УДК 681.5.07

ДО ПИТАННЯ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХУ МЕТОДАМИ ПРАКТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ

Л. А. Панталієнко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

e-mail: nubip.ea@gmail.com

Анотація. *Розглянуто математичні моделі задач стабілізації до практичної стійкості для лінійних параметричних систем зі збуреннями, що входять до комплексу задач проектування прискорювально-фокусуючих систем. Для побудови регулятора з урахуванням вимог щодо стійкості за наявності динамічних обмежень на фазові координати застосовано алгоритми практичної стійкості для систем, залежних від параметрів. При цьому множини початкових умов та параметрів задано у структурному вигляді еліпсоїдів і розглянуто лінійні та нелінійні обмеження на вектор станів відповідної системи у динаміці. У рамках сформульованих задач досліджено випадки відомих та* обмежених *за нормою постійно діючих збурень. З метою коригування руху навколо розрахункових траєкторій розглянуто задачі стабілізації систем керування за напрямом. На підставі методів практичної стійкості за напрямом для параметричних систем доведено критерії стабілізації до відповідних типів стійкості за наявності збурень.*

Ключові слова: ***математична модель, стабілізація, регулятор, параметри, практична стійкість, параметрична система, динамічні обмеження***

Актуальність. При розв’язанні низки задач, зв'язаних з проектуванням складних систем керування [1-3], часто виникає необхідність у коригуванні руху в околі розрахункових траєкторій, що задані у початковий момент часу та належать деяким динамічним множинам фазового простору [2, 3]. При цьому вимоги щодо коригування можуть стосуватися як окремих координат розрахункових траєкторій, так і їх лінійної комбінації. Ці задачі відносять до класу задач стабілізації руху та зводять до побудови регулюючих впливів, що забезпечують вихідній системі певний тип стійкості [1, 2, 4]. Такий підхід застосовують, наприклад, при моделюванні згустків заряджених частинок з метою керування ними у динаміці [2,3] за наявності відповідних вимог щодо стійкості. Для побудови конструктивних алгоритмів аналіз стійкості здійснюють на скінченному проміжку часу, а початкові умови задають у структурному вигляді [3, 5-7]. Останнє дозволяє одержати чисельні оцінки для задач стабілізації руху до практичної стійкості за наявності динамічних обмежень на фазові координати.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. З аналізом практичної стійкості та чутливості динамічних систем тісно зв'язані задачі оптимального керування пучком траєкторій [2, 3, 6]. Так, для оцінки області захвату частинок у процес прискорення застосовуються числові алгоритми розрахунку оптимальних областей практичної стійкості. При цьому області початкових умов можуть бути як у заданих структурах (сфера, еліпсоїд), так і максимальними за об'ємом (оптимальні по включенню). Тоді ставиться питання про оптимізацію оцінок таких множин за рахунок належного вибору параметрів систем [7].

Задачі конструювання регулюючих впливів, що забезпечують бажані вимоги щодо стійкості є важливою складовою комплексу задач, що виникають при моделюванні технічних систем, зокрема прискорююче-фокусуючих [1, 2]. На відміну від класичних постановок [1], аналіз стійкості параметричних систем [2-4, 6, 7] дозволяє проводити дослідження працездатності системи на реальних режимах з урахуванням вимог до чутливості та розв'язувати такі задачі чисельно з позицій стійкості [3].

Мета дослідження ─ розробка конструктивних алгоритмів розв'язання задач стабілізації до практичної стійкості для лінійних параметричних систем зі збуреннями.

Матеріали та методи дослідження. У роботі застосовуються методи теорії стійкості, диференціальних рівнянь та теорії керування.

Результати досліджень та їх обговорення. Нехай рух описується лінійною системою диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + G(t)\alpha + B_1(t)u + f(t),\ t \in [t_0, T], \tag{1}$$

де x, α − вектори станів і параметрів вимірності n та m відповідно; $u - m$-вимірний вектор керування, що задовольняє умові

$$\left|u_i\right| \le \bar{u}_i ,\ i = 1,2,...,m , \tag{2}$$

а збурення $f(t)$ відомі або обмежені за нормою:

$$\left\| f(t) \right\| \le \left(\int_{t_0}^{T} \left(\sum_{i=1}^{n} \left| f_i\ (\tau) \right|^q \right)^{\frac{q_1}{q}} d\tau \right)^{\frac{1}{q_1}} \le \bar{R} ,\ 1 \le q \le \infty ,\ 1 \le q_1 < \infty . \tag{3}$$

