неустойчивостью и фазовыми переходами. Как хорошо известно из равновесной термодинамики, $\delta^2 S$ не исчезает при подходе к границе раздела двух фаз на фазовой диаграмме. Ситуация совершенно изменяется вблизи критической точки, когда $\delta^2 S \to 0$.

В рамках линейной теории следует ожидать, что флуктуации растут бесконечно. В действительности же флуктуации будут затухать под влиянием нелинейных членов, которыми мы пренебрегли [9].

Следует подчеркнуть, что в этом мире неустойчивости и эволюции к новым организованным структурам решать «судьбу» системы могут очень малые факторы, часто выходящие за экспериментальный контроль. Что касается детерминированности ньютоновского и лапласовского планетарного движения и единственности равновесных состояний, то оба понятия теряют свою определенность; вместо этого обнаруживается вероятностная Природа, которая порождает новые организованные структуры [3].

Заключение

Устойчивость и флуктуации зависят от случайных функций и, следовательно, являются стохастическими процессами. Их анализ должен основываться на сочетании теории случайных явлений и детерминированных методов анализа.

Список литературы

1. Treuesdell C. Thermodynamics and the stability of Fluid Motions / C. Treuesdell, B.D. Coleman, I. Greenberg// Arch for National Mechanics and Analysis, 25, 321 – 1967.

2. Bablogantz A. Phys. Fluid, 12, 262 – 1969.

3. Пригожин И. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур / И. Пригожин, Д. Кондепуди// М.: Мир, 2002. – 462 с.

4. Gibbs G.W. Collect Works, Longman Green, New York, London, Toronto. Ist. Ed., 1928, Renrited 1931 Equilibrium of Non Homogeneous Substances.

5. Calln H. Non Equilibrium Thermodynamics. Variation Techniques and Stability University of Chicago Press, Chicago and London, 1965.

6. Gree R.F., G Allen H.B. Phys. Rev., 63[23]. – 1951.

7. Tizzy L., Qudy P.M. Ann Phys, 25, 48. – 1963.

8. Гленсдорф П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации / П. Гленсдорф, И. Пригожин// М.: Мир. – 1973. – 280 с.

9. Ландау Л.Д. Стохастическая физика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц// М.: Наука, 1953.

Наведені термодинамічні основи теорії стійкості і флуктуації як суттєві характеристики вітрово потоку. Відзначається їх стохастична особливість. Вказується на значення локальної рівноваги. Оціночним показником цих процесів являється ентропія.

Потік вітру, флуктуації, стохастичні процеси, ентропія.

Thermodynamic principles of the theory of stability and fluctuations as the essential characteristics of the wind flow. Celebrated their stochastic feature. Points to the importance of local equilibrium. Estimated figures of these processes is the entropy.

The flow of wind fluctuations, stochastic processes, entropiya.