УДК 519.6:001.5 DOI 10.31548/energiya2019.01.045

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ СИСТЕМ

Д. А. Левкин, кандидат технических наук, старший преподаватель

Харьковский национальный технический университет

сельского хозяйства им. Петра Василенко

E-mail: valoi@i.ua

Аннотация. *Рассмотрены вопросы математического моделирования и оптимизации параметров температурных полей многослойного микробиологического объекта находящегося под воздействием сканируемых источников лазерного излучения. Автором построена и решена краевая задача системы дифференциальных уравнений теплопроводности, описывающих процесс лазерного воздействия на сферический многослойный микробиологический объект (эмбрион). Актуальность вопроса исследования объясняется сложной геометрией микробиологического объекта и особенностями процесса взаимодействия электромагнитного излучения с эмбрионом.*

Сферическая, трехслойная, нелинейная и неоднородная структура эмбриона зачастую была поводом того, что многие авторы для проведения параметризации температурных полей в эмбрионе и осуществления оптимизации технических параметров лазерных излучателей рассматривали эмбрион как однослойное, однородное тело. При этом, несмотря на то, что в данном случае существенно упрощался процесс математического моделирования и оптимизации технических параметров, уменьшались затраты машинного времени и памяти, необходимых для осуществления оптимизации, в то же время, уменьшалась точность реализации прикладных оптимизационных математических моделей процесса лазерного воздействия на эмбрион, что способствовало повышению расхода микробиологического материала при трансплантации. В связи с этим, для экономии тепловых и энергетических ресурсов лазерных излучателей, а также уменьшения травмируемости клеток, автором данной работы проведен процесс математического моделирования распределения температурных полей эмбриона под воздействием лазерным лучом, с учетом трехслойной, нелинейной и неоднородной структуры микробиологического объекта.

Ключевые слова: ***математическое моделирование, оптимизация, краевая задача, параметризация***

Актуальность. Математическое моделирование процесса лазерного воздействия на микробиологический объект связано с определенными трудностями вызванными сложной геометрией микробиологического объекта, его многослойной структурой и особенностями взаимодействия лазерного излучения с биологическими тканями. К ним, в частности, относятся нелинейность температурного поля и ограничений на параметры лазерных излучателей, многосвязность области решений, многоэкстремальность прикладных задач оптимизации и другие особенности [1, 2]. Эти трудности влекут к тому, что при математическом моделировании процесса лазерного воздействия на микробиологический объект, для уменьшения его травмируемости зачастую требуется постановка и реализация нескольких адекватных прикладных оптимизационных математических моделей. При этом, для экономии тепловых и энергоресурсов лазерных излучателей, повышения жизнеспособности сегментируемых частей микробиологических объектов, они рассматриваются с учетом сложной геометрии и многослойной внутренней структуры.

Ставится задача, с одной стороны, обеспечения биотехнологического процесса лазерного воздействия на микробиологический объект, а с другой – контроля расхода тепловых и других технических ресурсов лазерных излучателей, а также избежания неконтролируемых потерь дорогостоящего микробиологического материала. Одним из возможных способов ее решения есть реализация прикладных оптимизационных математических моделей процесса лазерного воздействия с учетом многослойной, нелинейной и неоднородной структуры микробиологического объекта [3, 4].

В данной работе построена и проведена численная реализация расчетной математической модели процесса действия лазерного луча на эмбрион. Автором найдены температуры лазерного нагрева слоев эмбриона. Учет температуры нагрева слоев эмбриона при лазерном воздействии позволит повысить точность реализации прикладных оптимизационных математических моделей, и, как следствие этого, снизить затраты тепловых и энергетических ресурсов лазерных излучателей, а также уменьшить травмируемость клеток, при трансплантации.

Анализ последних исследований и публикаций. Актуальность вопроса исследований затронута в работах [5 – 8]. Несмотря на то, что в работах [5 – 7] проведена оптимизация не биологических, а других систем, важным в них является подход к параметризации физических полей многослойных систем для осуществления оптимизации параметров соответствующих физических полей. Микробиологические объекты, находящиеся под электронно-лучевым воздействием лазера, отличаются постановкой и реализацией расчетных и прикладных оптимизационных математических моделей. В работе [8] эмбрион рассматривается с учетом его трехслойной, неоднородной и нелинейной внутренней структуры. Авторами работы [8] показано распределение температурных полей при лазерном воздействии на эмбрион всего лишь для трех конкретных режимов точечной подачи энергии лазерного луча и не приведена оптимизация параметров лазерных излучателей. При реализации прикладных оптимизационных математических моделей учет особенностей процесса лазерного воздействия на эмбрион позволит уменьшить затраты тепловых и энергоресурсов, а также повысить выживаемость клеток при трансплантации.

