

УДК 532.517, 663.1, 66.974

## **МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ПОЛІВ ТЕМПЕРАТУР ТА НАПРУЖЕНЬ ЗСУВУ ВЗДОВЖ ПОВЕРХНІ ДИСКОВОЇ НАСАДКИ РОТОРНО-ДИСКОВОГО ПЛІВКОВОГО ВИПАРНОГО АПАРАТА**

*О.М. Ободович, доктор технічних наук  
Інститут технічної теплофізики НАН України  
Л.І. Ружинська, кандидат технічних наук  
С.І. Костик, молодший науковий співробітник  
Національний технічний університет України «КПІ»*

*В даній статті представлені результати математичного та комп'ютерного моделювання розподілу полів температур та напружень зсуву по поверхні дискової насадки в роторно-дисковому плівковому випарному апараті. Отримані моделі можливо використовувати при проектуванні обладнання різних типорозмірів та продуктивності.*

***Роторно-дисковий плівковий випарний апарат, дискова насадка, температурне поле, напруження зсуву.***

**Мета досліджень** – запропонувати математичну модель та методику розрахунку температурних полів та напружень зсуву по поверхні дискової насадки роторно-дискового плівкового випарного апарата. Зробити оцінку адекватності моделей.

**Матеріали та методика досліджень.** На сьогоднішній день технологія концентрування (зневоднення) термолабільних мікробіологічних матеріалів є актуальною проблемою в мікробіологічній, харчовій, фармацевтичній промисловості та ресурсоенергозберігаючих технологіях, таких як біогазова технологія переробки органічних відходів[1].

Процес зневоднення таких термолабільних матеріалів, можливо здійснити в роторно-дисковому плівковому випарному апараті (РДПВА). РДПВА на валу має ряд дисків, які частково занурені в культуральну рідину на поверхні яких утворюється тонка рідка плівка, яка обдувається теплим газовим теплоносієм при виході диска з рідини. З поверхні плівки в теплоносії випаровується волога, при цьому температура розчину, що концентрується не перевищує температуру мокрого термометра. Концентрація розчиненої речовини в рідині підвищується, процес триває до досягнення заданої концентрації (рис. 1.) [2, 3].



Рис. 1. 3D модель роторно-дискового плівкового випарного апарата

**Результати досліджень.** Було поставлено завдання визначити розподіл температурних полів по поверхні диска за допомогою математичного моделювання, що дасть можливість визначення оптимальних робочих параметрів (габаритні розміри диска, швидкість обертання, температура газового теплоносія і т.д.) для реального апарата. Враховуючи геометричну форму диска, вибираємо циліндричну систему координат. Початок координат поміщаємо на перетин осі обертання з площиною диска (Рис. 2. а, б).

