

УДК514.18

MAPLE-МОДЕЛІ РУХУ ЧАСТИНКИ ПО ПОВЕРХНІ КОНУСА ОБЕРТАННЯ

А. В. Несвідомін, кандидат технічних наук, старший викладач

Національний університет біоресурсів і природокористування України

e-mail: a.nesvidomin@gmail.com

Анотація. *Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки по поверхні конуса обертання.*

Проведений обчислювальний експеримент з дослідження траєкторно-кінематичних властивостей руху частинки по поверхні конуса обертання.

Для конуса обертання із всіх можливих комбінацій по формі та положенню в просторі було побудовано траєкторії та графіки швидкості руху частинки по його внутрішній поверхні, коли вісь конуса нахилена під кутом 45° та одна із його прямолінійних твірних є горизонталлю. Для цього випадку показано, зокрема, чим ближче місце кидання частинки до вершини конуса, тим швидше вона зупиниться в межах горизонтальної твірної.

Ключові слова: *супровідний тригранник, матеріальна точка, конус обертання, траєкторія руху*

Актуальність. У багатьох с.-г. технологічних процесах має місце рух частинок матеріалу по шорстких робочих поверхнях складної форми, зокрема, по поверхні конуса обертання [1]. Розуміння закономірностей руху частинки (як матеріальної точки) по шорсткій поверхні довільного положення в тривимірному просторі дозволяє цілеспрямовано провести розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів робочих органів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Аналітичне виведення закону руху частинки по будь-якій шорсткій поверхні зводиться до складання системи диференціальних рівнянь 2-го порядку, шуканими залежностями яких є траєкторія частинки, її швидкість, прискорення, довжина пройденого шляху, сила нормальної реакції, час руху до її зупинки та інші траєкторно-кінематичні характеристики. Послідовність аналітичних перетворень виведення системи диференціальних рівнянь способи її розв'язку є досить трудомісткими. За останні десятиріччя (в період появи та розвитку комп'ютерних технологій) суттєвих змін в автоматизації

методів виведення законів руху частинки по шорсткій поверхні складної форми не відбулося. В існуючих дослідженнях кожен науковець індивідуально здійснює аналітичні перетворення з метою отримання закону руху частинки у вигляді систем диференціальних рівнянь 2-го порядку, складність яких суттєво залежить від форми поверхні.

На противагу, комп'ютерне моделювання руху частинки по шорстких поверхнях дозволяє відкинути громіздкі аналітичні перетворення здійснюваних науковцем і забезпечити його зручним діалоговим режимом для проведення необхідних обчислювальних експериментів з аналізу руху частинки за різними вихідними умовами її кидання по будь-якій шорсткій поверхні, яка певним чином розташована в просторі [2]. Але розробка комп'ютерних моделей руху частинки по поверхні потребує вирішення низки питань теоретичного і практичного характеру, які складають актуальність досліджень. Насамперед, це розробка загального алгоритму автоматичного виведення системи диференціальних рівнянь закону руху частинки по будь-якій поверхні, довільно розташованої в просторі; аналіз траєкторно-кінематичних характеристик руху частинки не тільки у часі, але і положення частинки та напрямку її переміщення по поверхні; реалізація наближених методів розв'язування систем диференціальних рівнянь для унаочнення результатів досліджень у вигляді числових даних, графічних зображень та імітаційних моделей відтворення руху частинки по поверхні [3].

Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки по поверхні конуса обертання.

Матеріали та методи дослідження. Розроблений комп'ютерний інструментарій можна застосувати в дослідженні руху частинки по поверхні конуса обертання. Оскільки аналітичні викладки формування законів руху частинки є досить громіздкими, то для цих поверхонь буде наведено тільки їх параметричні рівняння (вихідна умова) та одержаний закон руху (аналітичний результат) в проекціях на орт нормалі N (сила F_N нормальної реакції) і орти u і v тригранника $OuvN$ або орти T і P тригранника $OTPN$. Вся послідовність аналітичних

викладокнаведена у відповідних лістингах розроблених maple-моделей (див. geometry.com.ua) руху частинки по поверхні 2-го порядку.

Результати досліджень та їх обговорення. Параметричне рівняння uv -координатної сітки поверхні конуса з віссю в площині Oyz запишемо у наступному вигляді:

$$\mathbf{R}(u, v) = \mathbf{R}[v \cos(u), v(\sin(u) \cos(\xi) - a \sin(\xi)), v(\sin(u) \sin(\xi) + a \cos(\xi))], \quad (1)$$

де $a = \tan(\delta)$ -параметр форми поверхні ($90^\circ - \delta$ -кут між прямолінійними твірними конуса і його віссю);

ξ -кут нахилу між віссю конуса і віссю Oy в площині Oyz ;

$u \in \left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$, $v \in [0; v_n]$ - криволінійні координати поверхні.

