УДК 534.131.1:534.232.082.73

М.И. Романюк, **О.Н. Петрищев**, д.-р.тех.наук Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Методика расчета передаточных характеристики пьезокерамического преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн. Часть 2. Расчет коэффициента механоакустического преобразования в режиме возбуждения нормальных волн Лэмба

На основе общего решения задачи о возбуждении нормальных волн Лэмба системой объемных и поверхностных нагрузок построена математическая модель электроакустического преобразователя с дисковым пьезоэлектрическим элементом, механический контакт которого с изотропной пластиной осуществляется через слой согласующей жидкости. Показано, что при одностороннем доступе к пластине одинаково эффективно возбуждаются как симметричные, так и асимметричные волны Лэмба. Установлено, что радиальный размер области механического контакта оказывает существенное влияние на эффективность возбуждения ультразвуковых колебаний заданной длины волны. Введено и дано толкование физического смысла понятия «волновая характеристика преобразователя». Выполнено исследование кинематических характеристик симметричных и асимметричных волн Лэмба. Показано, что преобразователь с диском небольшого, по сравнению с толщиной пластины, диаметра, эффективно возбуждает первую симметричную и первую асимметричную волны Лэмба, которые в совокупности своей образуют поверхностную волну типа волны Рэлея. Высшие нормальные волны Лэмба имеют на порядок меньшие уровни, что, формирует на электрическом выходе приемника ультразвуковых волн помехоподобный сигнал. Библ.4, рис. 7.

Ключевые слова: волны Лэмба; аксиальные поверхностные нагрузки; амплитудные множители волн Лэмба; векторный коэффициент механоакустического преобразования

Введение

В работе [1] дано определение передаточной характеристики дискового пьезоэлектрического преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн. Там же был выполнен расчет коэффициента электромеханического преобразования, т. е. была построена и исследована аналитическая конструкция, которая

связывает амплитуду U_Г гармонически изменяющейся во времени по закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$; ω - круговая частота; t - время) разности электрических потенциалов на выходе генератора электрических сигналов с амплитудным значением избыточного давления $\Delta P(\rho, -\delta)$ в плоскости механического контакта слоя согласующей жидкости с акустической нагрузкой. Символом ρ в списке аргументов функции избыточного давления обозначена радиальная координата произвольной точки площадки механического контакта ($\rho \leq R_0$; R_0 - радиус пьезокерамического диска - активного элемента в конструкции электроакустического преобразователя), δ – толщина слоя согласующей жидкости. В работе [1] показана реальная роль слоя согласующей жидкости в процессе формирования частотно зависимых характеристик пьезоэлектрического преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн.

Естественно, что выходным сигналом излучающего преобразователя являются возбуждаемые им упругие возмущения в объеме акустической нагрузки. Обозначим смещения материальных частиц в металлическом листе символом $\vec{u}(\rho, z, t)$, где ρ , z - координаты цилиндрической системы координат. Полагая механоакустическое преобразование $\Delta P(\rho, -\delta, t) \Rightarrow \vec{u}(\rho, z, t)$ линейным, можно утверждать, что при гармоническом воздействии $\Delta P(\rho, -\delta)e^{i\omega t}$, отклик преобразователя также является гармонической функцией времени, т. е. $\vec{u}(\rho, z, t) = \vec{u}(\rho, z)e^{i\omega t}$. В этом случае амплитуды воздействия и отклика физической системы можно связать между собой следующим образом

$$\vec{u}(\rho, z) = \Delta P(\rho, -\delta) \vec{W}^{MA}(\omega, \rho, z, \Pi), \quad (1)$$

где $\vec{W}^{MA}(\omega,\rho,z,\Pi)$ - векторная функция, зависящая от частоты ω , от координат ρ , *z* точки

В настоящей статье будет построена и исследована функция $\bar{W}^{MA}(\omega,\rho,z,\Pi)$, которая в работе [1] определена термином «механоакустический коэффициент передачи пьезоэлектрического преобразователя».

Расчет компонентов механоакустического коэффициента передачи пьезоэлектрического преобразователя в режиме возбуждения волн Лэмба

Компоненты вектора смещения $\vec{u}(\rho, z)e^{i\omega t}$ материальных частиц металлического листа, которые возбуждаются гармонически изменяющейся во времени поверхностной нагрузкой $\sigma_{zz}^*(\rho, h)e^{i\omega t}$, должны удовлетворять векторному уравнению установившихся гармонических колебаний [2]

$$(\lambda + 2G) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}(\rho, z) - G \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{u}(\rho, z) + + \rho_0 \omega^2 \vec{u}(\rho, z) = 0 \forall (\rho, z) \in V,$$

$$(2)$$

где λ, G, ρ₀ и V - модули упругости, плотность и объем металлического листа; ρ, z - координатные линии цилиндрической системы координат ρ, φ, z, начало которой размещается в срединной плоскости металлического листа толщиной 2*h* (рис. 1).



Рис. 1. Декартова и цилиндрическая системы координат

Единственность решения уравнения (2) обеспечивается условиями на поверхностях z = ± h (граничными условиями), которые в данном случае записываются в следующем виде

ISSN 1811-4512. ElectronComm 2014, Vol. 19, №5(82)

$$\sigma_{zz}(\rho,h) = \sigma_{zz}^{*}(\rho,h), \ \sigma_{z\rho}(\rho,h) = 0, \qquad (3)$$

$$\sigma_{zz}(\rho,-h) = 0, \quad \sigma_{z\rho}(\rho,-h) = 0, \quad (4)$$

где $\sigma_{zz}(\rho, z)$ и $\sigma_{z\rho}(\rho, z)$ - нормальные и касательные напряжения, которые возникают в изотропной упругой пластине при её деформировании внешними силами. Запись условий (3) и (4), которые фактически являются третьим законом Ньютона в дифференциальной форме, содержит (по умолчанию) предположение о том, что металлический лист не контактирует с другими материальными объектами, т. е. находится в вакууме. Символом $\sigma_{zz}^*(\rho, h)$ в условии (3) обозначено амплитудное значение поверхностной плотности внешних сил. В данной задаче $\sigma_{zz}^*(\rho, h) \equiv \Delta P(\rho, -\delta)$.