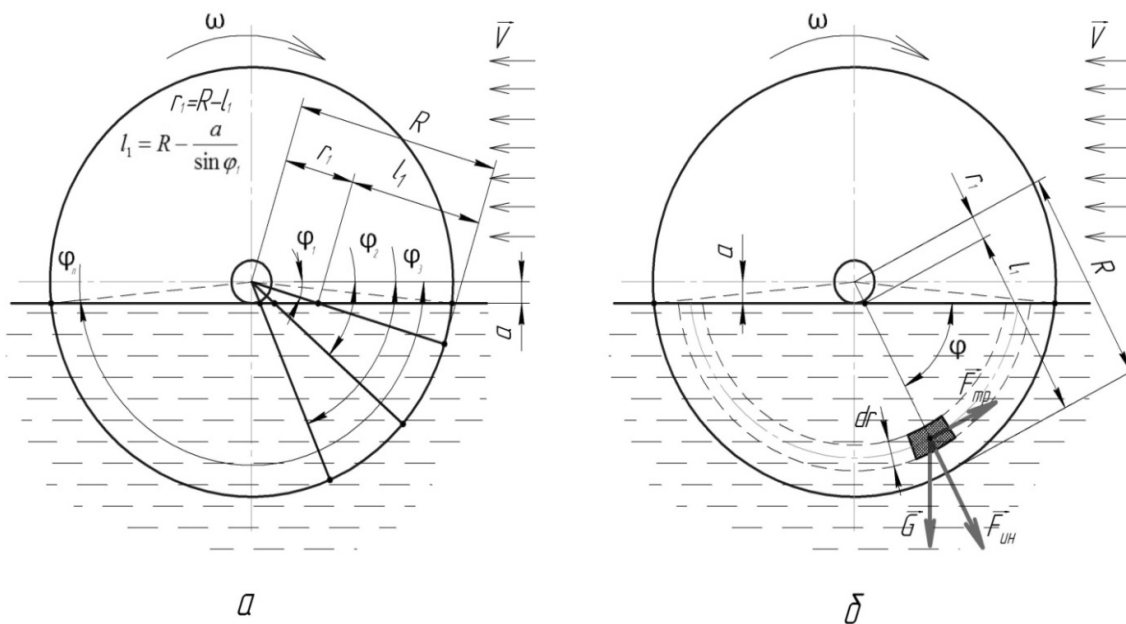


Рис. 2. Розрахункова схема дискової насадки в потоці теплоносія  
а – основні геометричні розміри елементів диска; б – дія сил інерції  $F_{ін}$ , тертя  $F_{мп}$  і тяжіння  $G$  на шар рідини шириною  $dr$

В умовах випаровування води з поверхні плівки, можна припустити, що теплова енергія, яка підводиться до не зануреної частини диска, повністю витрачається на випаровування, при цьому нагрів відбувається по валу і частині сегменту, тепло розповсюджується від центра диска до периферії, при цьому температура розчину залишається постійною. Зміна температури по поверхні диска, який занурюється в рідину можна записати у вигляді математичної моделі:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} \right) + f(t). \quad (1)$$

Враховуючи, що  $\varphi = \omega t$ , переходимо до змінної, тога рівняння приймає вигляд:

$$\rho \cdot c_p \cdot \omega \cdot \frac{\partial t}{\partial \varphi} = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} \right) + f(t). \quad (2)$$

Розділимо ліву і праву частини рівняння на  $(\rho \cdot c_p \cdot \omega)$ , вищенаведене рівняння набуває наступний вигляд [4]:

$$\frac{\partial t}{\partial \varphi} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p \cdot \omega} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{f(t)}{\rho \cdot c_p \cdot \omega}. \quad (3)$$

Приймемо, що  $\frac{f(t)}{\rho \cdot c_p \cdot \omega} = f_1(t)$ , отримаємо:

$$\frac{\partial t}{\partial \varphi} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p \cdot \omega} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} \right) + f_1(t). \quad (4)$$

Початкові умови:

