

ОБ АНАЛОГИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ПЛАЗМЫ

*Ю. А. Кожевников, кандидат технических наук
ФГБНУ «Всероссийский научно-исследовательский институт
электрификации сельского хозяйства, г. Москва, Россия
В. Г. Николаев, финансовый директор
ООО «ИнтерФинанс Капитал», г. Москва, Россия*

Аннотация. Рассмотрены нетрадиционные способы оценки частиц плазмы с точки зрения механики и электродинамики движущихся заряженных частиц, с позиции применения теории сплошных сред и релятивистской механики.

Ключевые слова: плазма, заряженные частицы, механика и электродинамика заряженных частиц, вращательное движение, релятивистская механика

Охарактеризуем исследуемую плазму.

Биотопливо подается в плазменную камеру в виде аэрозоля (мелкокапельная жидко-воздушная смесь) с использованием ультразвуковой форсунки и системы нагнетания воздуха. Попадая в область коронного емкостного СВЧ-разряда капельки топлива моментально испаряются, при этом частично распадаясь на атомы и ионы.

Для создания магнитного поля используется сложная винтовая спиральная катушка с одной замкнутой обмоткой из двух слоев, которые изолированы друг от друга и от камеры сгорания керамическими диэлектрическими цилиндрами. Катушка обладает значительной индуктивностью при относительно малой ёмкости и малом активном сопротивлении. При протекании через катушку переменного электрического тока наблюдается её значительная инерционность.

При выходе в устойчивый режим работы катушка способна аккумулировать значительную энергию от ионного электрического тока, созданного плазменным потоком. Главная задача такой катушки снять спиновые запреты молекул и атомов на определенные виды химических реакций. В тоже время она играет роль дополнительного источника энергии для нагрева плазменного потока.

Плазма в наших установках является:

1. Низкотемпературной (температура порядка 10^3 — 10^5 °С) и степенью ионизации 10^{-6} — 10^{-1} , получаемая с помощью коронных электрических разрядов с использованием СВЧ-плазматронов. Значение напряжения

внутреннего электрического поля выше предельного значения, поэтому следует отрыв электронов от нейтральных атомов и молекул [1].

2. *Квазиравновесной* (при давлениях порядка атмосферного и выше (нормальное атмосферное давление в паскалях принято считать равным 10^5 Па = 100 кПа.). Поэтому кинетические закономерности процессов определяются только высокой температурой взаимодействующих частиц [2].

3. *Комбинированной*. Используется одновременно емкостной коронный СВЧ-разряд и индуктивное воздействие внутри топочной камеры при приложении внешнего высокочастотного переменного магнитного поля с частотой 1 – 100 МГц. Дело в том, что при прочих равных условиях плазма, на которую воздействуют внешним магнитным полем, характеризуется существенно более высокой концентрацией электронов по сравнению с емкостным разрядом.

Цель исследований – оценить частицы плазмы с точки зрения механики и электродинамики движущихся заряженных частиц, с позиции применения теории сплошных сред и релятивистской механики.

Материалы и методика исследований. При моделировании плазмы обычно используют 3 метода, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки (см. табл. 1).

В нашем случае, плазма образуется из быстродвижущегося капиллярного воздушно-жидкостного потока, который подвергается мощному воздействию коронного разряда, генерируемого на СВЧ-частотах с помощью плазматронов.

Капельки жидкости быстро расщепляются на молекулы и атомы в соответствии с теорией термодинамических фазовых переходов. А затем большая часть образованных частиц теряет электроны, образуя ионизированные молекулы и атомы, которые продолжают быстро поступательно перемещаться в объеме камеры сгорания [3]. При этом нет смысла учитывать вероятности их столкновений, так как процесс носит потоковый характер, разбегание которого обусловлено особенностями конструкции и воздействием внешних полей.

Поэтому такую плазму следует рассматривать, прежде всего, как физический процесс механического движения малоразмерных материальных тел. А затем учесть теорию горения в такой динамически перемещающейся системе. Причем магнитное поле должно рассматриваться как катализатор горения, т.к. установка не предназначена для прямого получения электрического тока.

Очевидно, что не один из представленных подходов моделирования не подходит для моделирования формируемой в установке плазмы. В тоже время отдельные приемы моделирования могут быть полезны.

Методы моделирования плазмы

Плазма как совокупность волновых процессов (уравнение Власова-Максвелла)	Плазма как сплошная непрерывная среда (уравнения Навье-Стокса и Эйлера)	Плазма как совокупность движущихся частиц (уравнение Бернулли и Лиувилля)
Особенности		
Прозрачные уравнения в системе, но решения сильно далеки от реальности.	Система имеет решения, как правило, при достаточно строгих ограничениях.	Система уравнений решается численными методами.
Недостатки		
1. Не учитывается поведение нейтральных частиц 2. Все заряженные частицы рассматриваются как виртуальные. 3. Все движение плазмы рассматривается как совокупность электромагнитных волн.	1. Не учитывается массовые различия частиц. 2. Не учитываются особенности поведения отрицательно/положительно заряженных и нейтральных частиц в системе. 3. В качестве параметров доминируют: скорость потока, его плотность, давление и вязкость.	1. Функция столкновений частиц, введенная Больцманом, характерна для плазмы, которая находится в равновесном спокойном состоянии. 2. Не учитывается механическая динамика как всего потока и отдельных его составляющих. 3. Не учитываются влияние электрических зарядов частиц при воздействии внешних полей.