Дифференциальное уравнение (2) и совокупность условий (3) и (4) образуют неоднородную граничную задачу динамической теории упругости. Подобного сорта задачи всегда решаются в два этапа. На первом этапе решается так называема однородная граничная задача, т. е. граничная задача (2) – (4) при $\sigma_{zz}^{*}(\rho,h) = 0$. Целью решения такой задачи является определение возможных, разрешенных вторым и третьим законами Ньютона, перемещений материальных частиц изотропной пластины. Эти решения, которые в объеме пластины удовлетворяют второму закону Ньютона, т. е. уравнению (2), а на поверхностях пластины – третьему закону Ньютона, т. е. нулевым граничным условиям (3) и (4), называются нормальными волнами или модами. В данном случае - это нормальные волны Лэмба. Именно Горэйс Лэмб, автор статьи, опубликованной в 1917 г. (см. библиографию в [3]), первым указал на существование таких движений в изотропной пластине.

После определения аналитического описания нормальных волн, решается неоднородная граничная задача (2) – (4). В самом общем случае, уравнение (2) имеет не нулевую правую часть, и все напряжения на поверхностях $z = \pm h$ не равны нулю. Решение этой задачи строится в виде разложений по нормальным волнам. Целью решения является определение амплитудных множителей нормальных волн.

Однородная граничная задача (2) – (4) решается, как правило, с использованием скаляр-

ного и векторного потенциалов [3] поля смещений материальных частиц. Конечный результат решения этой задачи можно записать в следующем виде

$$\vec{u}(\rho, \boldsymbol{z}) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^*(\gamma_n, \Pi) \vec{U}^{SL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_n) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m^*(\gamma_m, \Pi) \vec{U}^{AL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_m),$$
(5)

где $A_n^*(\gamma_n, \Pi)$ - амплитудный множитель n -ой нормальной, симметричной относительно срединной плоскости пластины z = 0, волны Лэмба (символ SL); у_п - волновое число *п*-ой волны, которое имеет действительные значения для конечного числа N распространяющихся на данной частоте симметричных волн Лэмба; П - набор параметров поля внешних сил. Еще раз подчеркнем, что в процессе решения однородной граничной задачи величины $A_n^*(\gamma_n, \Pi)$ не определяются - их принципиально нельзя определить. Определяются функции $\vec{U}^{SL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_n)$ - векторы смещения материальных частиц изотропного упругого слоя в *n*-ой симметричной волне Лэмба. Символами $B_m^*(\gamma_m, \Pi)$ и $\vec{U}^{AL}(\rho, \textbf{z}, \gamma_m)$ в выражении (5) обозначены амплитудные множители и векторы смещения материальных частиц в *m*-ой, асимметричной (символ AL) относительно срединной плоскости z = 0 упругого слоя, нормальной волне Лэмба. Бесконечные суммы в соотношении (5) означают, что на любой, сколь угодно малой, частоте ω смены знака напряженнодеформированного состояния в изотропной пластине существует бесконечное множество нормальных волн с комплексными значениями волновых чисел, и только конечное число (в области очень малых частот - первая симметричная и первая асимметричная волна Лэмба) нормальных волн имеют действительные волновые числа, т. е. являются распространяющимися.

Осесимметричный вектор $\vec{U}^{SL}(\rho, z, \gamma_n)$ определяется радиальной $U_{o}^{SL}(\rho, z, \gamma_{n})$ и аксиальной $U_z^{SL}(\rho, z, \gamma_n)$ проекциями на координатные оси цилиндрической системы координат, причем

$$U_{\rho}^{SL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_{n}) = U_{\rho}^{0S}(\boldsymbol{z}, \gamma_{n}) H_{1}^{(2)}(\gamma_{n}\rho),$$

$$U_{z}^{SL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_{n}) = U_{z}^{0S}(\boldsymbol{z}, \gamma_{n}) H_{0}^{(2)}(\gamma_{n}\rho)$$
(6)

где $H_{\nu}^{(2)}(\gamma_{n}\rho)$ ($\nu = 0;1$) – функции Ханкеля второго рода – фазовые множители компонентов вектора смещения; $U_{\beta}^{0S}(z, \gamma_n)$ ($\beta = \rho; z$) – безразмерные амплитудные значения компонентов вектора смещения, которые удовлетворяют однородным (нулевым) граничным условиям, и определяются следующими расчетными соотношениями

$$\begin{split} & U_{\rho}^{0S}\left(z,\gamma_{n}\right) = -(\gamma_{n}h) \Big[\cos(\alpha_{n}z) - b_{\rho}^{S}\cos(\beta_{n}z) \Big] \\ & U_{z}^{0S}\left(z,\gamma_{n}\right) = -(\gamma_{n}h) \Big[a_{z}^{S}\sin(\alpha_{n}z) - b_{z}^{S}\sin(\beta_{n}z) \Big] \\ \text{где} \quad b_{\rho}^{S} = \frac{\left[(\gamma_{n}h)^{2} - (\beta_{n}h)^{2} \Big] \cos(\alpha_{n}h)}{2(\gamma_{n}h)^{2}\cos(\beta_{n}h)}; \quad a_{z}^{S} = \frac{\alpha_{n}h}{\gamma_{n}h}; \\ & b_{z}^{S} = \frac{\left[(\gamma_{n}h)^{2} - (\beta_{n}h)^{2} \Big] \cos(\alpha_{n}h)}{2(\gamma_{n}h)(\beta_{n}h)\cos(\beta_{n}h)}. \end{split}$$