Потрібно знайти такий регулятор

$$u = C(t)x , \tag{4}$$

який забезпечував би системі (1) певний тип стійкості за наявності динамічних обмежень на фазові координати [2]:

$$\Phi_t = \Gamma_t = \left\{ x(t):\ \left| l_s^*(t)x \right| \le 1, s = 1,2,...,N \right\},\ t \in [t_0, T], \tag{5}$$

$$\Phi_t = \Psi_t = \left\{ x(t):\ \psi(x,t) \le 1 \right\},\ t \in [t_0, T]. \tag{6}$$

Тут $l_s(t)$, $s = 1,2,...,N$ — задані неперервні вектор-функції вимірності n; $\psi(x,t)$ — скалярна функція, неперервна по t разом зі своїми частинними похідними по компонентах вектора x; Ψ_t, − замкнена опукла множина для будь-якого t, що містить нульову точку.

Означення. Будемо говорити, що регулятор (4), що задовольняє умові (2), забезпечує системі (1) $\left\{ G_0^x, G_0^\alpha, \Phi_t, t_0, T \right\}$ - стійкість за наявності постійно діючих збурень, якщо $x(t,\alpha) \in \Phi_t$, $t \in [t_0, T]$ для початкових умов $x(t_0, \alpha)$ з області G_0^x та довільних $\alpha \in G_0^\alpha \subset G_\alpha$.

Щоб одержати чисельні алгоритми розрахунку областей стійкості у рамках сформульованих задач, задамо множини початкових умов та параметрів у вигляді: $G_0^x = \left\{ x : x * Bx \le c^2 \right\}$, $G_0^\alpha = \left\{ \alpha : \alpha * B_\alpha \alpha \le c_\alpha^2 \right\}$, де B, B_α − відомі додатно-означені квадратні матриці.

Критерій 1. Для того, щоб система (1) була застабілізована до $\{c, B, c_\alpha, B_\alpha, \Gamma_t, t_0, T\}$ - стійкості регулятором (3) при обмеженнях (2) та відомих збуреннях, потрібно підібрати матрицю $C(t)$ так, щоб виконувалося співвідношення

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{\alpha\in\{\alpha:\alpha^* B_\alpha \alpha < c_\alpha^2\}} \begin{cases} \min\limits_{s=1,2,\ldots,N} \dfrac{\left(1-\left|l_s^*(t)\left(a(t)+G_1(t)\alpha\right)\right|\right)^2}{l_s^*(t)Q^{-1}(t,C(t))l_s(t)}, \\ \min\limits_{i=1,2,\ldots,m} \dfrac{\left(\bar{u}_i-\left|c_i^*(t)\left(a(t)+G_1(t)\alpha\right)\right|\right)^2}{c_i^*(t)Q^{-1}(t,C(t))c_i(t)}, \end{cases} \tag{7}$$

$$\left|l_s^*(t)\left(a(t)+G_1(t)\alpha\right)\right|<1,\ s=1,2,\ldots,N,\ \left|c_i^*(t)\left(a(t)+G_1(t)\alpha\right)\right|\le \bar{u}_i,\ i=1,2,\ldots,m,\ \alpha\in G_0^\alpha,\ t\in[t_0,T].$$

Тут $c_i^*(t)$ − i-тий вектор-рядок матриці $C(t)$; $Q^{-1}(t,C(t)) = X(t,t_0,C(t))\, B^{-1} X^*(t,t_0,C(t))$, $G_1(t)=\int\limits_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau,C(\tau))G(\tau)d\tau$, $a(t)=\int\limits_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau,C(\tau))f(\tau)d\tau$, $X(t,t_0,C(t))$ − фундаментальна матриця розв'язків, що означається за системою

$$\frac{dX}{dt} = \left(A(t)+B_1(t)C(t)\right)X,$$

причому $X(t_0,t_0,C(t)) = E$, E − одинична матриця.

Для доведення співвідношення (7) запишемо загальний розв'язок системи

$$\frac{dx}{dt} = \left(A(t)+B_1(t)C(t)\right)x + G(t)\alpha + f(t),\ t\in[t_0,T] \tag{8}$$

у формі Коші:

$$x(t) = X(t,t_0,C(t))\,x(t_0) + \int\limits_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau,C(\tau))G(\tau)d\tau\alpha + \int\limits_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau,C(\tau))f(\tau)d\tau.$$

Тоді умова належності траєкторії системи (8) допустимій множині Γ_t, $t\in[t_0,T]$ набуває вигляду

$$z(t)\in \left\{z : L_s^{(2)}(t) \le l_s^*(t)z \le L_s^{(1)}(t), s=1,2,\ldots,N\right\},\ t\in[t_0,T], \tag{9}$$

де $z(t) = X(t,t_0,C(t))\,x(t_0)$, $L_s^{(1)}(t) = 1 - l_s^*(t)G_1(t)\alpha - l_s^*(t)a(t)$, $L_s^{(2)}(t) = -1 - l_s^*(t)G_1(t)\alpha - l_s^*(t)a(t)$.