Результаты исследований. 1. *Механика частиц, обладающих массой*1.1. *Вращение материальных объектов*

Вращение характеризуется углом φ ,

$$\text{угловой скоростью } \omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1)$$

$$\text{и угловым ускорением } \zeta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (2)$$

Для частицы, совершающей вращение как некое объемное тело, справедливо соотношение для момента импульса \vec{L} :

$$\vec{L} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\zeta}, \quad (3)$$

где J – момент инерции относительно оси вращения,

$\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости.

Момент инерции – это скалярная физическая величина, мера инертности во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является

мерой его инертности в поступательном движении. Для материальной точки момент инерции равен:

$$J = mr^2, \quad (4)$$

где r – минимальное расстояние от материальной точки до ее оси вращения.

Линейная скорость частицы определяется из формулы Эйлера:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad (5)$$

где \times – оператор векторного произведения векторов,

\vec{r} – радиус вектор, проведенный от точки, расположенной на оси вращения к самой частице.

Момент импульса \vec{L} может быть определен через линейный импульс частицы:

$$\vec{L} = -\vec{p} \times \vec{r} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (6)$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс частицы. (7)

Момент силы частицы определяется как векторное произведение с учетом того, что вращение происходит с постоянной скоростью:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (8)$$

где \vec{F} – сила, действующая на частицу.

В случае движения частицы в электромагнитном поле такой силой является сила Лоренца:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (9)$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля,

\vec{B} – вектор магнитной индукции.

При вращении с ускорением момент силы определяется как производная момента импульса по времени [4]:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r} \times \vec{p} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\omega} \times \vec{L} + \vec{r} \times \vec{F}, \quad (10)$$

где $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ – линейная скорость (5) материальной точки во вращательном движении.

С другой стороны момент силы определяется из выражения:

$$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\zeta}, \quad (11)$$

Откуда получаем: $J\vec{\zeta} = \vec{\omega} \times \vec{L} + \vec{r} \times \vec{F}$. (12)

2.2. Сложное движение материальных частиц

Рассмотрим формулу Эйлера, которая связывает две точки твердого тела:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (13)$$

Если продифференцировать эту формулу, получим:

$$\frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} + \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt} = \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{a}_A + \vec{\zeta} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}, \quad (14)$$

где \vec{r} – радиус вектор, проведенный из точки A в точку B ,

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad - \quad \text{линейная скорость (5) материальной точки во}$$

вращательном движении.

Важным компонентом этого уравнения является осестремительное (нормальное) ускорение:

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega^2 \vec{r} = \frac{v^2}{R} \vec{e}_n, \quad (15)$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Осестремительное (нормальное) ускорение, совпадает с нормальным переносным ускорением той точки вращающейся системы, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка. Формула осестремительного ускорения применима как в случае движения с постоянной (по абсолютной величине) скоростью, так и к произвольному случаю.

Однако в произвольном случае полное ускорение определяется по формуле:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_n + \vec{a}_r = \vec{\omega} \times \vec{v} + \frac{d\vec{v}_r}{dt}, \quad (16)$$

где $\vec{a}_r = \frac{dv}{dt} \vec{e}_r$ – тангенциальное ускорение, которое по направлению совпадает с касательной к траектории (или с мгновенной скоростью);

\vec{e}_r и \vec{e}_n – единичные вектора касательной и нормали к траектории движения.

Если материальная точка вращается с постоянной скоростью $\zeta = \frac{d\omega}{dt} = 0$, то получаем аналог формулы Лоренца для вычисления силы, действующей на материальную частицу среды при сложном механическом движении:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m(\vec{a} + \vec{\omega} \times \vec{v}). \quad (17)$$

В соответствии с теоремой о сложении скоростей для тел, совершающих сложное движение (одновременно вращательное и поступательное), имеем:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}_r, \quad (18)$$

где \vec{v}_a – вектор абсолютной скорости,

\vec{v}_0 – вектор скорости поступательного движения,

\vec{v}_r – вектор относительной скорости движения материальной точки,

$\vec{\omega}$ – угловая скорость вращательного движения.

Следовательно, если привязаться к усредненному потоку среды из материальных точек ($\vec{v}_r = 0$), то последняя формула будет идентична формуле Эйлера:

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (19)$$

2.3. Моделирование плазмы как сплошной среды

В соответствии с теоремой Коши-Гельмгольца распределение скоростей среды задаётся уравнением [7]:

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r} + \nabla \varphi, \quad (20)$$

где \vec{v}_0 – скорость поступательного движения элемента среды,

$\vec{\omega}$ – вектор углового вращения элемента среды,

φ – потенциал деформации элемента среды,

$\nabla \varphi = \text{grad} \varphi$ – вектор деформации элемента среды.

Таким образом, движение сплошной среды складывается из поступательного движения, вращательного движения и потенциального движения – деформации.