Символами α_n и β_n обозначены проекции волновых векторов \vec{k}_{ℓ} и \vec{k}_{s} взаимодействующих на поверхностях $z = \pm h$ продольных (индекс ℓ) и сдвиговых (индекс s) гармонических волн на ось z цилиндрической системы координат, т.е. $\alpha_n^2 + \gamma_n^2 = k_\ell^2$ $\beta_n^2 + \gamma_n^2 = k_s^2$, где $k_{\ell} = \omega/v_{\ell}$; $v_{\ell} = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho_0}$ - скорость распространения продольной волны в материале упругого слоя; где $k_{\rm s} = \omega/v_{\rm s}$; $v_{\ell} = \sqrt{G/\rho_0}$ скорость распространения волны сдвига.

Волновые числа α_n , β_n и γ_n связаны между собой так называемым [3] дисперсионным уравнением

$$\Delta_{S}(\chi_{n}) = (\gamma_{n}^{2} - \beta_{n}^{2})^{2} \sin(\beta_{n}h) \cos(\alpha_{n}h) + + 4\gamma_{n}^{2}\alpha_{n}\beta_{n}\cos(\beta_{n}h)\sin(\alpha_{n}h) = 0$$
(8)

которое имеет смысл условия существования п-ой симметричной волны (эквивалентный термин – моды) Лэмба на заданной частоте ω . Символ $\chi_n \equiv \gamma_n^2$.

Для асимметричной моды Лэмба номера *т* справедливы следующие расчетные соотношения

$$U_{\rho}^{AL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_{m}) = U_{\rho}^{0A}(\boldsymbol{z}, \gamma_{m}) H_{1}^{(2)}(\gamma_{m}\rho),$$

$$U_{\boldsymbol{z}}^{AL}(\rho, \boldsymbol{z}, \gamma_{m}) = U_{\boldsymbol{z}}^{0A}(\boldsymbol{z}, \gamma_{m}) H_{0}^{(2)}(\gamma_{m}\rho),$$
(9)

где безразмерные компоненты $U_{
ho}^{0A}(z,\gamma_m)$ и $U_{z}^{0A}(z, \gamma_{m})$ задаются следующими расчетными формулами:

109

$$U_{\rho}^{0A}(z,\gamma_{m}) = -\frac{\gamma_{m}h}{\alpha_{m}h} \Big[a_{\rho}^{A} \sin(\alpha_{m}z) - b_{\rho}^{A} \sin(\beta_{m}z) \Big], (10)$$

$$U_{z}^{0A}(z,\gamma_{m}) = \frac{\gamma_{m}h}{\alpha_{m}h} \Big[a_{z}^{A} \cos(\alpha_{n}z) + b_{z}^{A} \cos(\beta_{m}z) \Big]$$

$$a_{\rho}^{A} = \alpha_{m}h;$$

$$b_{\rho}^{A} = \frac{\Big[(\gamma_{m}h)^{2} - (\beta_{m}h)^{2} \Big] (\alpha_{m}h) \sin(\alpha_{m}h)}{2(\gamma_{m}h)^{2} \sin(\beta_{m}h)};$$

$$a_{z}^{A} = \frac{(\alpha_{m}h)^{2}}{\gamma_{m}h};$$

$$b_{z}^{A} = \frac{\Big[(\gamma_{m}h)^{2} - (\beta_{m}h)^{2} \Big] (\alpha_{m}h) \sin(\alpha_{m}h)}{2(\gamma_{m}h)(\beta_{m}h) \sin(\beta_{m}h)}.$$

Волновые числа α_m , β_m и γ_m связаны между собой условиями существования *m*-ой асимметричной волны Лэмба, которое записывается в следующем виде

$$\Delta_{A}(\chi_{m}) = \left(\gamma_{m}^{2} - \beta_{m}^{2}\right)^{2} \sin(\alpha_{m}h) \cos(\beta_{m}h) + + 4\gamma_{m}^{2} \alpha_{m} \beta_{m} \cos(\alpha_{m}h) \sin(\beta_{m}h) = 0,$$
(11)

Еще раз необходимо подчеркнуть, что расчетные соотношения (6) – (11) получены в результате решения однородной граничной задачи (2) – (4). Эти соотношения полностью определяют все кинематические и динамические характеристики полей волн Лэмба.

Последовательность выполнения вычислительных процедур с целью определения кинематических и динамических характеристик симметричных и (или) асимметричных волн Лэмба такова. В первую очередь из условий существования (8), (11) определяются волновые числа $\gamma_n(\omega)$ и $\gamma_m(\omega)$, и строятся так называемые частотные спектры волновых чисел симметричных и антисимметричных мод. По известным волновым числам определяются фазовые скорости $v_{f}^{(n)} = \omega / \gamma_{n}(\omega)$ и $v_{f}^{(m)} = \omega / \gamma_{m}(\omega)$. Помимо этого можно определить групповые скорости $v_g^{(n,m)}$, т. е. скорости переноса энергии. Групповая скорость v_a⁽ⁿ⁾ рассчитывается по следующей формуле $v_g^{(n)} = -\left[\partial \Delta_S(\chi_n)/\partial \gamma_n\right]/\left[\partial \Delta_S(\chi_n)/\partial \omega\right]$. Групповые скорости асимметричных волн Лэмба определяются аналогичным образом. Знание волновых чисел $\gamma_n(\omega)$ и $\gamma_m(\omega)$ позволяет выполнить исследование функции $U^{0S}_{eta}(z,\gamma_n)$ и $U_{\beta}^{0A}(z, \gamma_m)$ ($\beta = \rho; z$), т. е. определить характер изменения смещений материальных частиц по толщине упругого слоя в той или иной нормальной волне.