Вочевидь, вимога (9) виконується, якщо мають місце співвідношення

$$\max_{z\in\{z:z^*Q(t)z\le c^2\}} l_s^*(t)z \le L_s^{(1)}(t),$$

$$\min_{z\in\{z:z^*Q(t)z\le c^2\}} l_s^*(t)z \ge L_s^{(2)}(t),\ t\in[t_0,T],\ s=1,2,\ldots,N.$$

Визначаючи екстремум у лівій частині цих нерівностей, після необхідних алгебраїчних перетворень, приходимо до першої з оцінок (7). Якщо підставити вираз для загального розв'язку в формі Коші у рівняння (4), дістанемо обмеження на регулятор у вигляді

$$\left| c_i^*(t)z(t) + c_i^*(t)G_1(t)\alpha \right| \le \bar{u}_i,$$

що також зводиться до аналогічної задачі.

Для випадку нелінійних динамічних обмежень (6) при відомих $f(t)$ оцінка області початкових умов буде такою:

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{\alpha\in\{\alpha:\alpha^* B_\alpha \alpha < c_\alpha^2\}} \begin{cases} \min\limits_{\bar{x}\in\Psi_t'} \dfrac{\left(g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - a(t) - G_1(t)\alpha)\right)^2}{g^*(\bar{x},t)Q^{-1}(t,C(t))g(\bar{x},t)}, \\ \min\limits_{i=1,2,\ldots,m} \dfrac{\left(\bar{u}_i - \left|c_i^*(t)(a(t)+G_1(t)\alpha)\right|\right)^2}{c_i^*(t)Q^{-1}(t,C(t))c_i(t)}. \end{cases} \tag{10}$$

де $g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - a(t) - G_1(t)\alpha) > 0$, $\bar{x}\in\Psi_t'$, Ψ_t' – межа області Ψ_t, $\left|c_i^*(t)(a(t)+G_1(t)\alpha)\right| \le \bar{u}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$, $\alpha \in G_0^\alpha$, $t\in[t_0,T]$.

При цьому замкнену опуклу множину Ψ_t, $t\in[t_0,T]$ необхідно попередньо апроксимувати дотичними гіперплощинами та подати у вигляді

$$\Phi_t = \Psi_t = \{x:\ \psi(x,t)\le 1\} = \{x:\ g^*(\bar{x},t)x \le g^*(\bar{x},t)\bar{x}, \bar{x}\in\Psi_t'\},\ t\in[t_0,T],$$

де $g^*(\bar{x},t) = grad_x^*\psi(\bar{x},t)$, $t\in[t_0,T]$.

Враховуючи, що $grad_x^*\psi(\bar{x},t)\bar{x} > 0$, умова належності траєкторії системи (8) допустимій множині Ψ_t, $t\in[t_0,T]$, набуває вигляду

$$z(t)\in\{z: g^*(\bar{x},t)z \le g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - G_1(t)\alpha - a(t)), \bar{x}\in\Psi_t'\}$$

або

$$\max_{z\in\{z:z^*Q(t)z\le c^2\}} g^*(\bar{x},t)z \le g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - G_1(t)\alpha - a(t)).$$

Розв'язавши відповідну екстремальну задачу, приходимо до нерівності (10).

Критерій 2. Для того, щоб система (1) була застабілізована до $\{c, B, c_\alpha, B_\alpha, \Gamma_t, t_0, T\}$ або $\{c, B, c_\alpha, B_\alpha, \Psi_t, t_0, T\}$ - стійкості регулятором (3) при обмеженнях (2) та збуреннях (3), потрібно матрицю $C(t)$ підібрати так, щоб виконувалась відповідно нерівність