Если следовать аналогии электромагнетизма, то вектор Пойнтинга в механике можно записать как:

$$\vec{P} = \rho(\vec{v}_0 \times \vec{\omega} \times \vec{r}) = \rho(\vec{v}_0 \times \vec{v}), \quad (21)$$

где \vec{v} – линейная скорость материальной точки или элемента среды во вращательном движении,

ρ – плотность среды,

Согласно теореме разложения Гельмгольца дивергенция этого вектора будет определяться выражением:

$$\text{div} \vec{P} = \rho[\text{rot}(\vec{v}_0) \vec{v} - \vec{v}_0 \text{rot}(\vec{v})] = -\rho \vec{v}_0 \text{rot}(\vec{v}) = -2\rho \vec{v}_0 \vec{\omega}, \quad (22)$$

т.к. $\text{rot}(\vec{v}_0) = 0$ и $\text{rot}(\vec{v}) = 2\vec{\omega}$.

Отдельные частицы плазмы могут двигаться с очень высокой скоростью, близкой к скорости света. Такие частицы надо рассматривать специальным образом.

При моделировании плазмы ее часто рассматривают как сплошную среду, движение которой описывается скалярным полем плотности и векторным полем скоростей. Если плотность сплошной среды постоянная, сплошную среду считают несжимаемой.

Важным аспектом при моделировании сплошных сред является уравнение непрерывности, дифференциальная форма которого выглядит следующим образом [8]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_p = q, \quad (23)$$

где $\vec{j}_p = \rho \vec{v}_p$ – плотность плазменного потока как сплошной среды;

$\rho = \rho(x, y, z, t)$ – плотность плазменной среды;

$\vec{v}_p = \vec{v}_p(x, y, z, t)$ – вектор скорости плазменного потока в точке с координатами (x, y, z) в момент времени t ;

$q = \frac{dQ}{dVdt}$ – удельное тепловыделение (на единицу объема в единицу времени).

Последнее уравнение является аналогом формулы закона Ампера-Максвелла и теоремы Пойнтинга:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{D}}{dt} - \text{rot}(\vec{H}) &= -\vec{j}; \\ \frac{dW}{dt} + \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) &= -\vec{j} \cdot \vec{E}.\end{aligned}\quad (24)$$

Используя уравнение (22), имеем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \vec{v}_0 \text{rot}(\vec{v}) = -kq, \quad (25)$$

где k – коэффициент согласования выделенной удельной энергии уменьшению плотности плазменной среды.

Уравнение Навье-Стокса движения сплошной среды имеют вид [9]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \nu \Delta \vec{v} + \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (26)$$

где $\rho(x, y, z, t)$ – плотность среды;

$p(x, y, z, t)$ – давление в среде;

$\vec{v}(x, y, z, t)$ – вектор скорости частиц среды;

$\vec{f} = \frac{1}{m} \vec{F}(x, y, z, t)$ – вектор напряженности внешнего силового поля,

действующего на сплошную среду (вектор массовых сил, где сила определяется в расчёте на единицу массы);

ν – коэффициент кинематической вязкости;

∇ – оператор Гамильтона (набла) для трехмерного пространства,

$\text{rot} \vec{A} = \nabla \times \vec{A}$, $\text{grad} \vec{A} = \nabla \vec{A}$, $\text{div} \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A}$,

Δ – векторный дифференциальный оператор Лапласа;

$\Delta \vec{A} = \nabla^2 \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \text{div}(\text{grad}(\vec{A})) - \text{rot}(\text{rot}(\vec{A}))$.

В топливной камере, где находится рассматривая плазменная среда, давление практически постоянно, поэтому $\nabla p = \text{grad}(p) = 0$. Кинематическая вязкость в нашем случае близка к единице $\nu = 1$. Следовательно, уравнение Навье-Стокса примет вид:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \Delta \vec{v} + \vec{f}. \quad (27)$$

Если не учитывать кинематическую вязкость, то мы получим уравнение Эйлера для идеальной сплошной среды:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \Delta \vec{v} = \vec{f}. \quad (28)$$

Используя известную из векторного анализа формулу:

$$\frac{1}{2} \text{grad}(\vec{v}^2) = \vec{v} \times \text{rot}(\vec{v}) + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}, \quad (29)$$

или

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \frac{1}{2} \text{grad}(\vec{v}^2) - \vec{v} \times \text{rot}(\vec{v}), \quad (30)$$

получим:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad}(\vec{v}^2) - \vec{v} \times \text{rot} \vec{v} - \text{div}(\text{grad}(\vec{v})) - \text{rot}(\text{rot}(\vec{v})) = \vec{f}. \quad (31)$$

В этом выражении $\text{rot}(\text{rot}(\vec{v}))=0$, т.к. $\text{rot}(\vec{v})=2\vec{\omega}$ – потенциальный однонаправленный вектор материальной точки среды. Следовательно:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad}(\vec{v}^2) - \vec{v} \times \text{rot}(\vec{v}) - \text{div}(\text{grad}(\vec{v})) = \vec{f}. \quad (32)$$

Обычно к полученному уравнению применяют дифференциальную функцию rot . С учетом того, что $\text{rot}(\text{grad} \vec{A})=0$ и $\text{rot}(\text{div} \vec{A})=0$, получают выражение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{v} - \text{rot}(\vec{v} \times \text{rot}(\vec{v})) = \text{rot}(\vec{f}) \quad (33)$$

или

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - \text{rot}(\vec{v} \times \vec{\omega}) = \frac{1}{2} \text{rot}(\vec{f}). \quad (34)$$

Из векторного анализа $\text{rot}(\vec{v} \times \vec{\omega})=0$, поэтому окончательно имеем:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} = \frac{1}{2} \text{rot}(\vec{f}). \quad (35)$$

К уравнению (30) можно применить и дифференциальную функцию div :