На рис. 2 а показаны результаты численного решения уравнения (8). На рис. 2 б показаны аналогичные результаты, которые можно получить из условия существования (11).



Рис. 2. Фазовые (штриховые кривые), групповые (сплошные линии) скорости (левая полуплоскость) и частотный спектр волновых чисел (правая полуплоскость) симметричных (а) и асимметричных (б) волн Лэмба

Структура рисунков одинакова. В правой полуплоскости рис. 2 а и б показан начальный участок частотного спектра волновых чисел симметричных и антисимметричных волн Лэмба соответственно. Номера нормальных волн по-казаны на рисунках курсивом. По оси абсцисс в

правой полуплоскости откладывается безразмерное волновое число $\zeta = 2h\gamma/\pi$; по оси ординат – безразмерная частота $\Omega = 2hk_s/\pi$. Тон - кими штриховыми прямыми линиями в правой полуплоскости показаны зависимости $\zeta = \Omega$ (эта прямая выделена малой латинской буквой

s) и $\zeta = \Omega \sqrt{\xi}$ (прямая выделена символом ℓ), где $\xi = (1 - 2\nu)/[2(1 - \nu)]; \nu$ - коэффициент Пуассона. Прямые ℓ и s определяют волновые числа невзаимодействующих продольных и сдвиговых волн.



Рис. 3. Радиальные и аксиальные смещения в первой антисимметричной (а, б) и в первой симметричной (в, г) волнах Лэмба на различных частотах

Волновые числа симметричных волн Лэмба показаны штриховыми кривыми, на которые наложены отрезки сплошных кривых. Эти криволинейные отрезки выделяют частотный диапазон, в пределах которого групповая скорость соответствующей нормальной волны имеет наибольшее значение по сравнению с другими распространяющимися модами. Графики нормированных на скорость волн сдвига vs групповых скоростей $\hat{v}_g = v_g / v_s$ показаны в левой полуплоскости рис. 2 а и б сплошными кривыми. Штриховыми кривыми в левой полуплоскости показаны графики фазовых скоростей $\hat{v}_f = v_f / v_s$. Номера нормальных волн, которым соответствуют кривые фазовых и групповых скоростей показаны курсивом. Групповые скорости антисимметричных волн Лэмба имеют наибольшие, по сравнению с другими распространяющимися модами, значения не в одном, а в нескольких частотных диапазонах (см. левую полуплоскость на рис. 2 б). Это является существенным их отличием от симметричных волн Лэмба, групповые скорости которых доминируют в одном частотном диапазоне. По этой причине в правой полуплоскости рис. 2 б не произведено выделение соответствующих частотных диапазонов. Легко заметить, что выделенные участки дисперсионных кривых $\zeta(\Omega)$ на рис. 2 а достаточно плотно прилегают к прямой ℓ , т. е. волновые числа ζ_n в пределах этих участков незначительно отличаются от волнового числа k_l продольной волны. При этом волновые числа α_n малы, а на прямой ℓ вообще принимают нулевые значения. Из соотношений (7) следует, что в этих частотных диапазонах аксиальный компонент $U_z^{0S}(z, \gamma_n) \approx 0$, т. е. симметричные волны Лэмба превращаются в продольные. Из этого факта следует, что в этих частотных диапазонах распространяющиеся симметричные волны Лэмба максимальным образом отбирают энергию от источника упругих возмущений, который создает радиальные пульсации в области нагружения пластины внешними силами. Источник, показанный на рис. 1, в этих частотных диапазонах не способен генерировать симметричные волны Лэмба.

Радиальный $U_{
ho}^{0A}(z,\gamma_m)$ и аксиальный

 $U_z^{0A}(z, \gamma_m)$ компоненты вектора смещений материальных частиц в *m*-ой асимметричной волне Лэмба при $\alpha_m \to 0$, т.е. на частотах, где ветви корней уравнения (11) пересекают прямую ℓ , обращаются в нуль. Говоря иными словами, на этих частотах невозможна генерация асимметричных волн Лэмба физически реализуемыми источниками внешних сил.

На рис. 3 показаны эпюры изменения по толщине пластины амплитудных значений радиальных $u_{o}^{0\beta}(z)$ ($\beta = A, S$) и аксиальных $u_{z}^{0\beta}(z)$ компонентов векторов смещений материальных частиц в первой симметричной и первой антисимметричной волнах Лэмба на различных безразмерных частотах Ω. Значения частот проставлены в поле рисунков возле соответствующих кривых. Значения смещений на каждой частоте нормированы на абсолютную величину максимального смещения. На частотах $\Omega \ge 2$ максимальные смещения обеспечивает аксиальный компонент $u_z^{0eta}(z)$ вблизи поверхности пластины. По осям абсцисс на рис. 3 отсчитываются значения безразмерной аксиальной координаты z/h. Отчетливо видно, что на частотах Ω ≥ 6 исчезают кинематические различия между первой симметричной и первой антисимметричной волнами Лэмба. Более того, если алгебраически сложить кривые, которые показаны на рис. 3 б и рис. 3 г, то получается хорошо известный профиль изменяющихся по толщине пластины компонентов вектора смещений материальных частиц в поверхностной волне Рэлея [3].

Таким образом, алгебраическая сумма двух первых волн Лэмба образует поверхностную волну рэлеевского типа, которая по своим характеристикам становится практически неотличимой от поверхностной волны Рэлея начиная с частоты $\Omega \cong 10$. Необходимо подчеркнуть, что на высоких частотах максимальные значения окружного и аксиального компонентов векторов смещений в первой симметричной и в первой антисимметричной волнах Лэмба формируются на поверхности и в тонкой подповерхностной области упругого слоя. Из этого следует, что эти волновые движения одинаково хорошо возбуждаются с поверхности металлической пластины любым электроакустическим преобразователем.