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{\alpha\in\{\alpha:\alpha^* B_\alpha \alpha < c_\alpha^2\}} \begin{cases} \min\limits_{s=1,2,\ldots,N} \dfrac{\left(1-\left|l_s^*(t)G_1(t)\alpha\right| - a_s(t)\right)^2}{l_s^*(t)Q^{-1}(t,C(t))l_s(t)}, \\ \min\limits_{i=1,2,\ldots,m} \dfrac{\left(\overline{u}_i - \left|c_i^*(t)G_1(t)\alpha\right| - a_{c_i}(t)\right)^2}{c_i^*(t)Q^{-1}(t,C(t))c_i(t)}, \end{cases}$$

або

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{\alpha\in\{\alpha:\alpha^* B_\alpha \alpha < c_\alpha^2\}} \begin{cases} \min\limits_{\bar{x}\in\Psi_t'} \dfrac{\left(g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - G_1(t)\alpha) - a_{\bar{x}}(t)\right)^2}{g^*(\bar{x},t)Q^{-1}(t,C(t))g(\bar{x},t)}, \\ \min\limits_{i=1,2,\ldots,m} \dfrac{\left(\overline{u}_i - \left|c_i^*(t)G_1(t)\alpha\right| - a_{c_i}(t)\right)^2}{c_i^*(t)Q^{-1}(t,C(t))c_i(t)}, \end{cases}$$

де $\left|l_s^*(t)G_1(t)\alpha\right| + a_s(t) < 1$, $s = 1,2,\ldots,N$, $\left|c_i^*(t)G_1(t)\alpha\right| + a_{c_i}(t) \le \overline{u}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$, $\alpha \in G_0^\alpha$, $t \in [t_0, T]$;

$g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - G_1(t)\alpha) > a_{\bar{x}}(t)$, $\bar{x} \in \Psi_t'$, $\left|c_i^*(t)G_1(t)\alpha\right| \le \overline{u}_i - a_{c_i}(t)$, $i = 1,2,\ldots,m$, $\alpha \in G_0^\alpha$, $t \in [t_0, T]$, а

$$a_s(t) = \max_{\|f(t)\|\le \overline{R}} \left| l_s^*(t) \int_{t_0}^{t} X(t,\tau,C(t)) f(\tau) d\tau \right| = \overline{R} \left(\int_{t_0}^{t} \left(\sum_{j=1}^{n} \left| \sum_{i=1}^{n} x_{ij}(t,\tau,C(t)) l_{si}(t) \right|^p \right)^{\frac{p_1}{p}} d\tau \right)^{\frac{1}{p_1}},$$

$$a_{\bar{x}}(t) = \max_{\|f(t)\|\le \overline{R}} \left| g^*(\bar{x},t) \int_{t_0}^{t} X(t,\tau,C(t)) f(\tau) d\tau \right| = \overline{R} \left(\int_{t_0}^{t} \left(\sum_{j=1}^{n} \left| \sum_{i=1}^{n} x_{ij}(t,\tau,C(t)) \frac{\partial \psi(\bar{x},t)}{\partial x_i} \right|^p \right)^{\frac{p_1}{p}} d\tau \right)^{\frac{1}{p_1}},$$

$$a_{c_i}(t) = \overline{R} \left(\int_{t_0}^{t} \left(\sum_{j=1}^{n} \left| \sum_{k=1}^{n} x_{kj}(t,\tau,C(t)) c_{ik}(t) \right|^p \right)^{\frac{p_1}{p}} d\tau \right)^{\frac{1}{p_1}},$$

$$X(t,\tau,C(t)) = \{x_{ij}(t,\tau,C(t))\}_n^n, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = 1.$$

Задачі стабілізації систем керування за напрямом виникають при необхідності корекції динаміки руху в околі розрахункових траєкторій за деякими координатами або їх лінійної комбінації. Одним із підходів щодо розв'язання такого роду задач є застосування алгоритмів практичної стійкості за напрямом [2-4].

Означення. Будемо говорити, що регулятор (3), що задовольняє умові (2), забезпечує системі (1) $\{k, l_x, G_0^\alpha, \Phi_t, t_0, T\}$- стійкість за наявності збурень $f(t)$, якщо

$x(t,\alpha)\in\Phi_t$, $t\in[t_0,T]$ для початкових умов $x(t_0,\alpha)=k_1 l_x$, $0\le k_1<k$ та довільних $\alpha\in G_0^\alpha\subset G_\alpha$, $l_x\ (\|l_x\|=1)\in E^{(n)}$.

