УДК536.24

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУТЕПЛООБМІНУ НЕІЗОТЕРМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ ПРИ РОЗВИНУТІЙ ВИМУШЕНІЙ ТЕЧІЇ В ТРУБНИХ КАНАЛАХ

В. Г. Горобець, доктор технічних наук
e-mail: nni.elektrik@gmail.com

Анотація. Розроблено методику розрахунку теплопереносу в трубних каналах за умов вимушеної конвекції, яка враховує вплив неізотермічності поверхні каналу та градієнта температур на коефіцієнт тепловіддачі.
Ключові слова: теплоперенос, температурний градієнт, неізотермічність, коефіцієнт тепловіддачі

Розрахунок теплопереносу в трубах, як правило, проводять виходячи з передумови, що коефіцієнт тепловіддачі не залежить від зміни температурного градієнта по поверхні труби вздовж потоку. При цьому використовується спрощена методика розрахунку, яка справедлива для ізотермічної поверхні. Разом з тим, величина коефіцієнту тепловіддачі залежить від величини температурного градієнту на поверхні стінки і для більш детальних розрахунків цей фактор потрібно приймати до уваги [1-3]. В даній роботі наведено основні положення та розрахункові формули для врахування цього фактору.

Мета досліджень - розробка методики розв’язку неізотермічних задач теплопереносу в трубних каналах при вимушеній конвекції, що враховує вплив температурного градієнта по поверхні стінок на коефіцієнти тепловіддачі.

Матеріали та методика досліджень. При розвиненій течії в каналах кругового перерізу із сталим профілем швидкості вихідним рівнянням переносу енергії в зовнішньому теплоносії для ламінарного режиму течії є рівняння

$$\frac{\partial^2 T_g}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_g}{\partial r}=\frac{u}{a_g}\frac{\partial T_g}{\partial x}-\frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2}, \tag{1}$$

де x, r - поздовжня і циліндрична координата в каналі. Після введення змінних

$$\bar{r}=\frac{r}{r_0},\quad \bar{u}=\frac{u}{U},\quad \bar{x}=\frac{x/r_0}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}},\quad \theta_g=\frac{T_s-T_g}{T_s-T_{0g}}$$

рівняння (1) набуває вигляду:

$$\frac{\partial^2\theta_g}{\partial \bar{r}^2}+\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial\theta_g}{\partial \bar{r}}=\frac{\bar{u}}{2}\frac{\partial\theta_g}{\partial \bar{x}}-\frac{1}{(\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr})^2}\frac{\partial^2\theta_g}{\partial \bar{x}^2}, \quad (1a)$$

де T_s, T_{0g} - постійна температура стінки каналу і температура теплоносія в початковому перерізі каналу, r_0 - радіус каналу, U - швидкість течії на вході в канал, $\mathrm{Re}=2Ur_0/\nu$ - число Рейнольдса. Останній член в рівнянні (1а) враховує кондуктивний теплоперенос вздовж осі труби і за умови $\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}>100$, яка зазвичай виконується в більшості випадків, їм можна знехтувати.

Профіль швидкості гідродинамічно стабілізованої течії є параболічної функцією і визначається виразом $u=2U(1-r^2/r_0^2)$ або $\bar{u}=2(1-\bar{r}^2)$, де r_0 - внутрішній радіус труби. Використовуючи наведений розподіл швидкостей запишемо рівняння переносу (1) в остаточному вигляді:

$$\frac{\partial^2\theta_g}{\partial \bar{r}^2}+\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial\theta_g}{\partial \bar{r}}=(1-\bar{r}^2)\frac{\partial\theta_g}{\partial \bar{x}}. \quad (2)$$

Граничні умови для розвиненої течії в каналі мають вигляд:

$$T_g(x=0)=T_{0g},\, T_g(r=r_0)=T_s$$

або

$$\theta_g(\bar{x}=0)=1,\, \theta_g(\bar{r}=1)=0. \quad (2a)$$

Розв’язок рівняння (2) шукаємо методом розділення змінних у вигляді добутку двох функцій

$$\theta_g=R(\bar{r})X(\bar{x}). \quad (3)$$

Після підстановки виразу (3) в рівняння (2) отримаємо два диференціальних рівняння:

$$X''+\lambda^2 X=0, \quad (4)$$

$$R''+\frac{1}{\bar{r}}R'+\lambda^2 R\left(1-\bar{r}^2\right)=0, \quad (5)$$

де " ′" позначає диференціювання по відповідній незалежній змінній, а λ - стана поділу.