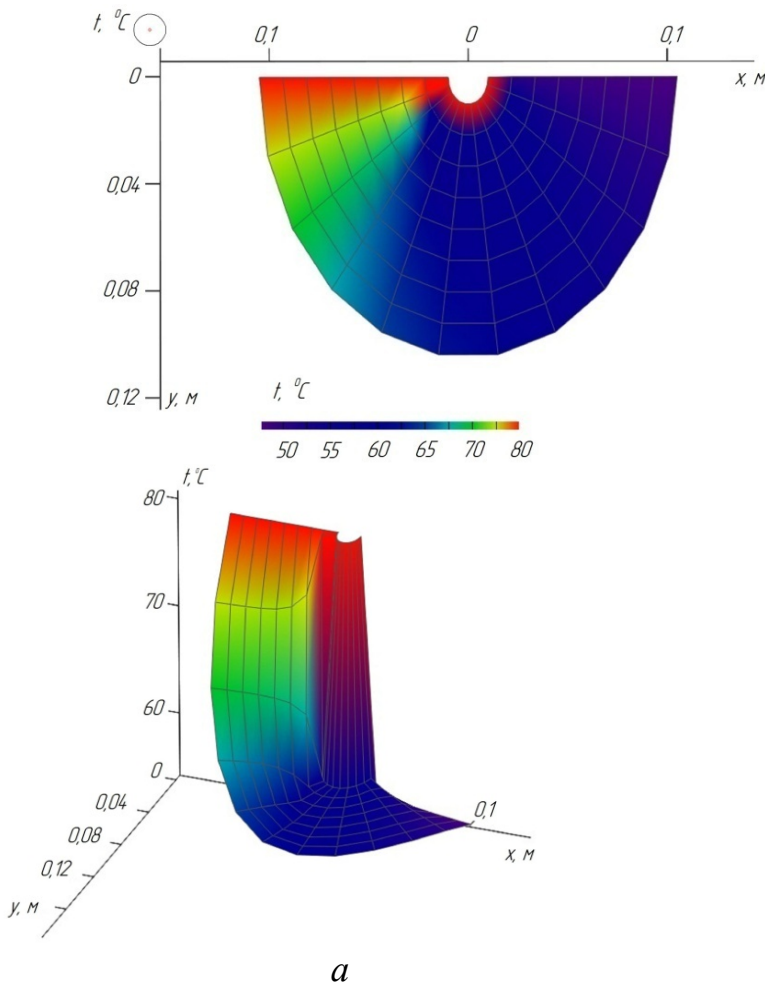
$$\tau = 0, \quad t = t_H. \quad (5)$$

Граничні умови:

$$r = a, t = t_c, r = R_3, \frac{\partial t}{\partial r} = 0. \quad (6)$$

Отримане рівняння є диференціальним рівнянням параболічного типу в частинних похідних.

Враховуючи початкові і граничні умови, за допомогою пакету MathCad15 методом кінцевих різниць отримано рішення даного рівняння. Результатом рішення є масив полів температур по поверхні диска в залежності від координати  $r$  і координати  $\varphi$ . Використовуючи закон перетворення координат від циліндричних у Декартові координати побудовано поверхню розподілу температур по диску (рис. 3, а, б).



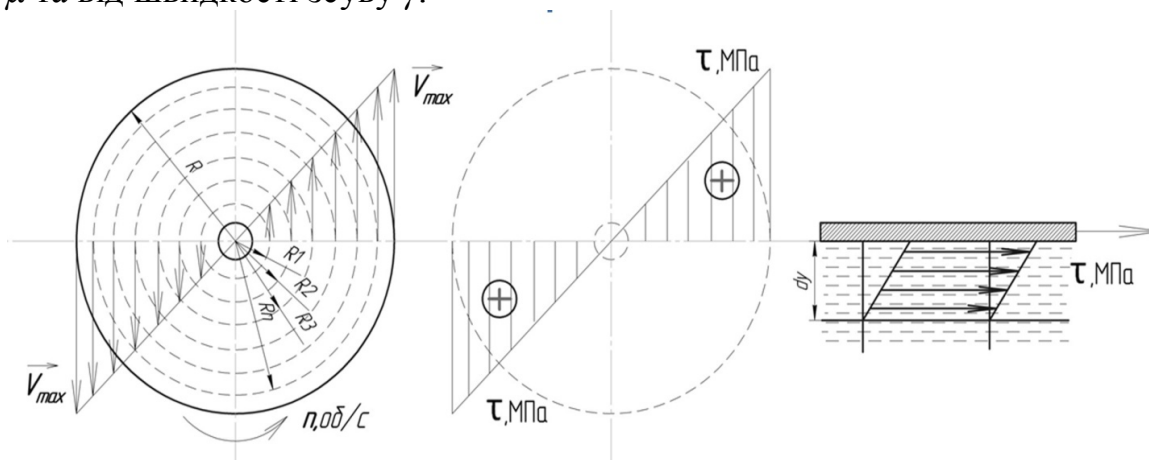
**Рис. 3. Розподіл температурних полів по поверхні диска**