Критерій 3. Для того, щоб система (1) була застабілізована до $\{k,l_x,G_0^\alpha,\Gamma_t,t_0,T\}$ - або $\{k,l_x,G_0^\alpha,\Psi_t,t_0,T\}$ - стійкості регулятором (3) при обмеженнях (2) та відомих збуреннях $f(t)$, потрібно підібрати матрицю $C(t)$ так, щоб виконувалися співвідношення

$$k\le\min_{t\in[t_0,T]}\min_{\alpha\in G_0^\alpha}\begin{cases}\min\limits_{s=1,2,\dots,N}\dfrac{1-\left|l_s^*(t)(a(t)+G_1(t)\alpha)\right|}{\left|l_s^*(t)\mathrm{X}(t,t_0,C(t))l_x\right|},\\ \min\limits_{i=1,2,\dots,m}\dfrac{\bar{u}_i-\left|c_i^*(t)(a(t)+G_1(t)\alpha)\right|}{\left|c_i^*(t)\mathrm{X}(t,t_0,C(t))l_x\right|},\end{cases}\tag{11}$$

або

$$k\le\min_{t\in[t_0,T]}\min_{\alpha\in G_0^\alpha}\begin{cases}\min\limits_{m(\|m\|=1)}\dfrac{g^*(rm,t)[rm-G_1(t)\alpha-a(t)]}{g^*(rm,t)\mathrm{X}(t,t_0,C(t))l_x},\\ \min\limits_{i=1,2,\dots,m}\dfrac{\bar{u}_i-\left|c_i^*(t)(a(t)+G_1(t)\alpha)\right|}{\left|c_i^*(t)\mathrm{X}(t,t_0,C(t))l_x\right|},\end{cases}\tag{12}$$

з додатними чисельниками у відповідних формулах. Зокрема, якщо збурення відсутні, у формулах (11), (12) слід покласти $a(t)=0$.

За аналогією можна записати умови стабілізації до певного типу стійкості при наявності збурень, обмежених за нормою. Так, для випадку лінійних обмежень на фазові координати оцінка стійкості за напрямом буде такою:

$$k\le\min_{t\in[t_0,T]}\min_{\alpha\in G_0^\alpha}\begin{cases}\min\limits_{s=1,2,\dots,N}\dfrac{1-\left|l_s^*(t)G_1(t)\alpha\right|-a_s(t)}{\left|l_s^*(t)\mathrm{X}(t,t_0,C(t))l_x\right|},\\ \min\limits_{i=1,2,\dots,m}\dfrac{\bar{u}_i-\left|c_i^*(t)G_1(t)\alpha\right|-q_i(t)}{\left|c_i^*(t)\mathrm{X}(t,t_0,C(t))l_x\right|}.\end{cases}$$

З таких позицій можна розглядати задачу про стабілізацію руху до асимптотичної стійкості в областях більш загальної структури [2, 3].

Для лінійних параметричних систем диференціальних рівнянь зі збуреннями досліджено послідовність задач стабілізації до практичної стійкості у заданих областях динамічних обмежень. Розглянуто випадки відомих та обмежених за нормою збурень. Для структурно-заданих областей початкових умов одержано чисельні оцінки стабілізації руху до практичної стійкості.

Висновки і перспективи досліджень. Сформульовано постановки задач стабілізації до практичної стійкості лінійних параметричних систем зі збуреннями. На підставі алгоритмів практичної стійкості одержано чисельні критерії стабілізації руху системи до певного типу стійкості. Такий підхід можна поширити до розв'язання задач про стабілізацію руху до асимптотичної стійкості в областях більш загальної структури.

Список літератури

1. Кириченко Н. Ф. Введение в теорию стабилизации движения / Н. Ф. Кириченко – К.: Вища школа, 1978. – 184 с.
2. Бублик Б. Н. Структурно-параметрическая оптимизация и устойчивость динамики пучков / Б. Н. Бублик, Ф. Г. Гаращенко, Н. Ф. Кириченко. – К.: Наук. думка, 1985. – 304 с.
3. Гаращенко Ф. Г. Аналіз та оцінка параметричних систем / Ф. Г. Гаращенко, Л. А. Панталієнко. – К.: ІСДО, 1995. – 140 с.
4. Панталієнко Л. А. Стабілізація руху динамічних систем за напрямом / Л. А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2009. – Вип. 134, ч.1. – С. 195−200.
5. Панталієнко Л. А. Розрахунок областей параметричної стійкості за наявності постійно діючих збурень / Л. А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2010. – Вип. 150. – С. 126−131.
6. Гаращенко Ф. Г. Аналіз практичної стійкості та чутливості лінійних динамічних систем зі зміною вимірності фазового простору / Ф. Г. Гаращенко, О. Л. Сопронюк // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2016. – № 3. – С.76 - 90.
7. Башняков О. М. Практична стійкість, оцінки та оптимізація / О. М. Башняков, Ф. Г. Гаращенко, В. В. Пічкур. – К.: ВПЦ: "Київський університет", 2008. – 383 с.