Цель исследования – провести параметризацию температурных полей и вычислить температуры лазерного нагрева эмбриона с учетом его трехслойной, нелинейной и неоднородной внутренней структуры.

Материалы и методы исследования. Для расчета временных и пространственных координат точек контроля распределения температурных полей в эмбрионе воспользовались неравномерной и равномерной сетками, соответственно. С помощью метода разделенных переменных в работе найдено решение дифференциального уравнения теплопроводности из краевой задачи процесса действия лазерного луча на эмбрион.

Результаты исследований и их обсуждение. С учетом данных про пространственные и временные координаты точек контроля температурных полей, найденных с помощью равномерной и неравномерной сетки, соответственно, система дифференциальных уравнений теплопроводности из краевой задачи представима в следующем виде:

$$\begin{cases} 5.46\dfrac{\partial T_1}{\partial t} = 0.71\left(\dfrac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + 0,1\dfrac{\partial T_1}{\partial r}\right) + 55.02, \textit{при } r \in [20;30], t \in [400;403]; \\ 5.44\dfrac{\partial T_2}{\partial t} = 0.96\left(\dfrac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{15}\dfrac{\partial T_2}{\partial r}\right) + 94.1, \textit{при } r \in [30;40], t \in [403;1500]; \\ 5.3\dfrac{\partial T_3}{\partial t} = 0.94\left(\dfrac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + 0,05\dfrac{\partial T_3}{\partial r}\right) + 390.25, \textit{при } r \in [40;50], t \in [1500;2250]; \\ 5.1\dfrac{\partial T_4}{\partial t} = 0.91\left(\dfrac{\partial^2 T_4}{\partial r^2} + 0,04\dfrac{\partial T_4}{\partial r}\right) + 452.4, \textit{при } r \in [50;60], t \in [2250;2500]. \end{cases} \quad (1)$$

Граничные условия начала и конца действия лазерного луча в точках зоны пеллюцида и слоя клеток бластомеров:

$$\left[\begin{array}{ll} T(0;0) = 100\ {}^0C & \textit{в зоне пеллюцида эмбриона}; \\ T(53;2400) = 37\ {}^0C & \textit{в слое клеток бластомеров}. \end{array}\right. \quad (2)$$

Граничные условия теплового потока в точках на границе раздела зоны пеллюцида эмбриона и окружающей, питательной среды:

$$-0,67\frac{\partial T_1}{\partial r}(0,t) = 4,4\,. \quad (3)$$

Равенства раздела сред в слоях эмбриона:

$$\begin{cases} T_1(20;400) = T_2(30;403), -0,71\dfrac{\partial T_1}{\partial r} = -0,96\dfrac{\partial T_2}{\partial r}, \textit{при } r \in [20;30]; \\ T_2(30;403) = T_3(40;1500), -0,96\dfrac{\partial T_2}{\partial r} = -0,94\dfrac{\partial T_3}{\partial r}, \textit{при } r \in [30;40]; \\ T_3(40;1500) = T_4(50;2250), -0,94\dfrac{\partial T_3}{\partial r} = -0,91\dfrac{\partial T_4}{\partial r}, \textit{при } r \in [40;50]; \\ T_4(50;2250) = T_5(60;2500), -0,91\dfrac{\partial T_4}{\partial r} = -0,9\dfrac{\partial T_5}{\partial r}, \textit{при } r \in [50;60]. \end{cases} \quad (4)$$

Равенства непрерывности по временной координате температурных полей в слоях эмбриона:

$$\begin{cases} T\ 20;400-0\ =T\ 20;400+0\ ; \\ T\ 30;403-0\ =T\ 30;403+0\ ; \\ T\ 40;1500-0\ =T\ 40;1500+0\ ; \\ T\ 50;2250-0\ =T\ 50;2250+0\ ; \\ T\ 60;2500-0\ =T\ 60;2500+0\ . \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим в общем виде, без учета многослойной структуры эмбриона, дифференциальное уравнение теплопроводности из системы (1):

$$\frac{\partial T}{\partial t}-a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right)+q=0, \quad (6)$$

где $T=T\ r,t$ – температура лазерного воздействия на эмбрион; r – глубина проникновения лазерного луча в эмбрион; t – длительность действия лазерного луча; $a=-\frac{\lambda}{\rho c}$ – температуропроводность; λ – коэффициент теплопроводности эмбриона; ρ – коэффициент плотности эмбриона; c – коэффициент теплоемкости эмбриона; q – удельная плотность мощности тепловых нагрузок в эмбрионе.