Аналізуючи отриманий масив температур, необхідно відзначити, що за період знаходження півдиска в рідині, що концентрується відбувається перерозподіл температур від центру до периферії. Розподіл температур в момент входження дискової насадки в розчин складає  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а в момент виходу з рідини  $43\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

В попередніх роботах щодо дослідження гідродинаміки утворення плівки рідини на поверхні дискової насадки в роторно-дисковому випарному апараті було встановлено, що в момент входження диска в рідину, він моментально захоплює частину рідини, що відповідає певному значенню її товщини. Причому збільшуючи швидкість обертання і радіус диска, значення стартової товщини пограничного шару значно збільшується, це пояснюється фізичними властивостями рідини, а саме високим її поверхневим натягом і тертям між шарами. У міру подальшого обертання, товщина плівки збільшується з кожним значенням по координаті  $\varphi$  і відповідно по координаті  $r$ , а саме зростаючи від центру до периферії, що пояснюється різницею швидкостей обертання точок плівки на диску, а саме її збільшенням від центру до периферії і змінюється в межах  $2,628 \cdot 10^{-4}\text{ м}$  до  $7,1 \cdot 10^{-4}\text{ м}$  [5].

Було поставлено завдання визначення величини та розподілу напружень зсуву по поверхні дискової насадки внаслідок її обертання, в зв'язку з тим, що дані напруження досягаючи певних значень, можуть пошкоджувати живі клітини, що негативно впливатиме на вихід життєздатних колоній утворюючих

мікроорганізмів в готовому концентраті. З фізичної точки зору в процесі обертання дискової насадки відбувається захоплення розчину, що концентрується, внаслідок чого спостерігається ковзання одного шару рідини відносно іншого. Величина зміщення залежить від динамічної в'язкості розчину  $\mu$  та від швидкості зсуву  $\gamma$ .



**Рис.4. Розрахункова схема для визначення напружень зсуву по поверхні дискової насадки**

Напруження зсуву по поверхні дискової насадки:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} = [\text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{с}^{-1}] = [\text{Па}] \quad (7)$$

Швидкість зсуву вздовж поверхні дискової насадки:

$$\dot{\gamma} = \frac{dV}{dy} = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{\text{м}} \right] = [\text{с}^{-1}] \quad (8)$$

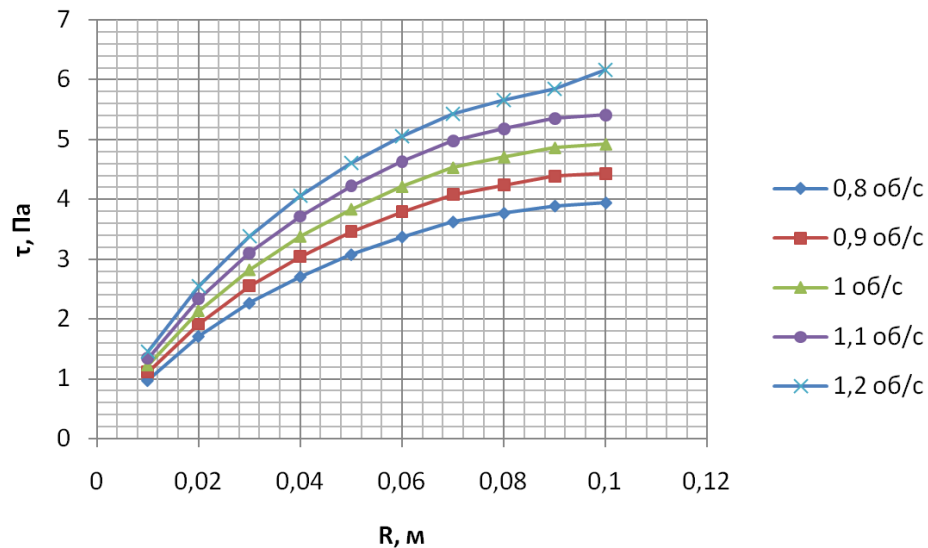
де  $dy$  – товщина пограничного шару рідини по поверхні дискової насадки (відповідно до математичної моделі лежить в межах від  $2,628 \cdot 10^{-4} \text{ м}$  до  $7,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ).