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{v} + \frac{1}{2} \text{div}(\text{grad}(\vec{v}^2)) - \text{div}(\vec{v} \times \text{rot}(\vec{v})) - \text{div}(\text{div}(\text{grad}(\vec{v}))) = \text{div}(\vec{f}), \quad (36)$$

где $\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{v}=0$ и $\text{div}(\text{div}(\text{grad}(\vec{v})))=0$, следовательно:

$$\frac{1}{2} \text{div}(\text{grad}(\vec{v}^2)) - \text{div}(\vec{v} \times \text{rot}(\vec{v})) = \text{div}(\vec{f}) \quad (37)$$

или

$$\frac{1}{2} \text{div}(\text{grad}(\vec{v}^2)) + \text{div}(\vec{\omega} \times \vec{v}) = \text{div}(\vec{f}). \quad (38)$$

С учетом теоремы разложения Гельмгольца получим:

$$\frac{1}{2} \text{div}(\text{grad}(\vec{v}^2)) - \vec{\omega} \cdot \text{rot}(\vec{v}) = \text{div}(\vec{f}), \quad (39)$$

или окончательно:

$$\frac{1}{2} \text{div}(\text{grad}(\vec{v}^2)) - 2\vec{\omega}^2 = \text{div}(\vec{f}). \quad (40)$$

При воздействии на плазму электромагнитным полем вектор массовых сил определяется в расчёте на единицу массы, следовательно, выражение для силы Лоренца для каждой материальной частицы сплошной плазменной среды следует поделить на массу [5]:

$$\vec{f} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (41)$$

С учетом того, что электрическое поле не проникает в тело плазмы, т.к. ее ионизированное тело является великолепным проводником, то остается только воздействие магнитным полем. Следовательно, уравнение для массовой силы упроститься:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m}(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (42)$$

В итоге получаем систему из 2-х уравнений, которая описывает поведение сплошной движущейся плазменной среды при воздействии внешнего магнитного поля:

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} - \rho \vec{v}_0 \text{rot}(\vec{v}) = -k \frac{d^2 Q}{dV dt}, \\ \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{q}{2m} \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) \end{cases}, \quad (43)$$

где $\rho(x, y, z, t)$ плотность плазменной среды;

$\vec{v}(x, y, z, t)$ – вектор скорости частиц плазменной среды;

$\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости частиц плазменной среды;

$\vec{v}_0(x)$ – начальная скорость сплошного потока;

Q – выделяемая теплота от плазменной камеры;

V – объем плазменной камеры;

k – коэффициент пропорциональности (определяется экспериментально);

q – заряд материальной частицы плазменной среды;

m – масса материальной частицы плазменной среды;

k – коэффициент пропорциональности (определяется экспериментально);

\vec{B} – вектор индукции магнитного поля.

Такое совместное описание сплошной проводящей плазменной среды при внешнем воздействии магнитного поля позволяет раскрыть суть магнитогидродинамических (МГД) явлений. Важно также отметить, что при действии внешнего магнитного поля происходит снятие вырождения по поляризации у волновых процессов, поэтому появляются новые ветви собственных волн. Среди них выделяют [3]:

- альфвеновские волны;
- магнитный звук (быстрая и медленная магнитозвуковые волны);
- обыкновенная и необыкновенная волны;
- циклотронные волны;
- моды Бернштейна;
- дрейфовые волны (в неоднородной плазме).

Еще один важный момент, который необходимо учитывать при создании индукционно-связанных систем. Это то, что на самом деле на заряженную частицу в плоскости магнитного вихря действует сила Лоренца, вектор которой складывается из двух перпендикулярных векторов (см. рис. 1). Направление вектора силы Лоренца зависит от знака заряженной частицы или материального объекта, и на рисунке показаны лишь условно. Сила Лоренца не действует на движущуюся заряженную частицу только в одном случае, когда вектор скорости ее движения коллинеарен вектору напряженности магнитного поля в вихре.

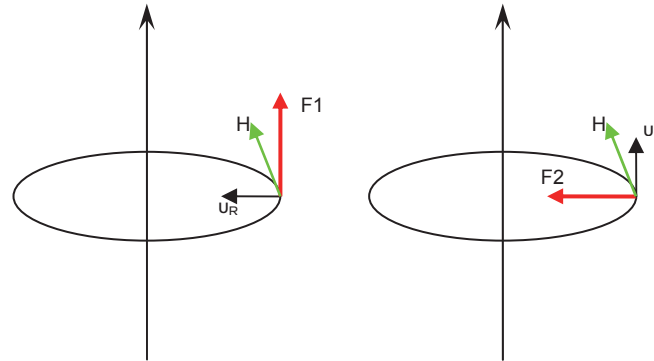


Рис. 1. Составляющие силы Лоренца для заряженной частицы, движущейся относительно магнитного вихря

Существенную роль также играют резонансы, которые проявляются на так называемых гибридных частотах и на ионной циклотронной частоте.

2. Аналогии в уравнениях плазмы

Теперь можно составить таблицу аналогий для уравнений, описывающих движение частицы как механического и электромагнитного объекта (табл. 2). При этом будем считать, что частица совершает одновременно поступательное и вращательное движение в вакууме.