References

1. Kyrychenko, N. F. (1978). Vvedenye v teoryiu stabylyzatsyy dvyzhenyia [Introduction to the theory of stabilization of motion]. Kyiv: Vyshcha shkola, 184.
2. Bublyk, B. N., Harashchenko, F. H., Kyrychenko, N. F. (1985). Strukturno-parametrycheskaia optymyzatsyia y ustoichyvost dynamyky puchkov [Structural-parametric optimization and stability of beam dynamics]. Kyiv: Scientific thought, 304.

3. Harashchenko, F. H., Pantalienko, L. A. (1995). Analiz ta otsinka parametrychnykh system [Analysis and evaluation of parametric systems: Teach. Manual]. Kyiv: ISSE, 140.

4. Pantaliienko L. A. (2009). Ctabilizatsiya rukhu dynamichnykh system za napryamom [Stabilization of the motion of dynamic systems in the direction]. Scientific Journal NUBaN Ukraine. A series of «Technology and Energy AIC», 134 (1), 195−200.

5. Pantaliienko L. A. (2010). Rozrakhunok oblastey parametrychnoyi stiykosti za nayavnosti postiyno diyuchykh zburen [The calculation of regions of parametric stability in the presence of continuous perturbations]. Scientific Journal NUBaN Ukraine. A series of «Technology and Energy AIC», 150, 126−131.

6. Harashchenko, F. H., Soproniuk, O. L. (2016). Analiz praktychnoyi stiykosti ta chutlyvosti liniynykh dynamichnykh system zi zminoyu vymirnosti fazovoho prostoru [Analysis of practical stability and sensitivity of linear dynamical systems with change in the dimensionality of phase space]. System research and information technology, 3, 76-90.

7. Bashniakov, F. H., Harashchenko, F. H., Pichkur, V. V. (2008). Praktychna stiikist, otsinky ta optymizatsiia [Practical stability, evaluation and optimization]. Kyiv: Kiev University, 383.

К ВОПРОСУ СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ МЕТОДАМИ ПРАКТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Л.А. Панталиенко

Аннотация. *Рассмотрены математические модели задач стабилизации до практической устойчивости для линейных параметрических систем с возмущениями, входящих в комплекс задач проектирования ускоряюще-фокусирующих систем. Для построения регулятора с учетом требований к устойчивости при наличии динамических ограничений на фазовые координаты применены алгоритмы практической устойчивости для систем, зависящих от параметров. При этом множества начальных условий и параметров заданы в структурном виде эллипсоидов и рассмотрены линейные и нелинейные ограничения на вектор состояний соответствующей системы в динамике. В рамках сформулированных задач исследованы случаи известных и ограниченных по норме постоянно действующих возмущений. С целью корректировки движения вокруг расчетных траекторий рассмотрены задачи стабилизации систем управления по направлению. На основании методов практической устойчивости по направлению для параметрических систем доказано критерии стабилизации до соответствующих типов устойчивости при наличии возмущений.*

Ключевые слова: *математическая модель, стабилизация, регулятор, параметры, практическая устойчивость, параметрическая система, динамические ограничения*

TO THE QUESTION OF THE STABILIZATION OF MOTION METHODS OF PRACTICAL STABILITY

L. Pantalienko

Abstract. *Mathematical models of stabilization problems to practical stability are considered for linear parametric systems with perturbations that are included in the complex problem of designing accelerating-focusing systems. To build a regulator with regard to the requirements for stability in the presence of dynamic constraints on the phase coordinates, practical stability algorithms are applied for systems that depend on parameters. At the same time, the sets of initial conditions and parameters are specified in the structural form of ellipsoids and linear and nonlinear restrictions on the state vector of the corresponding system in dynamics are considered. In the framework of the formulated problems, cases of known and normal-limited perturbations that are normally limited are studied. In order to correct the movement around the calculated trajectories, the problems of stabilizing control systems in a direction are considered. Based on the methods of practical directional stability for parametric systems, the criteria of stabilization to the corresponding types of stability in the presence of perturbations are proved.*

Keywords: ***mathematical model, stabilization, regulator, parameters, practical stability, parametric system, dynamic constraints***