Розв’язком рівняння (4) буде функція

$$X=C\exp(-\lambda^2\bar{x}) \quad . (6)$$

Оскільки рівняння (5) є рівнянням Штурма-Ліувілля, то загальний розв'язок вихідного рівняння (2) записується у вигляді:

$$\theta_g = \sum_{n=0}^{\infty} C_n R_n(\bar{r}) \exp(-\lambda_n^2 \bar{x}), \tag{7}$$

де λ_n - власні значення, R_n - власні функції, C_n - деякі сталі.

Враховуючи, що щільність відведеного з поверхні теплового потоку дорівнює

$$q_s = -\lambda_g \left.\frac{\partial T_g}{\partial r}\right|_{r=r_0} = -\lambda_g \frac{T_s - T_{0g}}{r_0} \left.\frac{\partial \theta_g}{\partial \bar{r}}\right|_{\bar{r}=\bar{r}_0},$$

після диференціювання виразу (7) знаходимо:

$$q_s = \frac{2\lambda_g}{r_0} \sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp(-\lambda_n^2 \bar{x})(T_s - T_{0g}), \tag{8}$$

де $G_n = (C_n / 2) R'_n(1)$.

Середньомасова температура рідини в каналі після відповідних обчислень визначається виразом:

$$T_{gm} = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} u T_g r dr = 8 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{G_n}{\lambda_n^2} \exp(-\lambda_n^2 \bar{x}). \tag{9}$$

Оскільки коефіцієнт тепловіддачі в каналі визначається із співвідношення

$$\alpha^* = \frac{q_s}{T_s - T_{gm}} = \frac{q_s}{(T_s - T_{g0})\theta_{gm}},$$

то локальне число Нуссельта знаходиться як

$$Nu^* = \frac{2r_0\alpha^*}{\lambda_g} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp(-\lambda_n^2 \bar{x})}{2\sum_{n=0}^{\infty} (G_n / \lambda_n^2) \exp(-\lambda_n^2 \bar{x})}. \tag{10}$$

Постійні коефіцієнти і власні значення, що входять до вищенаведеного виразу наведені в [1] і табл. 1.

1. Значення коефіцієнтів

n	λ_n^2	G_n	n	λ_n^2	G_n
0	7,312	0,749	3	215,2	0,414
1	44,62	0,544	4	348,5	0,382
2	113,8	0,463			

При $n > 2\ \lambda_n = 4n + 8/3,\ G_n = 1{,}01276\lambda_n^{-1/2}$. Для великих значень $\bar{x}$ ряд швидко сходиться і число Нуссельта стає рівним $Nu''_\infty = 3{,}658$.

Знайдемо функціональне співвідношення для щільності відведеного теплового потоку в каналі при довільному розподілі температури вздовж стінки каналу. Для цього скористаємося методом суперпозиції, відповідно, з яким співвідношення (8) для течії в каналі може бути представлено у вигляді

$$q_s = \frac{\lambda_g}{r_0}\left[\int_0^{\bar{x}} \theta'_r(\bar{x}-\xi,1)\frac{dt_s}{d\xi}d\xi + \sum_1^{k=i}\theta'_r(\bar{x}-\xi_k,1)\Delta t_{sk}\right], \tag{11}$$

де значення похідної $\theta'_r = \partial\theta_g/\partial\bar{r}$ з урахуванням (7) дорівнює

$$\theta'_r = 2\sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp(-\lambda_n^2\bar{x}). \tag{12}$$

Після підстановки (12) у співвідношення (11) для кусково-безперервної зміни температури поверхні знаходимо:

$$q_s = \frac{2\lambda_g}{r_0}\left[\int_0^{\bar{x}}\left(\sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp[-\lambda_n^2(\bar{x}-\xi)]\right)\frac{dt_s}{d\xi}d\xi + \sum_{k=1}^{k=i}\sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp[-\lambda_n^2(\bar{x}-\xi_k)]\Delta t_{sk}\right] \tag{13}$$

Для турбулентної течії теплоносія рівняння переносу енергії в каналі (1) дещо змінюється

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r(a_t + a_g)\frac{\partial T_g}{\partial r}\right] = u\frac{\partial T_g}{\partial x} - \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2}, \tag{14}$$