Таблица 2

Методы моделирования плазмы

Физический параметр	Механика	Электродинамика
Полная энергия заряженной материальной частицы	$W = \frac{\vec{p}\vec{v}}{2} + \frac{\vec{L}\vec{\omega}}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$	$W = \frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2} + \frac{\vec{H}\cdot\vec{B}}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}$
Уравнение циркуляции	<i>Теорема Гельмгольца</i> $\text{rot}\vec{v} = 2\vec{\omega}$	<i>Теорема Ампера о циркуляции магнитного поля</i> $\text{rot}\vec{H} = \vec{j}$
Связь линейных и угловых параметров	<i>Формула Эйлера</i> $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$	<i>Закон Ампера</i> $\vec{H} = \frac{1}{2} \vec{j} \times \vec{r}$
Силы, действующие на материальные заряженные частицы	<i>Второй закон Ньютона с учетом вращения</i> $\vec{F} = m(\vec{a} + \vec{v} \times \vec{\omega})$	<i>Сила Лоренца</i> $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$
Формулы определения ускорения материальных заряженных частиц	$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} + \vec{v} \times \vec{\omega}$	$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

В табл. 2: J – момент инерции относительно оси вращения, L – момент импульса, v – линейная скорость частицы среды, ω – угловая скорость, p – импульс, a – ускорение при механическом движении, m – масса частицы, q – заряд частицы, j – плотность тока проводимости, H – напряжённость магнитного поля, E – напряжённость электрического поля, $D = \varepsilon_0 E$ – индукция электрического поля, $\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, $B = \mu_0 H$ – индукция магнитного поля, $\mu_0 = 1,25664 \cdot 10^{-6}$ Гн/м – магнитная постоянная, \vec{r} – радиус вектор, проведенный от точки, расположенной на оси вращения к самой частице.

3. Быстрые частицы в плазменной среде

3.1. От теории вращения к релятивистской механике

Для вращательного движения материальных частиц характерны прецессия и нутация.

Прецессия — явление, при котором момент импульса тела меняет своё направление в пространстве под действием момента внешней силы. При этом угловая скорость прецессии определяется как:

$$\vec{\omega}_p = \frac{d\vec{\phi}}{dt} = \frac{\vec{M}}{\vec{L}} = \frac{\vec{M}}{J\vec{\omega}}, \quad (44)$$

где $\vec{\phi}$ – вектор угла прецессии.

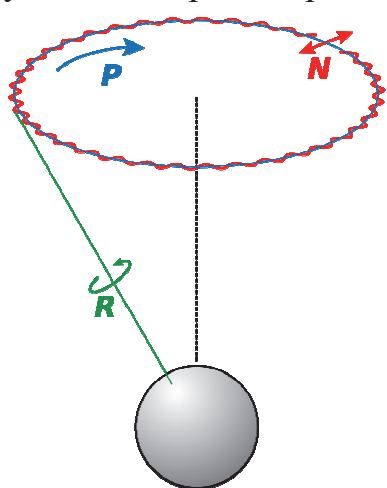


Рис. 2. Прецессия и нутация оси вращения твердого

Нутация — слабое нерегулярное «подрагивание» оси вращения вращающегося тела, совершающего прецессию, заключается в слабом изменении так называемого угла нутации между осями собственного и прецессионного вращения тела (рис.2) [10].

Введем обозначения: R – вращение, P – прецессия, N – нутация.

Соответственно преобразование путем поворота системы можно выразить как:

$$K' = M(\alpha, \beta, \delta) \cdot K, \quad (45)$$

где $K' = \{X, Y, Z\} = \{x', y', z'\}$ – система отсчета после преобразований,

$K = \{x, y, z\}$ – исходная система отсчета.

Любое вращение в трехмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг трех осей декартовых координат. Этой композиции соответствует матрица, равная произведению соответствующих трех матриц поворота [11]:

$$M(\alpha, \beta, \delta) = M_z(\alpha) \cdot M_x(\beta) \cdot M_z(\delta). \quad (46)$$

Такая матрица вращения будет выглядеть следующим образом:

$$M(\alpha, \beta, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \delta - \sin \alpha \cos \beta \sin \delta & -\cos \alpha \sin \delta - \sin \alpha \cos \beta \cos \delta & \sin \alpha \sin \delta \\ \sin \alpha \cos \delta - \cos \alpha \cos \beta \sin \delta & -\sin \alpha \sin \delta + \cos \alpha \cos \beta \cos \delta & -\cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \delta & \sin \beta \cos \delta & \cos \beta \end{pmatrix}, (47)$$

где α , β и δ – углы Эйлера (см. рис 3), значение которых показывает, как необходимо повернуть систему, чтобы привести ее из любого положения к текущему [12]:

α – угол между осью x и линией узлов (угол прецессии);

β – угол между осями z и z' (угол нутации);

δ – угол между осью x' и линией узлов (угол собственного вращения);

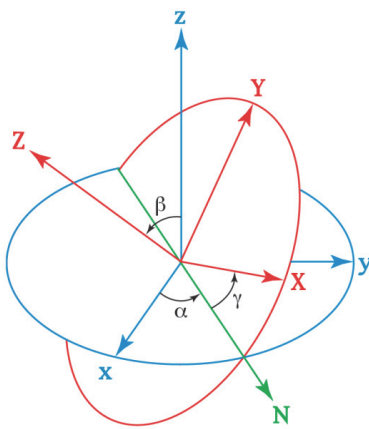


Рис. 3. Углы

Линия узлов (N) – пересечение координатных плоскостей $\{x, y\}$ и $\{x', y'\}$.