Закон руху частинки в проекціях на орти \mathbf{u} і \mathbf{v} локальної системи $OuvNe$:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ou := m \left(2 \frac{d}{dt} u(t) \frac{d}{dt} v(t) + v(t) \frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) = \\ \frac{mfv(t) \frac{d}{dt} u(t) \left(g(a \sin(u(t)) \sin(\xi) - \cos(\xi)) - av(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \right) - gmV(t) \sqrt{1+a^2} \cos(u(t)) \sin(\xi)}{V(t) \sqrt{1+a^2}} \\ Ov := m \left((1 + a^2) \frac{d^2}{dt^2} v(t) - v(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \right) = \\ \frac{-gV(t) (\sin(u(t)) \sin(\xi) + a \cos(\xi)) + f \left(av(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + g(a \sin(u(t)) \sin(\xi) - \cos(\xi)) \sqrt{1+a^2} \frac{d}{dt} v(t) \right)}{V(t)} \end{array} \right. \quad (2)$$

На рисунку побудовано траєкторії $\mathbf{r}(t)$ частинки та графіки її швидкості $V(t)$ за різним її початковим положенням $v_0 = 1, 1.5, 2, 2.5$ вздовж u - прямолінійної твірної: а) $u_0 = 0$, кут кидання $\alpha_0 = 90^\circ$ - перпендикулярно до прямолінійної твірної; б) $u_0 = \pi/2$, кут кидання $\alpha_0 = 90^\circ$; в) $u_0 = \pi$, кут кидання $\alpha_0 = 0^\circ$ - вздовж прямолінійної твірної в напрямку від його вершини. Для всіх частинок було задано однакові початкову швидкість $V_0 = 4$ і коефіцієнт тертя $f = 0.3$. Кути $\delta = \xi = 45^\circ$ - одна із прямолінійних твірних конуса є горизонталлю. Не відриваючись від поверхні конуса всі частинки через певний проміжок часу зупиняться в околі найнижчої прямолінійної твірної. Найдовше по поверхні конуса будуть рухатися частинки, які кинуті вздовж його прямолінійної твірної - $\alpha_0 = 0^\circ$. Також, чим ближче початкове

положення частинки до вершини конуса, тим швидше вона зупиниться в околі найнижчої прямолінійної твірної.