Колова швидкість по поверхні дискової насадки:

$$V_n = \omega \cdot R_n = \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot \text{м} \right] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} \right] \quad (9)$$

Оскільки швидкість зсуву змінюється по радіусу дискової насадки, було розраховано поле напружень зсуву від різних значень чисел обертів (рис. 5.).

Відповідно літературних даних критичним значенням напружень зсуву від дії перемішуючих пристроїв є  $10-12 \text{ Па}$ , отже оптимальним діапазоном чисел обертів можна вважати значення до  $1,2 \text{ об/с}$  для заданих габаритних розмірів дискової насадки ( $D=0,2 \text{ м}$ ). Дана методика розрахунку дозволяє якісно оцінити щадний (плавний) діапазон роботи плівкових випарних апаратів з рухомими насадками.



**Рис. 5. Зміна величини напружень зсуву по радіусу дискової насадки, в залежності від числа обертів**

### Висновки

Проведено математичне та комп'ютерне моделювання розподілу температурних полів по поверхні обертової дискової насадки, який частково занурений в культуральну рідину і обдувається газовим теплоносієм.

Отримано масив значень напружень зсуву, які виникають вздовж пограничного шару рідини внаслідок обертання дискової насадки для конкретних габаритних розмірів апарату і фізичних властивостей рідини, що концентрується.

Запропонована математична модель та методика розрахунку напружень зсуву, дозволяє визначати оптимальні робочі параметри промислового роторно-дискового плівкового випарного апарату і може бути використана при проектуванні типового обладнання інших типорозмірів і продуктивності.

### Список літератури

1. Шидловський А.К. Енергоефективність та відновлювані джерела енергії [Текст] / А.К. Шидловський // К.: Українські енциклопедичні знання – 2007. – 560 с.
2. Костик С.И. Исследование технических и теплофизических характеристик универсального сушильного стенда по обезвоживанию термолабильных материалов [Текст] / С.И. Костик, А.Н. Ободович // Молодой ученый. – 2014. – №4. – С. 195 - 198.
3. Ободович О.М. Розрахунок теплових та енергетичних потоків роторно-дискового випарного апарату для зневоднення термолабільних матеріалів [Текст] / О.М. Ободович, С.І. Костик // Международный научно-производственный журнал «Керамика: наука и жизнь» – 2014, 2/23 – С.4 - 13.
4. Аметистов Е.М. Тепломассообмен. Теплотехнический эксперимент [Текст] / Е.М. Аметистов, В.А. Григорьев, Б.Т. Емцев // М.: Энергоиздат – 1982. – 512.

5. Ободович А.Н. Математическое моделирование процесса образования пограничного слоя на поверхности вращающегося диска, частично погруженного в культуральную жидкость и обдуваемого газовым теплоносителем [Текст] / А.Н. Ободович, Л.И. Ружинская, С.И. Костик // Промышленная теплотехника. – 2014. – №2. – С. 86 - 93.

*В данной статье представлены результаты математического и компьютерного моделирования распределения полей температур и напряжений сдвига по поверхности дисковой насадки в роторно-дисковом пленочном выпарном аппарате. Полученные модели можно использовать при проектировании оборудования различных типоразмеров и производительности.*

***Роторно-дисковый пленочный выпарной аппарат, дисковая насадка, температурное поле, напряжение сдвига.***

*This article presents the results of mathematical and computer modeling of the distribution of temperature fields and shear stresses on the surface of the disk heads in a rotor-disk-film evaporation apparatus. The resulting model can be used in the design of equipment of various sizes and performance.*

***Rotary-disc film evaporator, the disk head, temperature field, shear stress.***