

УДК 514.18

MAPLE-МОДЕЛІ РУХУ ЧАСТИНКИ ШОРСТКОЮ ПОВЕРХНЕЮ ПРЯМОГО КОНОЇДА

А. В. Несвідомін, кандидат технічних наук, старший викладач

Національний університет біоресурсів і природокористування України

e-mail: a.nesvidomin@gmail.com

Анотація. Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки поверхнею прямого коноїда.

Проведений обчислювальний експеримент з дослідження траєкторно-кінематичних властивостей руху частинки поверхнею прямого коноїда за вихідних умов: форми та положення поверхні, місця та напрямку кидання частинки, її початкової швидкості та коефіцієнта тертя.

Аналіз сепаруючих властивостей прямого коноїда з вертикальною віссю вказує про його можливості переміщення сипкого матеріалу, зокрема: 1) частинки у коноїда переміщуються від осі; 2) у коноїда частинки обов'язково зупиняться.

Ключові слова: супровідний тригранник, матеріальна точка, прямий коноїд, траєкторія руху

Актуальність. У багатьох технологічних процесах сільськогосподарського виробництва має місце рух частинок матеріалу шорсткими робочими поверхнями складної форми. Знання закономірностей руху частинки (як матеріальної точки) шорсткою поверхнею довільного положення в тривимірному просторі дозволяє провести розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів робочих органів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для поділу частинок сипучого матеріалу на окремі фракції використовуються різноманітні гвинтові робочі поверхні, утому числі прямого коноїда.

Для здійснення раціонального переміщення або сепарації сипучого матеріалу, необхідно врахувати значну кількість конструктивно-технологічних факторів, що без комп'ютерного аналізу здійснити вкрай важко.

Комп'ютерне моделювання руху частинки шорсткими поверхнями дозволяє відкинути громіздкі аналітичні перетворення, здійснюваних науковцем і забезпечити його зручним діалоговим режимом для проведення необхідних

обчислювальних експериментів з аналізу руху частинки за різними вихідними умовами її кидання по будь-якій шорсткій поверхні, яка певним чином розташована в просторі [1].

Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки шорсткою поверхнею прямого коноїда.

Матеріали і методи дослідження. Оскільки аналітичні викладки формування законів руху частинки більшістю шорстких поверхонь 2-го порядку є досить громіздкими, то для цих поверхонь доцільно наводити тільки їх параметричні рівняння (вихідна умова) та одержаний закон руху (аналітичний результат) у проекціях на орт нормалі \mathbf{N} (сила F_N нормальної реакції) і орти \mathbf{u} і \mathbf{v} тригранника \mathbf{OuvN} або орти \mathbf{T} і \mathbf{P} тригранника \mathbf{OTPN} [2]. Доцільно результати досліджень співставляти з відповідними лістингами розроблених maple-моделей (див. geometry.com.ua) руху частинки по поверхні 2-го порядку, у яких показана вся послідовність аналітичних викладок.

Результати досліджень та їх обговорення. Параметричне рівняння uv -координатної сітки поверхні прямого коноїда запишемо у вигляді:

$$\text{Equation Chapter 4 Section 2 } \mathbf{R}(u, v) = \mathbf{R}[u \cos(v), u \sin(v), a v], \quad (1)$$

де a - гвинтовий параметр; $u \in [0..u_2]$, $v \in [0..2\pi]$ - внутрішні координати поверхні $\mathbf{R}(u, v)$.

Закон руху частинки в проекціях на орти \mathbf{u} і \mathbf{v} локальної системи \mathbf{OuvN} буде мати вигляд (див. *HelicoidRightOxy_t* на geometry.com.ua):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{O}u := \frac{a^2}{a^2} u(t) - u(t) \left(\frac{a}{a^2} v(t) \right)^2 = - \frac{f \frac{d}{dt} u(t) \left(g u(t) - 2a \frac{d}{dt} u(t) \frac{d}{dt} v(t) \right)}{\sqrt{u(t)^2 + a^2} \sqrt{\left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + (u(t)^2 + a^2) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} \\ \mathcal{O}v := (u(t)^2 + a^2) \frac{a^2}{a^2} v(t) + 2u(t) \frac{d}{dt} u(t) \frac{d}{dt} v(t) = -ag - \frac{f \sqrt{u(t)^2 + a^2} \frac{d}{dt} v(t) \left(2a \frac{d}{dt} u(t) \frac{d}{dt} v(t) - g u(t) \right)}{\sqrt{\left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + (u(t)^2 + a^2) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} \end{array} \right. \quad (2)$$