де a_t - турбулентна складова коефіцієнта теплопровідності. При розрахунку турбулентних течій зазвичай виходять з аналогії між переносом імпульсу і енергії (аналогія Кармана) і вважають, що a_t дорівнює коефіцієнту турбулентної в'язкості. При побудові профілю швидкості в каналах часто використовують тришарову схему течії, коли профіль швидкості розбивається на три ділянки: ламінарний підшар, проміжний шар і турбулентний ядро. У ламінарному підшарі використовується лінійний закон зміни профілю швидкості (a_t=0), а для проміжного шару і турбулентного ядра вважають справедливим логарифмічний закон зміни профілю, коефіцієнти якого вибирають з умови найкращого узгодження з експериментальними даними. У ряді випадків для опису профілю швидкості використовують степеневу залежність швидкості від поперечної координати (закон 1/7), який також задовільно узгоджується з експериментом. При такому підході, як і у випадку ламінарного режиму течії, для рішення рівняння (5) застосовується метод розділення змінних, який був використаний для розрахунку ламінарних течій. Процедура розв'язку і отримані вирази для теплових характеристик при цьому не змінюються. Відмінність полягає в тому, що оскільки коефіцієнт a_t залежить від чисел Рейнольдса Re і Прандтля Pr, то при обчисленні власних значень λ_n^2 і функцій G_n отримано сімейство рішень для різних значень Re і Pr. Деякі результати чисельних обчислень, отриманих в [1] наведені в табл. 2.

2. Значення чисел Рейнольдса і Прандтля

n	Pr	Re	λ_n^2	G_n
0	0,7	50000	235	28,6
1			2640	5,51
2			7400	3,62
0	0,7	100000	400	49,0
1			4430	9,12
2			12800	5,66

Для турбулентної течії ряди в рішеннях (4) сходяться значно швидше, ніж для ламінарної течії, тому число значень коефіцієнтів, наведених у Табл. 2, достатньо для проведення конкретних розрахунків. Для турбулентних течій вид функціонального співвідношення (11) не змінюється, а при обчисленні щільності відведеного теплового потоку використовуються значення коефіцієнтів, наведені в табл. 2.

Таким чином, розроблено методику розрахунку теплопереносу в трубних каналах за умов вимушеної конвекції, яка враховує неізотермічність поверхні обтікання та зміну температурного градієнту на цій поверхні.

Висновки

1. Розроблена методика розрахунку процесів теплопереносу в каналах при вимушеній конвекції, яка враховує вплив неізотермічності стінок каналу та градієнтів температур на умови теплообміну в каналах.

2. Розроблена методика може бути використана при розрахунку теплообміну в каналах для ламінарного і турбулентного режиму течій.

Список літератури

1. Кэйс В.М. Конвективный тепло- и массоперенос / В.М. Кэйс. – М.: Энергия. 1972. 446 с.

2. Дорфман А.Ш. Теплообмен при обтекании неизотермических тел / А.Ш. Дорфман – М.: Машиностроение. 1982. – 191 с.

3. Gorobets V.G. Heat transfer in a non-isothermal extended surface./V.G. Gorobets. – К.:Компринт, 2014. – 377 с.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТЕПЛООБМЕНА ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ РАЗВИТЫХ ВЫНУЖДЕННЫХ ТЕЧЕНИЯХ В ТРУБНЫХ КАНАЛАХ

Аннотация. Разработана методика расчета теплопереноса в трубных каналах в условиях вынужденной конвекции, которая учитывает влияние неизотермичности поверхности канала на коэффициент теплоотдачи. Проведен численный расчет и получены локальные распределения коэффициента теплоотдачи в трубном канале. Проведено сопоставление с результатами расчета по упрощенным методикам и получены погрешности, которые при этом возникают.

Ключевые слова: теплоперенос, температурный градиент, неизотермичность, коэффициент теплоотдачи

METHOD OF CALCULATION OF HEAT EXCHANGE SURFACES ISOTHERMAL DEVELOP RELUCTANTLY PIPE FLOW CHANNELS

Annotation. The method of calculation of heat pipe channels in the conditions of forced convection that takes into account the influence of nonisothermal surface on heat transfer coefficient. The numerical calculation and distributions of local heat transfer coefficient in the tube channel are received. A comparison with the results of calculation using of simplified modalities is conducted and the errors that occur is found.

Key words: heat transfer, temperature gradient, nonisothermal, heat transfer coefficient