Если принять условие, при котором угол нутации равен $\beta = 0$, то матрица поворота для 4-мерного пространства запишется в следующем виде:

$$M(\alpha, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta & -(\sin \alpha \cos \delta + \cos \alpha \sin \delta) & 0 & 0 \\ (\sin \alpha \cos \delta + \cos \alpha \sin \delta) & \cos \alpha \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. (48)$$

Соответственно само преобразование путем поворота системы можно выразить как:

$$K' = M(\alpha, \delta) \cdot K, (49)$$

где $K' = \{t', x', y', z'\}$ — получаемая в результате преобразований система отсчета;

$K = \{t, x, y, z\}$ — исходная система отсчета.

Если отсутствует прецессия оси вращения $\alpha = 0$, то матрица поворота будет выглядеть следующим образом:

$$M(\alpha, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. (50)$$

3.2. Релятивистская механика материальных тел

Если инерциальная система отсчета K' движется относительно инерциальной системы отсчета K с постоянной скоростью v вдоль оси x близкой к скорости света c , а начала пространственных координат совпадают в начальный момент времени в обеих системах, то преобразования Лоренца (прямые) имеют вид:

$$\begin{aligned}
t' &= \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\
x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\
y' &= y, \\
z' &= z,
\end{aligned}
\tag{51}$$

где c — скорость света.

Если преобразования Лоренца записать в матричном виде, то получим [13]:

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \frac{v}{c}\gamma & 0 & 0 \\ \frac{v}{c}\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix},
\tag{52}$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \text{ — Лоренц-фактор.}
\tag{53}$$

По аналогии с матрицей вращения (50) преобразования Лоренца — это аналог поворота координатных осей для пространства-времени. Поэтому произвольное однородное преобразование Лоренца можно представить как вращение, затрагивающее только время и одну из координат.

При релятивистских скоростях длина движущегося объекта, расположенная в направлении его движения, измеренная «неподвижными» наблюдателями, оказывается меньше, чем в действительности истинная длина объекта:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.
\tag{54}$$

Также такой процесс характеризуется замедлением времени:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},
\tag{55}$$

где Δt — время, проходящее между двумя событиями движущегося объекта с точки зрения неподвижного наблюдателя,

Δt_0 — время, проходящее между двумя событиями движущегося объекта с точки зрения наблюдателя, связанного с движущимся объектом,

v — относительная скорость движения объекта,

c — скорость света в вакууме.

Импульс в релятивистской механике:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad (56)$$

Если обе части этой формулы возвести в квадрат, а потом умножить на скорость света в квадрате, то получим уравнение вида:

$$p^2 c^2 - p^2 v^2 = m^2 v^2 c^2 \quad \text{или} \quad m^2 c^4 v^2 - p^2 v^2 c^2 = m^2 c^4 v^2. \quad (57)$$

Сокращая на v^2 , окончательно получим:

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4. \quad (58)$$

Если же использовать формулу Эйнштейна $E = mc^2$, то классическое определение импульса частицы по Ньютону можно выразить так:

$$\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v}. \quad (59)$$

При скоростях, близких к скорости света, классическая формула сложения скоростей перестаёт выполняться. Вместо этого, инвариантными являются преобразования Лоренца, а связь скоростей в двух инерциальных системах отсчета получается следующей:

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{v_x u}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_y u}{c^2}}, \quad v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_z u}{c^2}}, \quad (60)$$

где $\vec{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$ – скорость материальной точки в системе (x, y, z) ,

$\vec{u} = \{u_x, 0, 0\}$ – линейная скорость движения по оси x системы отсчета (x', y', z') относительно системы отсчета (x, y, z) .

3.3. Внешнее магнитное поле как ускоритель заряженных частиц

Одним из важнейших принципов оптики является принцип Гюйгенса — Френеля, который гласит: «каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, порождающего вторичные сферические волны, а результирующее световое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн».

В последующем Гельмгольц и Кирхгоф дали принципу Гюйгенса строгий математический вид, показав, что его можно считать приближенной формой интегральной теоремы.

Важным следствием вышеназванного принципа является принцип Ферма, который представляет собой предельный случай принципа Гюйгенса-Френеля. В перефразированной форме он будет звучать так: «электромагнитное поле всегда двигается из начальной точки в конечную точку по пути, который требует наименьшее время прохождения».

Рассмотрим пример, когда электромагнитное поле падает на некоторую поверхность (рис. 4).

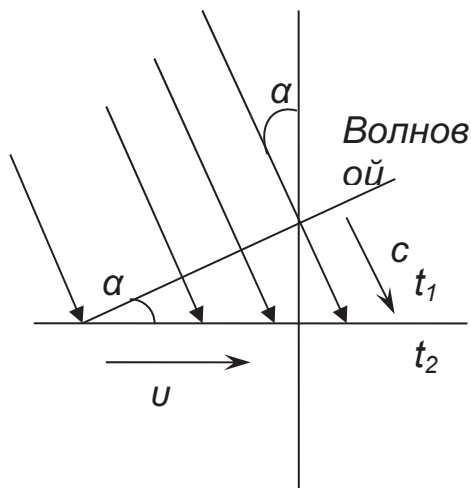


Рис. 4. Взаимодействие волнового фронта с поверхностью

При падении электромагнитной волны, например светового луча, волновой фронт в разные моменты времени достигает двухмерной поверхности. Причем, очевидно, что на плоскости скорость распространения фронта электромагнитной волны определяется уравнением:

$$v = \frac{c}{\sin \alpha}, \quad (61)$$

где c – скорость света, α – угол падения электромагнитной волны.