Початковими умовами знаходження залежностей $u(t)$ і $v(t)$ є:

$$\mathcal{O}i := \frac{a}{a^2} u(t_0) = V_0 \cos(\alpha_0), u(t_0) = u_0, \frac{a}{a^2} v(t_0) = \frac{V_0 \sin(\alpha_0)}{\sqrt{u_0^2 + a^2}}, v(t_0) = v_0. \quad (3)$$

Покладена частинка на поверхню коноїда почне свій рух по лінії найбільшого нахилу - перпендикулярно до його горизонтальних твірних [3]. Такою лінією для коноїда є циліндрична гвинтова. Але за рахунок впливу відцентрової сили подальша траєкторія руху частинки буде відхилятися від гвинтової лінії. По мірі віддалення частинки від осі коноїда, кут нахилу її траєкторії до горизонтальної площини буде зменшуватися і частинка уже не в змозі долати силу тертя - вона неодмінно зупиниться. На рис.4.2.1 наведено траєкторії $r(t)$ та графіки швидкості $V(t)$ частинки по поверхні коноїда в залежності кута її кидання $\alpha_0 = 90^\circ, 45^\circ, 0^\circ, -45^\circ$ за різними значеннями параметра форми $a = 0, 1, 2$ при наступних вихідних умов: параметрів u, v -координатної сітки $u = [0..6], v = [0..2\pi]$; початкового положення частинки $u_0 = 2, v_0 = \pi$; коефіцієнта тертя $f = 0$; початкової швидкості $V_0 = 4$. Зрозуміло, якщо $a = 0$, то маємо рух частинки в площині і незалежно від кута α_0 кидання частинки, її швидкість прямопропорційно зменшується до нуля (рис.1, а). При значенні параметра $a = 1$ частинки опускаючись донизу під дією сили тяжіння mg , віддаляються від осі коноїда (рис.1, б). Всі частинки зупиняться, але найдовше ($t \approx 7$) буде рухатися частинка, яка була кинута під кутом $\alpha_0 = 90^\circ$ - перпендикулярно до прямолінійної твірної вверх. Для параметра форми $a = 2$ траєкторно-кінематичні властивості переміщення частинки дещо змінилися - тепер найдовше ($t \approx 7$) буде рухатися частинка кинута під кутом $\alpha_0 = 45^\circ$ (рис.1, в). Чим менший параметр a напрямної гвинтової лінії, тим більша розбіжність траєкторій $r(t)$ частинок в залежності кута α_0 їх кидання.

Із частинок з коефіцієнтами тертя $f = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ кинутих вздовж прямолінійної твірної ($\alpha_0 = 0$) коноїда з параметром форми $a = 1$, найшвидше ($t \approx 1.8$) зупиниться з найбільшим коефіцієнтом тертя $f = 0.4$ (рис.2, а).

Частинка з найбільшою початковою швидкістю $V_0 = 6$ зупиниться майже одночасно ($t \approx 2.7$) з частинкою, початкова швидкість якої $V_0 = 4$ (рис. 2, б), Якщо частинку поміщати в різних місцях ($u_0 = 1, 2, 3, 4$) вздовж прямолінійної

твірної коноїда, то найдовше ($t \approx 3$) буде рухатися та частинка, яка найближче до осі коноїда (рис. 2, в).