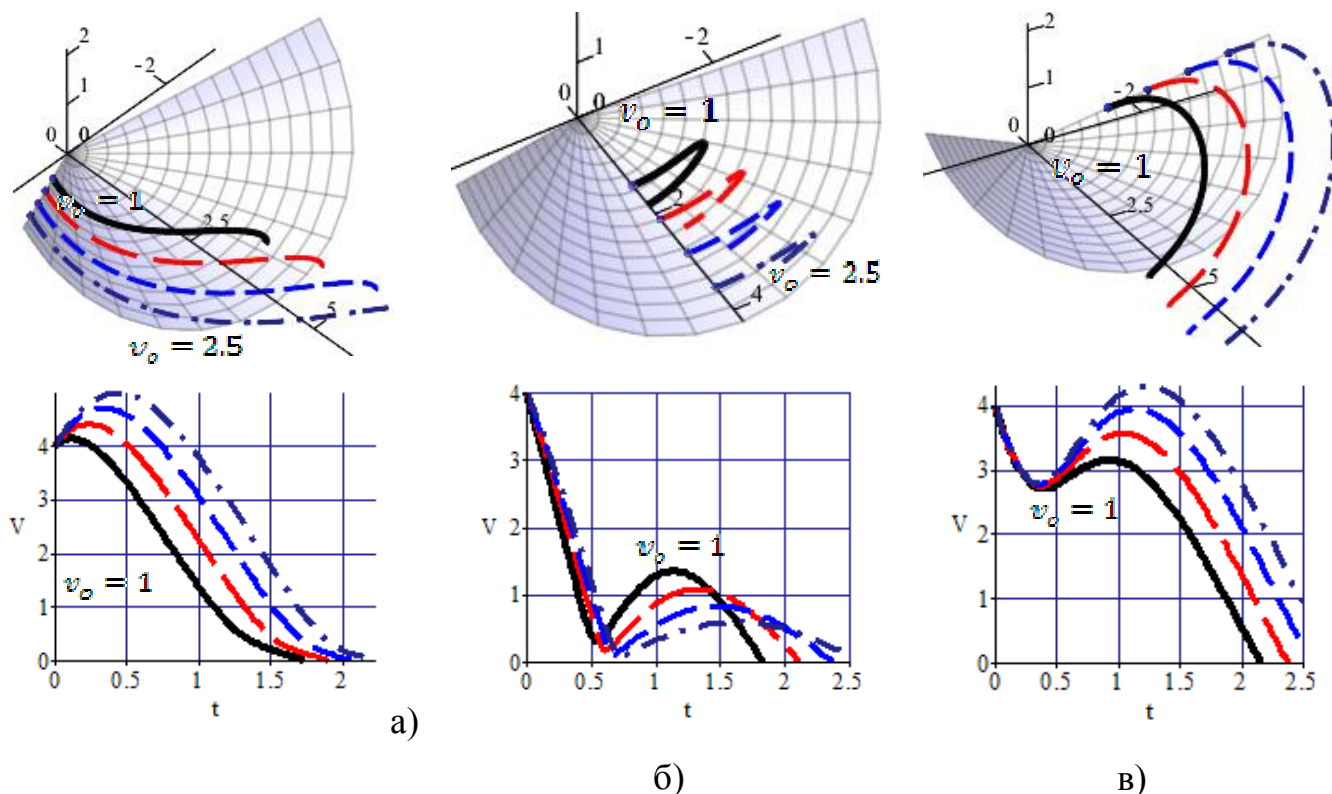


Рис. Траєкторії $r(t)$ та графіки швидкості $V(t)$ частинки по шорсткій поверхні конуса в залежності початкового положення u_0, v_0

Висновки і перспективи. Наведено траєкторно-кінематичні властивості руху частинки по поверхні конуса обертання. Для конуса обертання із всіх можливих комбінацій по формі та положенню в просторі було побудовано траєкторії та графіки швидкості руху частинки по його внутрішній поверхні, коли вісь конуса нахилена під кутом 45° та одна із його прямолінійних твірних є горизонталлю. Для цього випадку показано, зокрема, чим ближче місце кидання частинки до вершини конуса, тим швидше вона зупиниться в межах горизонтальної твірної.

Список літератури

1. Адамчук В.В. Теория центробежных рабочих органов машин для внесения минеральных удобрений: монография / В.В. Адамчук. - К.: Аграрна наука, 2010. - 178 с.

2. Аладьев В.З. Программирование и разработка приложений в Maple / В.З. Аладьев, В.К. Бойко, Е.А. Ровба. - Гродно-Таллин, 2007. - 458 с.

3. Несвідомін А. В. Обґрунтування форми та положення напрямників сипучих матеріалів на прикладі конуса обертання / А.В. Несвідомін // Матеріали III-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності». - К.: НТУУ «КПІ», 2014. - С.164-167.

References

1. Adamchuk, V. V. (2010). Teoriya tsentrobezhnykh rabochikh organov mashin dlya vneseniya mineral'nykh udobreniy: monografiya [Theory of centrifugal working bodies of machines for the application of mineral fertilizers]. Kyiv: Agrarna nauka, 178.

2. Alad'yev, V. Z., Boyko, V. K., Rovba, E. A. (2007). Programmirovaniye i razrabotka prilozheniy v Maple [Programming and application development in Maple]. Grodno-Tallin, 458.

3. Nesvidomin, A. V. (2014). Obgruntuvannia formy ta polozhennia napriamnykiv sypuchykh materialiv na prykladi konusa obertannia [Substantiation of the form and position of the guides of bulk materials on an example of a cone of rotation]. Materialy III-i mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh «Prykladna heometriia, dyzain ta ob'iekty intelektualnoi vlasnosti». Kyiv: NTUU «KPI», 164-167.

MAPLE-моделі ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ По поверхности КОНУСА ВРАЩЕНИЯ

А. В. Несвидомин

Аннотация. Цель исследования - разработка Maple-модели движения частицы по поверхности конуса вращения.

Проведен вычислительный эксперимент по исследованию траекторно-кинематических свойств движения частицы по поверхности конуса вращения.

Для конуса вращения из всех возможных комбинаций по форме и положению в пространстве было построено траектории и графики скорости движения частицы по его внутренней поверхности, когда ось конуса наклонена под углом 45° и одна из его прямолинейных образующих является горизонталью. Для этого случая показано, в частности, что чем ближе место бросание частицы к вершине конуса, тем быстрее она остановится в пределах горизонтальной образующей.

Ключевые слова: *сопроводительный трехгранник, материальная точка, конус вращения, траектория движения*

MAPLE-MODELS OF MOBILE PART ON THE SURFACE OF THE CONVENTION

A. Nesvodomin

Abstract. *The purpose of the research is the development of Mapple-model of the motion of a particle along the surface of the cone of rotation.*

A computational experiment was conducted to study the trajectory-kinematic properties of the particle motion along the surface of the cone of rotation.

For the cone of rotation, from all possible combinations in form and position in space, trajectories and graphs of the particle velocity along its inner surface were constructed when the axis of the cone is inclined at an angle of 45° and one of its straight lines is horizontally. In this case, for example, it is shown, in particular, the closer the place of throwing a particle to the top of the cone, the faster it will stop within the limits of the horizontal creature.

Keywords: *accompanying triangular, material point, cone of rotation, trajectory of motion*