На рис. 4 показаны графики распределения смещений материальных частиц по толщине пластины во второй асимметричной (рис. 4 а, в) и во второй симметричной (рис. 4 в, г) волнах Лэмба. Показанные на рис. 4 кривые можно прокомментировать следующим образом.

На частотах, которые соответствуют значениям $\alpha_{\beta} \cong 0$ ($\beta = n; m$) (это примерно одинако-

вые, равные 2, безразмерные частоты как для второй асимметричной, так и для второй симметричной волны Лэмба) на поверхностях металлического листа возникают достаточно значительные радиальные смещения материальных частиц. На этих частотах возможно эффективное возбуждение второй симметричной и второй асимметричной волны Лэмба с поверхности упругого слоя преобразователем электромагнитного типа (в частности, вихретоковым преобразователем). Тут же следует отметить, что в указанном частотном диапазоне наблюдается достаточно сильная частотная дисперсия скорости распространения. Это приведёт к тому, что сформированные ультразвуковые импульсы достаточно быстро распадутся на отдельные квазимонохроматические волновые пакеты с небольшими амплитудами.



Рис. 4. Радиальные (сплошные кривые) и аксиальные (штриховые линии) смещения во второй антисимметричной (а, б) и во второй симметричной (в, г) волнах Лэмба на различных частотах

Говоря иными словами, результат работы источника ультразвуковых волн будет плохо наблюдаемым уже на сравнительно небольших длинах пробега ультразвуковых импульсов.

После пересечения кривой волновых чисел прямой ℓ (см. рис. 2), в ближайшем частотном диапазоне можно отметить заметные уровни аксиальных смещений на поверхности упругого слоя.

Это показано на рис. 4 кривыми, которым соответствует безразмерная частота $\Omega = 4$. В окрестности этой частоты частотная дисперсия скорости распространения не так ярко выражена и поэтому вполне вероятна возможность возбуждения и наблюдения вторых нормальных волн Лэмба с помощью преобразователей контактного типа (пьезоэлектрических преобразователей). Дальнейшее увеличение значений безразмерной частоты сопровождается уменьшением уровней аксиальных и радиальных смещений на поверхности металлического листа. В области высоких частот (для вторых нормальных волн Лэмба это значения безразмерных частот $\Omega \ge 8$) максимальные смещения материальных частиц наблюдаются вблизи срединной плоскости упругого слоя. Интересен тот факт, что во вторых нормальных волнах Лэмба доминирующими по амплитуде являются аксиальные смещения материальных частиц. Можно полагать, что в области частот $\Omega \ge 8$ вторые нормальные волны Лэмба возбуждаются неэффективно.

Расчеты смещений материальных частиц в третьей и более высоких по номеру нормальных волнах Лэмба доставляют результаты, которые имеют практически не отличающееся от вторых нормальных волн качественное содержание.

Из приведенных в статье [4] общих решений для (2) - (4) следует, что в случае контактного способа возбуждения нормальных волн Лэмба, при одностороннем доступе к поверхности упругого слоя, амплитудные множители $A_n^*(\gamma_n, \Pi)$ и B^{*}_m(γ_m, Π) определяются следующими выражениями

$$\begin{aligned} A_n^*(\gamma_n, \Pi) &= \frac{i\pi A_n(\gamma_n)}{4G\Delta'_S(\chi_n)h}, \\ B_m^*(\gamma_m, \Pi) &= \frac{i\pi B_m(\gamma_m)}{4G\Delta'_A(\chi_m)h}, \end{aligned} \tag{12}$$
rge
$$\Delta'_S(\chi_n) &= d\Delta_S(\chi_n)/d\chi_n \qquad \text{if }$$

$$A_{n}(\gamma_{n}) = \left(\gamma_{n}^{2} - \beta_{n}^{2}\right) \sin(\beta_{n}h) \int_{0}^{\infty} \rho \, \sigma_{zz}^{*}(\rho,h) J_{0}(\gamma_{n}\rho) d\rho ; (13)$$
$$B_{m}(\gamma_{m}) = \left(\gamma_{m}^{2} - \beta_{m}^{2}\right) \cos(\beta_{m}h) \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} \rho \sigma_{zz}^{*}(\rho, h) J_{0}(\gamma_{m} \rho) d\rho.$$
(14)

Необходимо добавить, что решения в форме (12) справедливы не для всех нормальных волн, частотные спектры волновых чисел которых показаны на рис. 2. Так, во второй ветви действительных корней уравнения (8) есть ниспадающий участок (рис. 2 а). На этой ветви есть две точки, в которых производная $\Delta'_{S}(\chi_{n})$ обращается в нуль. Именно по этой причине решение (12) не может быть использовано при количественном описании процесса возбуждения второй симметричной волны Лэмба. Аналогичная ситуация при коэффициенте Пуассона v = 0,3 возникает в третьей ветви действительных корней уравнения (11).