Если, придерживаться постулата о том, что скорость света – максимальная скорость в различных многомерных пространствах, то получается, что время на поверхности протекает быстрее относительно

рассматриваемого волнового процесса:

$$\frac{t_2}{t_1} = \sin \alpha, \quad (62)$$

где $t_1 < t_2$ — разница времени.

Другими словами, на плоской 2-х мерной поверхности пройдет больший временной интервал, чем в 3-х мерном пространстве, из которой падает электромагнитная волна.

Этот пример наглядно доказывает справедливость того, что если постулат о максимально возможной скорости – скорости света остается неизменной в пространствах различной размерности, то любой переход из более многомерного пространства в пространство с меньшей размерностью совершается с преобразованием времени. Другими словами, время в пространствах с более низкой размерностью протекает быстрее, а в пространствах с высокой размерностью медленнее. Поэтому наблюдатель, совершающий переход через многомерное пространство всегда будет видеть эту разницу, т.к. у него пройдет мало времени, а вернувшись, он увидит, что прошло значительное количество времени.

Чтобы использовать этот замечательный эффект в камере сгорания, в которой находится ионизированная плазменная среда, необходимо индуцировать магнитное поле, которое будет проходить через объем топочной камеры с некоторым ускорением (рис. 5).

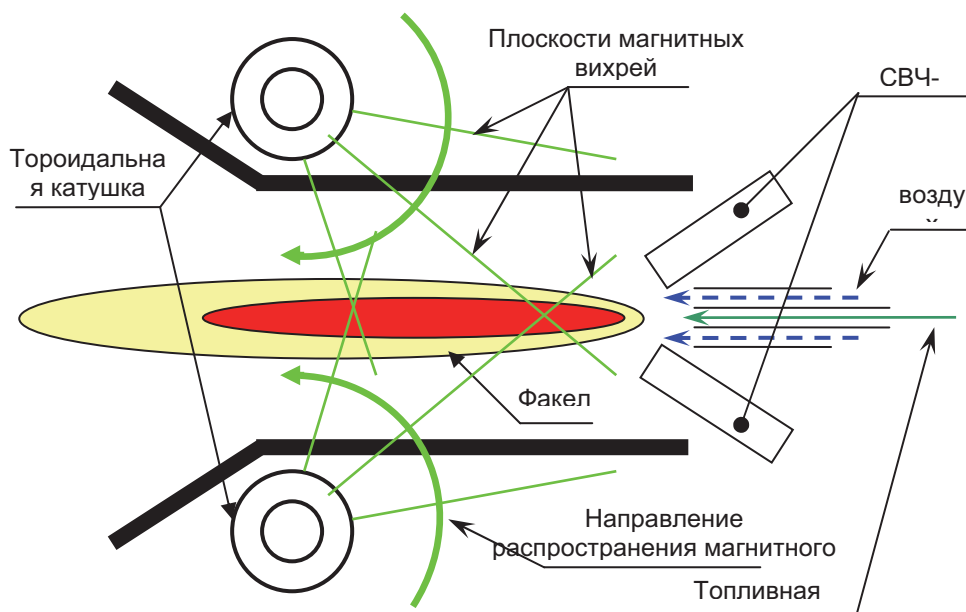


Рис. 5. Использование внешнего магнитного поля для управления легкими заряженными частицами

Согласно теореме о циркуляции магнитного поля вокруг проводников с током Ампера, в катушке тороидального соленоида плоские вихри магнитного поля образуют сложные конусообразные формы проводу. Скорость тока в проводнике катушки равна скорости света, следовательно, скорость прохождения плоскостей магнитных вихрей через мнимую ось факела выше, т.к. это следует из теории волн о волновом векторе. Поэтому создается некое подобие магнитного ускорителя, который должен образовывать воронку из легких заряженных частиц (электронов), максимальная плотность которых приходится на плоскость симметрии соленоидальной катушки в форме тора. Следовательно в этом месте будет наблюдаться максимальный эффект сгорания топливной смеси.

По сути мы имеем эффект обратный тому, как образуется тороидальный вихрь (вихревое кольцо), которое создает струя жидкости или газа. Этот трюк любят проделывать курильщики. Такое тороидальное облако возникает также и при выстреле из ружья (рис. 6).

Тор, на котором наматывается катушка, является поверхностью четвертого порядка. В связи с этим магнитное вихревое поле, которое образует тороидальная катушка, является трехмерным. Но самое удивительное в том, что

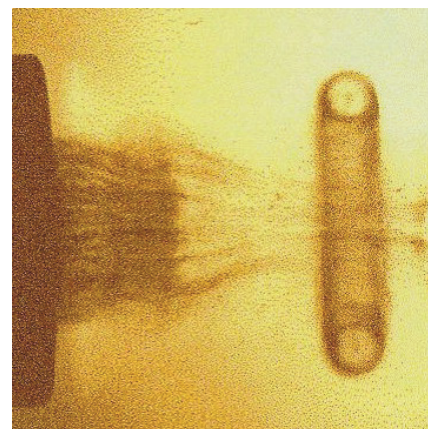


Рис. 6. Образование тороидального вихря

если тороидальная катушка пустотелая, то внутри тора также образуется кольцеобразный вихрь магнитного поля, который также может взаимодействовать с положительно заряженным плазменным потоком ионов. В этом случае можно собрать резонансную систему, в которой будет не одна, а две тороидальных катушки (рис. 7).