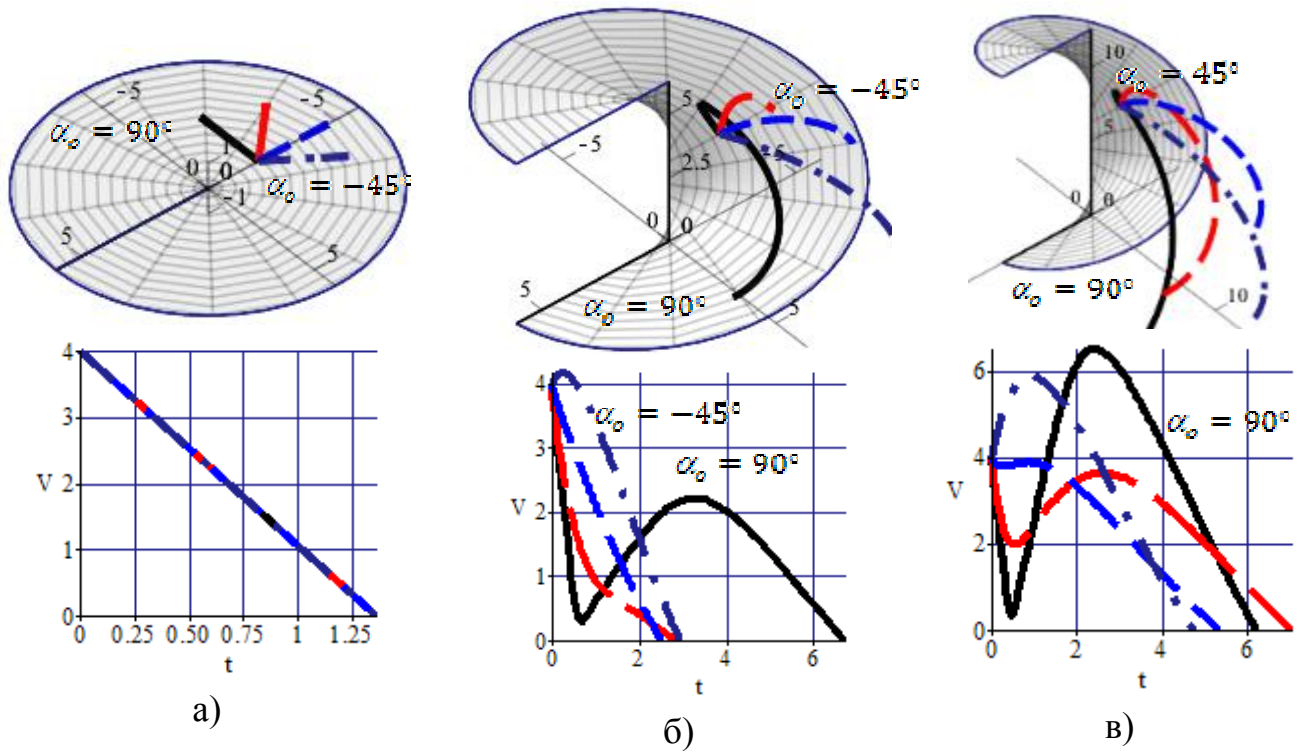


Рис.1. Траєкторії $r(t)$ та графіки швидкостей $V(t)$ частинок по коноїду

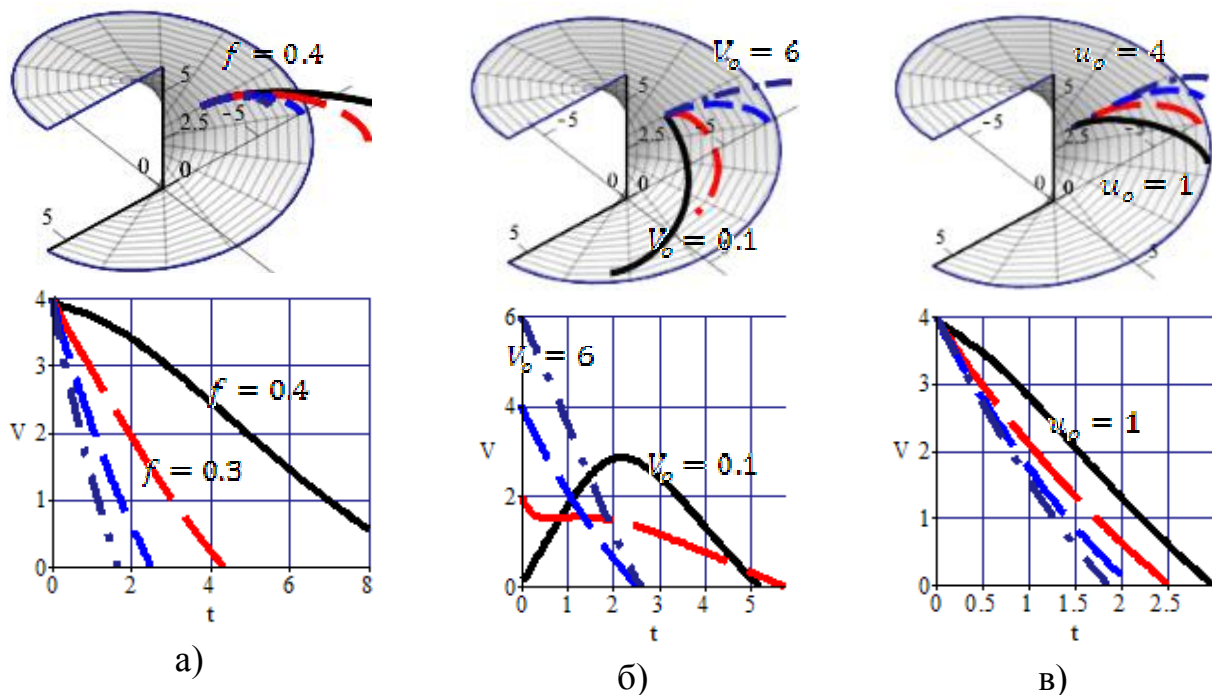


Рис.2. Траєкторії $r(t)$ та графіки швидкостей $V(t)$ частинок по коноїду

Висновки і перспективи. Аналіз сепаруючих властивостей прямого коноїда з вертикальною віссю вказує про його можливості переміщення сипкого

матеріалу, зокрема: 1) частинки у коноїда переміщуються від осі; 2) у коноїда частинки обов'язково зупиняться.

Список літератури

1. Пилипака С.Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій нерухомій поверхні гвинтового коноїда з вертикальною віссю [Текст] / С.Ф. Пилипака, А.В. Несвідомін // Праці ТДАТУ. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип.4. – Прикл. геом. та інж. граф. – Т.53. – С. 123-130.

2. Пилипака С.Ф. Кінематична інтерпретація руху супровідних тригранників Френе і Дарбу через внутрішні параметри кривих / С.Ф. Пилипака // Науковий вісник НАУ. – К.: НАУ, 1998. – Вип.4. – С. 143-146.

3. Войтюк Д.Г. Знаходження траєкторії руху частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях із горизонтальними твірними [Текст] / Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Збірник наукових праць НАУ "Механізація с.-г. виробництва". – Т.12. – К.: НАУ, 2002. – С. 58-69.

References

1. Pylypaka, S. F., Nesvidomin A. V. (2012). Doslidzhennia rukhu materialnoi chastynky po shorstkii nerukhomii poverkhni hvyntovoho konoida z vertykalnoiu vissiu [Investigation of motion of a material particle on a rough fixed surface of a screw conoid with a vertical axis]. Pratsi TDATU, 4 (53), 123-130.

2. Pylypaka, S. F. (1998). Kinematychna interpretatsiia rukhu suprovidnykh tryhrannykiv Frene i Darbu cherez vnutrishni parametry kryvykh [Kinematical interpretation of the motion of the accompanying Fresnel and Darboux triangles through the internal parameters of the curves]. Naukovyi visnyk NAU, 4, 143-146.