При контактном способе возбуждения нормальных волн Лэмба нормальные напряжения $\sigma_{zz}^{*}(\rho,h)$ можно записать в терминах избыточного давления в слое согласующей жидкости следующим образом

$$\sigma_{zz}^{*}(\rho,h) = \Delta P_{0}\sigma_{\rho}(\rho), \qquad (15)$$

где ΔP_0 - давление в центре площадки механического контакта; σ_ρ(ρ) - поверхностная плотность осесимметричного распределения избыточного давления по площадке механического контакта – безразмерная функция, которая обращается в нуль при $\rho > R_0$. При таком определении нормальных нагрузок выражения (13) и (14) принимают следующий вид:

$$A_{n}(\gamma_{n}) = \frac{\Delta P_{0}R_{0}^{2}}{h^{2}} \Big[(\gamma_{n}h)^{2} - (\beta_{n}h)^{2} \Big] \times \\ \times \sin(\beta_{n}h)W_{S}(\gamma_{n},\Pi), \qquad (16)$$
$$B_{m}(\gamma_{m}) = \frac{\Delta P_{0}R_{0}^{2}}{h^{2}} \Big[(\gamma_{m}h)^{2} - (\beta_{m}h)^{2} \Big] \times \\ \times \cos(\beta_{m}h)W_{A}(\gamma_{m},\Pi), \qquad (50)$$

где

$$W_{K}(\gamma_{k},\Pi) = \frac{1}{(\gamma_{k}R_{0})^{2}} \int_{0}^{\gamma_{k}R_{0}} \xi_{k}\sigma_{p}(\xi_{k}/\gamma_{k})J_{0}(\xi_{k})d\xi_{k}, (17)$$
$$K = A,S; \ k = n,m.$$

© Романюк М.И., Петрищев О.Н., 2014

 $\Delta'_{\mathcal{A}}(\chi_m) = d \Delta_{\mathcal{A}}(\chi_m)/d \chi_m;$

Производные $\Delta'_{S}(\chi_{n})$ и $\Delta'_{A}(\chi_{m})$ в развернутом виде записываются следующим образом:

$$\Delta'_{S}(\chi_{n}) = \frac{1}{2\beta_{n}h^{3}}D_{S}(\gamma_{n}h),$$

$$\Delta'_{A}(\chi_{m}) = \frac{1}{2\alpha_{m}h^{3}}D_{A}(\gamma_{m}h),$$
(18)

$$D_{S}(\gamma_{n}h) = 8\left[2(\gamma_{n}h)^{2} - (k_{s}h)^{2}\right](\beta_{n}h)\sin(\beta_{n}h)\cos(\alpha_{n}h) - \left[2(\gamma_{n}h)^{2} - (k_{s}h)^{2}\right]^{2}\cos(\beta_{n}h)\cos(\alpha_{n}h) + \left[2(\gamma_{n}h)^{2} - (k_{s}h)^{2}\right]^{2}\frac{\beta_{n}h}{\alpha_{n}h}\sin(\beta_{n}h)\sin(\alpha_{n}h) + \frac{4}{\alpha_{n}h}\left[2\xi(k_{s}h)^{4} - 3(1+\xi)(k_{s}h)^{2}(\gamma_{n}h)^{2} + 4(\gamma_{n}h)^{4}\right] \times \cos(\beta_{n}h)\sin(\alpha_{n}h) + 4(\gamma_{n}h)^{2}(\beta_{n}h)(\alpha_{n}h)\sin(\beta_{n}h)\sin(\alpha_{n}h) - 4(\gamma_{n}h)^{2}(\beta_{n}h)^{2}\cos(\beta_{n}h)\cos(\alpha_{n}h),$$

$$\begin{split} D_A(\gamma_m h) &= 8 \Big[2(\gamma_m h)^2 - (k_s h)^2 \Big] (\alpha_m h) \cos(\beta_m h) \sin(\alpha_m h) - \Big[2(\gamma_m h)^2 - (k_s h)^2 \Big]^2 \cos(\beta_m h) \cos(\alpha_m h) + \\ &+ \Big[2(\gamma_m h)^2 - (k_s h)^2 \Big]^2 \frac{\alpha_m h}{\beta_m h} \sin(\beta_m h) \sin(\alpha_m h) + \frac{4}{\beta_m h} \Big[2\xi(k_s h)^4 - 3(1+\xi)(k_s h)^2 (\gamma_m h)^2 + 4(\gamma_m h)^4 \Big] \times \\ &\times \sin(\beta_m h) \cos(\alpha_m h) + 4(\gamma_m h)^2 (\beta_m h) (\alpha_m h) \sin(\beta_m h) \sin(\alpha_m h) - 4(\gamma_m h)^2 (\alpha_m h)^2 \cos(\beta_m h) \cos(\alpha_m h), \\ &\quad \xi = \frac{k_\ell^2}{k_s^2} = \frac{G}{2G + \lambda} = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}. \end{split}$$

Подставляя соотношения (16) и (18) в определения амплитудных множителей $A_n^*(\gamma_n, \Pi)$ и $B_m^*(\gamma_m, \Pi)$, получаем

$$A_{n}^{*}(\gamma_{n},\Pi) = \frac{i\Delta P_{0}S_{0}}{2Gh}A_{n}(\gamma_{n}h)W_{S}(\gamma_{n},\Pi),$$

$$B_{m}^{*}(\gamma_{m},\Pi) = \frac{i\Delta P_{0}S_{0}}{2Gh}A_{m}(\gamma_{m}h)W_{A}(\gamma_{m},\Pi),$$
(19)

где $S_0 = \pi R_0^2$ - площадь поверхности механического контакта преобразователя с акустической нагрузкой;

$$A_{n}(\gamma_{n}h) = \frac{1}{D_{S}(\gamma_{n}h)} \Big[(\gamma_{n}h)^{2} - (\beta_{n}h)^{2} \Big] \times \\ \times (\beta_{n}h) \sin(\beta_{n}h), \qquad (20)$$
$$B_{m}(\gamma_{m}h) = \frac{1}{D_{A}(\gamma_{m}h)} \Big[(\gamma_{m}h)^{2} - (\beta_{m}h)^{2} \Big] \times \\ \times (\alpha_{m}h) \cos(\beta_{m}h), \qquad (20)$$