Решение дифференциального уравнения теплопроводности можно записать как:

$$T(r,t)=T_{о.о.}(r,t)+T_{ч.н.}(r,t), \quad (7)$$

где $T_{о.о.}(r,t)$ – общее однородное решение; $T_{ч.н.}(r,t)$ – частное неоднородное решение.

Найдем общее однородное решение уравнения теплопроводности (6). Используя метод разделенных переменных, представим общее однородное решение в следующем виде:

$$T(r,t)=u(r)v(t). \quad (8)$$

Подставив $T(r,t)$ в дифференциальное уравнение теплопроводности (6), получим:

$$v'(t)u(r)-a(v(t)u''(r)+\frac{2}{r}v(t)u'(r))=0. \quad (9)$$

Проведя алгебраические преобразования дифференциального уравнения (9), получим уравнение с разделяющими переменными и уравнение класса Фукса, соответственно

$$v'(t) = cv(t), \tag{10}$$

$$u''(r) + \frac{2}{r}u'(r) = \frac{c}{a}u(r). \tag{11}$$

Решение уравнения с разделяющими переменными (10):

$$v(t) = e^{ct}. \tag{12}$$

Для удобства решения дифференциального уравнения класса Фукса (11), помножим его левую и правую части на r^2

$$r^2u''(r) + 2ru'(r) - \frac{cr^2}{a}u(r) = 0. \tag{13}$$

Для решения дифференциального уравнения класса Фукса (13) построим характеристический полином:

$$\lambda(\lambda - 1) + 2\lambda = 0. \tag{14}$$

Вычислим корни характеристического полинома:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0; \\ \lambda_2 = -1. \end{cases} \tag{15}$$

Будем искать решение уравнения (13) в виде степенного ряда:

$$u(r) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k r^{k-1}. \tag{16}$$

Подставим данный степенной ряд в дифференциальное уравнение (11)

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k (k-1)(k-2) r^{k-1} + 2\sum_{k=0}^{\infty} c_k (k-1) r^{k-1} = \frac{c}{a}\sum_{k=0}^{\infty} c_k r^{k+1} = \frac{c}{a}\sum_{k=2}^{\infty} c_{k-2} r^{k-1}. \tag{17}$$

С учетом равенства

$$\frac{c}{a}\sum_{k=0}^{\infty} c_k r^{k+1} = \frac{c}{a}\sum_{k=2}^{\infty} c_{k-2} r^{k-1} \tag{18}$$

коэффициенты c_0 и c_1 – будут произвольными числами, рекуррентное соотношение на остальные коэффициенты имеет вид:

$$c_k = \frac{c}{a}\left(\frac{c_{k-2}}{k^2}\right). \tag{19}$$

Воспользовавшись полученным рекуррентным соотношением, найдем два решения:

$$u_1(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k-1}}{a^k \left((2k)!!\right)^2} \text{ и } u_2(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k}}{a^k \left((2k+1)!!\right)^2}. \tag{20}$$

С учетом значения функции $v(t)$ из формулы (12) имеем решение дифференциального уравнения теплопроводности (6):

$$T(r,t) = \left(c_1 u_1(r) + c_2 u_2(r)\right) e^{ct}. \tag{21}$$

Заметим, что $c_1 = 0$, так как нет особенностей в функции $u_1(r)$, $c_2 = T(0,0)$.