3. Voitiuk, D. H., Pylypaka, S. F. (2002). Znakhodzhennia traiektorii rukhu chastynky po hravitatsiinykh liniichatykh poverkhniakh iz horyzontalnymy tvirnymy [Investigation of motion of a material particle on a rough fixed surface of a screw conoid with a vertical axis]. Zbirnyk naukovykh prats NAU "Mekhanizatsiia s.-h. vyrobnytstva", 12, 58-69.

MAPLE-МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРЯМОГО КОНОИДА

А. В. Несвидомин

Аннотация. Цель исследования – разработка Maple-модели движения частицы поверхностью прямого коноида.

Проведенный вычислительный эксперимент по исследованию траекторно-кинематических свойств движения частицы поверхностью прямого коноида по

таким исходным условиям: формы и положения поверхности, места и направления бросание частицы, ее начальной скорости и коэффициента трения.

Анализ сепарирующих свойств прямого коноида с вертикальной осью указывает о его возможности перемещения сыпучего материала, в частности: 1) частицы в коноиде перемещаются от оси; 2) в коноиде частицы обязательно останавливаются.

Ключевые слова: *сопроводительный трехгранник, материальная точка, прямой коноид, траектория движения*

MAPLE-MODELS OF MOVEMENT OF PARTICLE WITH SHORT SURFACE OF DIRECT CONOID

A. Nesvodomín

Abstract. *The purpose of the research is to develop a Maple-model of the motion of a particle with the surface of a direct conoid.*

A computational experiment was carried out to study the trajectory-kinematic properties of the particle's motion with the surface of a direct conoid under initial conditions: the shape and position of the surface, the place and direction of the cast of the particle, its initial velocity, and the coefficient of friction.

The analysis of separating properties of a direct conoid with a vertical axis indicates its ability to move the bulk material, in particular: 1) the particles in the conoid move from the axis; 2) the particles in conoid necessarily stop.

Keywords: *accompanying triangular, material point, direct conoid, trajectory of motion*