Подставляя выражения (19) в формулу (5) для расчета компонентов вектора смещения материальных частиц, получаем

$$\vec{u}(\rho, z) = \Delta P_0 \vec{W}^{MA}(\omega, \rho, z, \Pi)$$

где векторный коэффициент механоакустического преобразования определяется следующей расчетной формулой

$$\vec{W}^{MA}(\omega,\rho,\boldsymbol{z},\Pi) = \frac{iS_0}{2Gh} \times \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\gamma_n h) W_S(\gamma_n,\Pi) \vec{U}^{SL}(\rho,\boldsymbol{z},\gamma_n) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m(\gamma_m h) W_A(\gamma_m,\Pi) \vec{U}^{AL}(\rho,\boldsymbol{z},\gamma_m) \right\}$$
(21)

где безразмерные функции частоты $D_{S}(\gamma_{n}h)$ и

 $D_A(\gamma_m h)$ рассчитываются по формулам

Для исследования качественного содержания решений (12) и построенного на их основе выражения (21) для расчета коэффициента механоакустического преобразования рассмотрим модельный пример.

Модельное исследование контактного способа возбуждения нормальных волн Лэмба с поверхности металлического листа

Рассмотрим ситуацию, когда на верхней поверхности упругого изотропного листа толщиной 2h в круге диаметром $2R_0$ действуют нормальные силы с поверхностной плотностью $\sigma_{zz}^*(\rho,t) = \sigma_0^* e^{i\omega t}$. Такое задание внешних сил моделирует процесс возбуждения ультразвуковых волн в упругом слое пьезокерамическим дисковым преобразователем и может быть использовано для предварительных оценок диапазона рабочих частот преобразователей электромагнитного типа.

В этом случае амплитудные множители $A_n(\gamma_n)$ и $B_m(\gamma_m)$, рассчитываются по формугде $\Delta P_0 = \sigma_0^*$ (16), лам И $W_{K}(\gamma_{k},\Pi) = J_{1}(\gamma_{k}R_{0})/\gamma_{k}R_{0}$ (K = A;S;k = n; m); $J_1(\gamma_k R_0) - функция Бесселя первого$ порядка. Зависящая от волнового числа (длины волны) функция $W_{\kappa}(\gamma_{k}, \Pi)$ определяет влияние размеров площадки нагружения на эффективность возбуждения ультразвуковых волн на заданной частоте. Так как источником силового поля на поверхности упругого слоя является электроакустический преобразователь, TΟ именно по этой причине, в дальнейшем, будем называть функцию $W_{K}(\gamma_{k}, \Pi)$ волновой характеристикой электроакустического преобразователя в режиме возбуждения нормальных волн Лэмба.

Предваряя дальнейшие расчеты, рассмотрим физическое содержание термина «волновая характеристика электроакустического преобразователя».





График модуля функции $W_K(\gamma_k, \Pi)$ в зависимости от значений аргумента $\gamma_k R_0$ показан на рис. 5. Обращает на себя внимание тот факт, что значения функции $W_K(\gamma_k, \Pi)$ очень быстро убывают сростом волнового числа, т.е. с уменьшением длины возбуждаемой волны. Самая существенная особенность – на некоторых частотах, которым соответствуют вполне определенные значения аргумента $\gamma_k R_0$, значения функции $W_K(\gamma_k, \Pi)$ вообще обращаются в нуль. При этом амплитудные множители нормальных волн Лэмба также равны нулю и возникает в достаточное мере неординарная ситуация – силовое воздействие есть, а распространяющиеся упругие волны, т. е. волны Лэмба с действительными значениями волновых чисел, не возбуждаются.

Указанные особенности частотно зависимого изменения волновой характеристики объясняется интерференцией волновых полей, которые излучаются в упругую среду различными участками деформируемого твердого тела, которые находятся в области существования внешних сил.



Рис. 6. К толкованию физического содержания функции $W_{\kappa}(\gamma_{k}R_{_{0}})$

На рис. 6 показана схема формирования нормальной волны Лэмба за пределами области нагружения $\rho = R_0$ (в сечении $\rho = const$, где $\rho > R_0$).

Двумя концентрическими цилиндрическими поверхностями $\rho < R_0$ и $\rho + d\rho$ на рис. 6 выделен полый цилиндр с толщиной стенок dp. Эту область, которая находится под площадкой нагружения, можно рассматривать как элементарный (в смысле энергетики) излучатель, который формирует гармонические (стационарные) поля радиальных и аксиальных смещений материальных частиц как во внешней (относительно своего радиального размера р), так и во внутренней областях упругого слоя. Двумя другими концентрическими цилиндрическими поверхностями с радиусами $\rho + \Delta \rho$ и $\rho + \Delta \rho + d\rho$ $(\rho + \Delta \rho < R_0)$ выделена вторая цилиндрическая область, которую можно рассматривать как второй элементарный источник гармонического волнового поля. Стационарные волновые поля, созданные двумя элементарными источниками, имеют относительно друг друга фазовый сдвиг $\Delta \phi_{k} = \gamma_{k} \Delta \rho$, который изменяется с изменением волнового числа нормальной волны Лэмба. В зависимости от величины фазового сдвига волновые поля первого и второго источников либо складываются, либо вычитаются, т. е. интерферируют. На некоторых частотах, которым соответствуют нули функции $W_K(\gamma_K, \Pi)$, волновые поля всех элементарных источников взаимно компенсируют друг друга и подводимая к упругому слою энергия не выносится за пределы площадки нагружения, т. е. за пределы цилиндрической области $\rho \leq R_0$.

Так как характер изменения функции $W_K(\gamma_k, \Pi)$ полностью определяется волновыми процессами в упругом слое, т. е. в акустической нагрузке преобразователя, то это в полной мере объясняет мотивацию определения функции $W_K(\gamma_k, \Pi)$ термином «волновая характеристика электроакустического преобразователя».