Для отыскания частного неоднородного решения дифференциального уравнения теплопроводности (6) воспользуемся методом разделенных переменных. Будем искать частное неоднородное решение в следующем виде:

$$T_{ч.н.}(r,t) = f(r)g(t), \tag{22}$$

где функция $g(t)$, с учетом граничных условий для уравнения теплопроводности системы (1), представима в следующем виде:

$$g(t) = \begin{cases} 1 \quad при \quad t \le t_0; \\ 0 \quad при \quad t > t_0. \end{cases} \tag{23}$$

Используя теорему о виде решения для линейного неоднородного дифференциального уравнения, в правой части которого стоит квазиполином, найдем частное неоднородное решение

$$T_{ч.н.}(r,t) = -\frac{q_e}{6a_e} r^2, \tag{24}$$

где q_e – удельная плотность мощности тепловых нагрузок точек в слоях эмбриона.

С учетом равенства (8), получим, что:

$$T(r,t) = T(0,0)e^{ct} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k}}{a_e^k \left((2k+1)!!\right)^2} - \frac{q_e}{6a_e} r^2 g(t). \tag{25}$$

Для вычисления температуры нагрева слоев эмбриона, рассмотрим, в общем виде, решение уравнения теплопроводности для эмбриона на сегменте $t_1, t_2 \ \times \ r_1, r_2$:

$$T(r,t) = c_1 e^{ct}\left(1 + \frac{cr^2}{9a} + \ldots\right) - \frac{qr^2}{6a} \qquad (26)$$

с краевыми условиями (2), которые в общем виде имеют вид:

$$\left[\begin{array}{l} T \ \ r_1, t_1 \ = T_1; \\ T \ \ r_2, t_2 \ = T_2. \end{array}\right. \qquad (27)$$

Подставив краевые условия (27) в уравнение (26), получили систему двух уравнений:

$$\begin{cases} c_1 e^{ct_1}\left(1 + \dfrac{cr_1^2}{9a_1} + \ldots\right) = T \ \ r_1, t_1 \ + \dfrac{q_1 r_1^2}{6a_1}; \\ c_1 e^{ct_2}\left(1 + \dfrac{cr_2^2}{9a_2} + \ldots\right) = T \ \ r_2, t_2 \ + \dfrac{q_2 r_2^2}{6a_2}, \end{cases} \qquad (28)$$

где a_1 – температуропроводность точек зоны пеллюцида; a_2 – температуропроводность точек слоя клеток бластомеров;

В системе алгебраических уравнений (28) делим первое уравнение на второе и получаем:

$$e^{c \ t_1 - t_2} = \left(\frac{T \ \ r_1, t_1 \ + \dfrac{q_1 r_1^2}{6a_1}}{T \ \ r_2, t_2 \ + \dfrac{q_2 r_2^2}{6a_2}}\right) \times \left(\frac{1 + \dfrac{cr_2^2}{9a_2}}{1 + \dfrac{cr_1^2}{9a_1}}\right). \qquad (29)$$

После того, как нашли значение c, находим

$$c_1 = \frac{T \ \ r_1, t_1 \ + \dfrac{qr_1^2}{6a_1}}{e^{ct_1}\left(1 + \dfrac{cr_1^2}{9a_1}\right)}. \qquad (30)$$

Для вычисления температуры нагрева перивителлированного пространства эмбриона ввели данные, характерные для лазерного нагрева слоев перивителлированного пространства и клеток бластомеров эмбриона:

$$t_1 = 403; \quad t_2 = 1500; \quad r_1 = 30; \quad r_2 = 40; \quad T_1 = 80; \quad T_2 = 60. \tag{31}$$

Подставив данные (31) в выражение (29), получим:

$$e^{-1097c} = \left(\frac{80 + 70,5(30)^2}{60 + 92,2(40)^2} \right) \times \left(\frac{1 + \dfrac{(40)^2 c}{9 \times 0,17}}{1 + \dfrac{(30)^2 c}{9 \times 0,13}} \right) \approx \left(\frac{63530}{147660} \right) \times \left(\frac{1 + 1045,7c}{1 + 769,2c} \right). \tag{32}$$

Будем искать решение уравнения (32) при малых c и тогда $e^{-1097c} \approx 1$.

Решив уравнение

$$\left(\frac{63530}{147660} \right) \times \left(\frac{1 + 1045,7c}{1 + 769,2c} \right) = 1, \tag{33}$$

нашли, что $c \approx -0,001$.

Подставив численные данные (31) и найденную константу c в уравнение (30) получили:

$$c_1 = \frac{80 + 70,5 \times (30)^2}{e^{403 \times (-0,001)} \left(1 + \dfrac{(-0,001) \times (30)^2}{9 \times 0,13} \right)} \approx 264708,3. \tag{34}$$

Подставив в выражение (28) временные и пространственные координаты точек контроля температурных полей в слоях эмбриона, вычислили температуру нагрева перивителлированного пространства $T_2 \approx 88,7$.