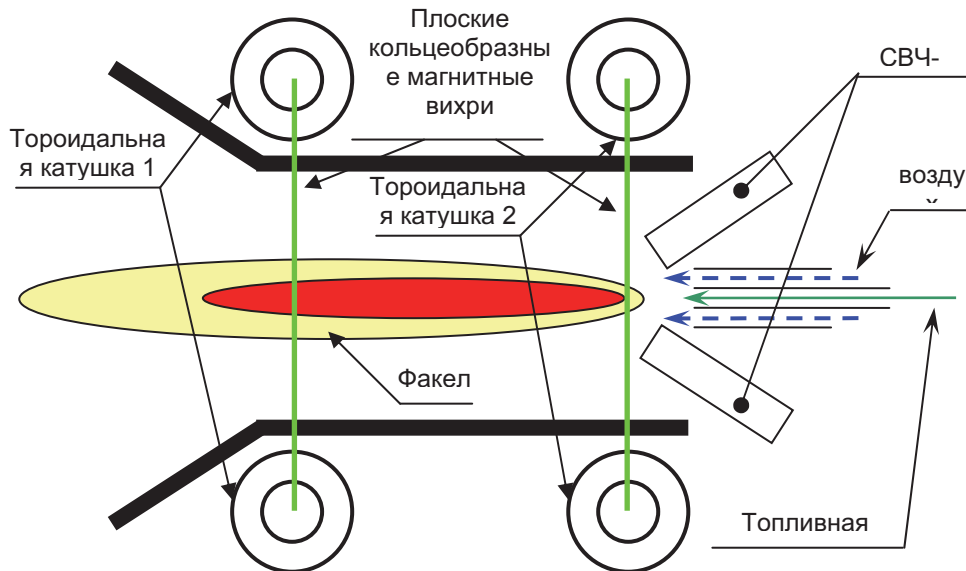


Рис. 7. Использование внешнего магнитного поля от двух тороидальных катушек для создания резонансного эффекта на ионизированном плазменном потоке

В последней конструкции необходимо просто подобрать частоты и расстояние между тороидальными катушками для того, чтобы обе катушки образовали резонансную систему и стали работать синфазно в соответствии с эффектом Гюйгенса.

Выводы. Использование внешнего магнитного поля позволяет значительно поднять эффективность и КПД плазменного котла, т.к. плазменный ионный поток сильно реагирует на присутствие внешнего магнитного поля.

Список литературы

1. Райзер Ю. П. Физика газового разряда / Ю. П. Райзер. – [2-е изд.]. – М.: Наука, 1992. – 536 с.
2. Мак-Таггарт Ф. Плазмохимические реакции в электрических разрядах / Мак-Таггарт Ф. – М.: Атомиздат, 1972. – 256 с.
3. Полак Л. С. Теоретическая и прикладная плазмохимия / Л. С. Полак, А. А. Овсянников, Д. И. Словецкий. – М.: Наука, 1975. – 304 с.
4. Лурье А. И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.: Физматлит, 1961. – 824 с.
5. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1983. – 463 с.

6. Жуковский Н.Е. Теоретическая механика / Н.Е. Жуковский. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1952. – 812 с.
7. Чаплыгин С.А. Избранные труды по механике и математике / С.А. Чаплыгин. – М.: ГИТТЛ, 1954. – 568 с.
8. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика / Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. – М.: ГИТТЛ, 1955. – Т. 1. – 560 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
10. Нутация (физич.) / С. М. Тарг // Никко — Отолиты. — М.: Советская энциклопедия, 1974. — (Большая советская энциклопедия : в 30 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; 1969—1978. — Т. 18).
11. Берёзкин Е. Н. Курс теоретической механики / Е. Н. Березкин. – [2-е изд., пер.]. – М.: Изд-во МГУ, 1974. – 641 с.
12. Журавлев В. Ф. Основы теоретической механики / В. Ф. Журавлев. – [2-е изд.]. – М.: Физматлит, 2001. – С. 23.
13. Гельфанд И. М. Представление группы вращений и группы Лоренца / Гельфанд И. М., Минлос Р. А., Шапиро З. Я. – М., 1958.

ПРО АНАЛОГІЮ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ПЛАЗМИ

Ю. О. Кожевников, В.Г. Ніколаєв

Анотація. Розглянуто нетрадиційні способи оцінки часток плазми з погляду механіки та електродинаміки рухомих заряджених часток, з позиції застосування теорії суцільних середовищ і релятивістської механіки.

Ключові слова: плазма, заряджені частки, механіка й електродинаміка заряджених часток, обертальний рух, релятивістська механіка

ON PHYSICAL ANALOGUES PROCESSES FOR PLASMA

Y. Kozhevnikov, V. Nikolaev

Annotation. This article looks at innovative ways to assess the plasma particles from the viewpoint of mechanics and electrodynamics of moving charged particles, and the use of the theory of continuum mechanics and relativistic mechanics.

Key words: plasma, charged particles, mechanics and electrodynamics of charged particles, the rotational motion, relativistic mechanic