Подставив численные данные характерные для лазерного нагрева слоя клеток бластомеров в выражения (29), (30) и проведя аналогичные предыдущим вычисления получили, что температура нагрева слоя клеток бластомеров составляет от $20\ ^0C$ до $63\ ^0C$. Таким образом, температура нагрева зоны пеллюцида составляет $100\ ^0C$, перивителлированного пространства – $88,7\ ^0C$, слоя клеток бластомеров – от $20\ ^0C$ до $63\ ^0C$.

Выводы и перспективы. В данной работе построена и численно реализована расчетная математическая модель процесса действия лазерного луча на эмбрион, после чего автором найдены температуры нагрева слоев эмбриона. Дальнейшие исследования в этом направлении позволят получить рациональные значения технических параметров лазерных излучателей и повысить выживаемость клеток при трансплантации.

Список литературы

1. Левкін Д. А. Математичні моделі оптимізації параметрів дії лазерного променя на багатошарові біосистеми [Текст] / Д. А. Левкін // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 60 (1102). – С. 77 – 84.

2. Мегель Ю. Е. Математическое моделирование и оптимизация параметров действия лазерного луча на многослойные биоматериалы [Текст] / Ю. Е. Мегель, В. П. Путятин, Д. А. Левкин, А. В. Левкин // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 20(1242). – С. 60 – 64.

3. Левкин, Д. А. Адекватность расчетной математической модели процесса лазерного воздействия на эмбрион [Текст] / Д. А. Левкин // Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. – К., 2018. – Т. 29(68), №3., ч. 1. – С. 166 – 169.

4. Левкин Д. А. Результаты математического моделирования распределения температуры в многослойном биообъекте [Текст] / Д. А. Левкин // Системи обробки інформації. Збірник наукових праць. – Х.: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2015. – Вип. 8(133). – С. 93 – 96.

5. Стоян Ю.Г. Размещение источников физических полей [Текст] / Ю. Г. Стоян, В. П. Путятин. – К.: Наук. думка, 1981. – С. 59 – 87.

6. Стоян Ю. Г. Оптимизация технических систем с источниками физических полей [Текст] / Ю. Г. Стоян, В. П. Путятин. – К.: Наук. думка, 1988. – С. 44 – 48.

7. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды [Текст] / Г. И. Марчук – М.: Наука, 1982. – 320 с.

8. Douglas-Hamilton D.H. Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling [Текст] / Douglas-Hamilton D.H., Conia J. // Journal of Biomedical Optics. – 2001. – Vol. 6, Issue 2. – P. 205. doi: 10. 1117/1.1353796.

References

1. Levkin, D. A. (2014). Matematychni modeli optymizatsii parametriv dii lazernoho promenia na bahatosharovi biosystemy [Mathematical models of optimization of parameters of laser beam action on multilayered biosystems]. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Zbirnyk naukovykh prats. Seriia: Mekhaniko-tekhnolohichni systemy ta kompleksy. Kh.: NTU «KhPI», 60 (1102), 77–84.

2. Megel', Yu. E., Putyatin, V. P., Levkin, D. A., Levkin, A. V. (2017). Matematycheskoe modelyrovanye y optymyzatsyia parametrov deistvyia lazernoho lucha

na mnogosloynyie biomaterialyi [Mathematical modeling and optimization of parameters of laser beam action on multilayer biomaterials]. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Zbirnyk naukovykh prats. Seriia: Mekhaniko-tekhnolohichni systemy ta kompleksy. Kh.: NTU «KhPI», 20 (1242), 60–64.

3. Levkin, D. A. (2018). Adekvatnost' raschetnoy matematicheskoy modeli protsessa lazernogo vozdeystviya na embrion. [The adequacy of the calculated mathematical model of the process of laser exposure to the embry]. Vcheni zapysky TNU imeni V.I. Vernadskoho. Seriia: Tekhnichni nauky. Kyiv, 29(68), No 3, Ch. 1, 166–169.

4. Levkin, D. A. (2015). Rezultatyi matematicheskogo modelirovaniya raspredeleniya temperaturyi v mnogosloynom bioob'ekte. [The results of mathematical modeling of the temperature distribution in a multilayer biological object]. Systemy obrobky informatsii. Zbirnyk naukovykh prats. Kh.: Kharkivskyi universytet Povitrianykh Syl imeni Ivana Kozheduba, 8(133), 93–96.

5. Stoyan, Yu. G., Putyatin, V. P. (1981). Razmeshchenie istochnikov fizicheskih poley [Placement of sources of physical fields]. Kyiv: Nauk. dumka, 59–87.

6. Stoyan, Yu. G., Putyatin, V. P. (1988). Optimizaciya tekhnicheskih sistem s istochnikami fizicheskih poley [Optimization of technical systems with sources of physical fields]. Kyiv: Nauk. dumka, 44–48.

7. Marchuk, G. I. (1982). Matematycheskoe modelyrovanye v probleme okruzhayuschey sredyi [Mathematical modeling in environmental issues]. M.: Nauka, 320.

8. Douglas-Hamilton, D. H., Conia, J. (2001). Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling. Journal of Biomedical Optics, 6 (2), 205. doi:10.1117/1.1353796

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ БАГАТОШАРОВИХ СИСТЕМ

Д. А. Левкін

Анотація. *Розглянуті питання математичного моделювання та оптимізації параметрів температурних полів багатошарового мікробіологічного об’єкта, що знаходиться під дією сканованих джерел лазерного випромінювання. Автором побудована та розв’язана крайова задача системи диференціальних рівнянь теплопровідності, що описують процес лазерної дії на сферичний багатошаровий мікробіологічний об’єкт (ембріон). Актуальність питання дослідження обумовлена складною геометрією мікробіологічного об’єкта та особливостями процесу взаємодії електромагнітного випромінювання з ембріоном.*

Сферична, трьохшарова, нелінійна та неоднорідна структура ембріона, найчастіше була приводом до того, що багато авторів для параметризації температурних полів ембріона та здійснення оптимізації технічних параметрів лазерних випромінювачів, розглядали ембріон як одношарове однорідне тіло. При цьому, незважаючи на те, що в даному випадку суттєво спрощувався процес математичного моделювання та оптимізації технічних параметрів, зменшувалися витрати машинного часу та пам’яті, які необхідні для здійснення оптимізації, в той же час, зменшувалась точність реалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей процесу лазерної дії на ембріон, що призводило до *підвищення витрат мікробіологічного матеріалу при трансплантації. У зв'язку з цим, для економії теплових та енергетичних ресурсів лазерних випромінювачів, а також зменшення травмованості клітин, автором даної роботи проведено процес математичного моделювання розподілу температурних полів ембріона під дією лазерного випромінювання з урахуванням трьохшарової, нелінійної та неоднорідної структури мікробіологічного об'єкта.*

Ключові слова. ***математичне моделювання, оптимізація, крайова задача, параметризація***

MATHEMATICAL MODELING AND OPTIMIZATION OF MULTILAYER SYSTEMS

D. Levkin

Abstract. *In this work the author has studied the questions of mathematical modeling and optimization of parameters of temperature fields of a multilayer microbiological object, which is influenced by scanning source of laser radiation. The author has constructed and solved the boundary-value problem of a system of differential equations of heat, which describe the process of laser effect on spherical multilayer microbiological object (embryo). The relevance of the research can be explained by complicated geometry of a microbiological object and by peculiarities of the interaction between electromagnetic radiation and an embryo.*

Spherical, three-layer, nonlinear and heterogeneous structure of an embryo was often a reason for many authors for conducting parametrization of temperature fields of an embryo and optimization of technical parameters of laser emitters considering an embryo as a one-layer, homogeneous body. Despite the fact that in this case the process of mathematical modeling and optimization of technical parameters was significantly simplified, and machine time and memory expenditures for optimization decreased, at the same time, the accuracy of implementation of applied optimization mathematical models of the process of laser effect on an embryo decreased, and this fact increased the expenditures of microbiological material during transplantation. That is why for saving thermal and power resources of laser emitters, and also for decreasing the number of cell injuries, the author of this work has conducted the process of mathematical modeling of distribution of temperature fields of an embryo under the action of a laser beam taking in consideration three-layer, nonlinear and heterogeneous structure of a microbiological object.

Key words: ***mathematical modeling, optimization, boundary-value problem, parametrization***