Из показанного на рис. 5 графика следует очевидный вывод – чем больше размер R_0 площадки нагружения, тем ниже верхняя граничная частота частотного диапазона, в пределах которого происходит эффективное возбуждение нормальных волн Лэмба.

Рассмотрим ситуацию, когда $R_0 \rightarrow 0$, но произведение $\sigma_0^* S_0$ остается конечным. Для определенности будем считать $\sigma_0^* S_0 = 1 H$. Учитывая, что для круговой площадки нагружения $\lim_{R_0 \rightarrow 0} W_K(\gamma_k, \Pi) = 1/2$, запишем выражения,

определяющие смещения в нормальных волнах Лэмба в следующем виде:

$$u_{\rho}(\gamma_{n},\rho,z) = 1H \times \\ \times \left[\frac{i}{4Gh}A_{n}(\gamma_{n}h)H_{1}^{(2)}(\gamma_{n}\rho)\right]U_{\rho}^{0S}(z,\gamma_{n}), \\ u_{z}(\gamma_{n},\rho,z) = 1H \times \\ \times \left[\frac{i}{4Gh}A_{n}(\gamma_{n}h)H_{0}^{(2)}(\gamma_{n}\rho)\right]U_{z}^{0S}(z,\gamma_{n}),$$
(22)

$$u_{\rho}(\gamma_{m},\rho,z) = 1H \times \\ \times \left[\frac{i}{4Gh}B_{m}(\gamma_{m}h)H_{1}^{(2)}(\gamma_{m}\rho)\right]U_{\rho}^{0A}(z,\gamma_{m}), \\ u_{z}(\gamma_{m},\rho,z) = 1H \times \\ \times \left[\frac{i}{4Gh}B_{m}(\gamma_{m}h)H_{0}^{(2)}(\gamma_{m}\rho)\right]U_{z}^{0A}(z,\gamma_{m}),$$
(23)

Выражения, записанные в квадратных скобках соотношений (22) и (23) можно интерпрети ровать как радиальные и аксиальные компоненты векторной функции Грина для *n* -ой симметричной и *m*-ой асимметричной нормальной волны Лэмба, которые возбуждаются контактным способом точечной нормальной нагрузкой с поверхности z = + h изотропного упругого слоя. Определим эти величины символами $G_{\rho}^{(n)}(\gamma_n, \rho), \ G_{Z}^{(m)}(\gamma_m, \rho), \ G_{Z}^{(m)}(\gamma_m, \rho)$ и $G_{Z}^{(m)}(\gamma_m, \rho)$. После этого выражения (22) и (23) можно записать в следующем виде

$$u_{\rho}(\gamma_{n},\rho,z) = 1H \times G_{\rho}^{(n)}(\gamma_{n},\rho)U_{\rho}^{0S}(z,\gamma_{n}),$$

$$u_{z}(\gamma_{n},\rho,z) = 1H \times G_{z}^{(n)}(\gamma_{n},\rho)U_{z}^{0S}(z,\gamma_{n}),$$
(24)

$$u_{\rho}(\gamma_{m},\rho,z) = 1H \times G_{\rho}^{(m)}(\gamma_{m},\rho)U_{\rho}^{0A}(z,\gamma_{m}), \quad (25)$$
$$u_{z}(\gamma_{m},\rho,z) = 1H \times G_{z}^{(m)}(\gamma_{m},\rho)U_{z}^{0A}(z,\gamma_{m}),$$

Имея в своем распоряжении выражения для расчета компонентов векторной функции Грина, можно, в принципе, решать более общие задачи о возбуждении волн Лэмба произвольным распределением нормальных нагрузок на площадке механического контакта.

Очевидно, что эффективность регистрации той или иной волны Лэмба с помощью пьезоэлектрического электроакустического преобразователя определяется уровнем аксиальных смещений материальных частиц на поверхности упругого слоя.

Из определений (5), (7), (10) и (12) при $\sigma_{zz}^*(\rho,h) = \sigma_0 \forall \rho \leq R_0$ следует, что аксиальные компоненты векторов смещений материальных частиц поверхности z = h металлического листа определяются следующими расчетными формулами:

а) *п* -ая симметричная волна Лэмба

$$u_z^{SL}(\rho,h,\gamma_n) = iU_0W(\gamma_nR_0)W_z^{SL}(\gamma_n,h)H_0^{(2)}(\gamma_n\rho)$$
, (26)
где $U_0 = \pi\sigma_0R_0^2/(2Gh)$ - абсолютная чувстви-
тельность металлической пластины на силовое
воздействие $f_z = \pi\sigma_0R_0^2$ приложенное к поверх-
ности пластины; $W(\gamma_nR_0) = J_1(\gamma_nR_0)/(\gamma_nR_0)$ -
волновая характеристика источника силового
воздействия (преобразователя) в режиме воз-
буждения *n*-ой симметричной волны Лэмба;
 $W_z^{SL}(\gamma_n,h)$ - аксиальный компонент векторной
волновой характеристики $\vec{W}^{SL}(\gamma_n,z)$ *n*-ой
симметричной моды Лэмба на поверхности
 $z = h$. При этом

$$W_{z}^{SL}(\gamma_{n},h) = \frac{(k_{s}h)^{2}}{D_{s}(\gamma_{n}h)}(\alpha_{n}h)\sin(\alpha_{n}h)(\beta_{n}h)\sin(\beta_{n}h),$$
(27)

б) *т*-ая асимметричная волна Лэмба

$$u_{z}^{AL}(\rho,h,\gamma_{m})=iU_{0}W(\gamma_{m}R_{0})W_{z}^{AL}\times$$

$$\times(\gamma_{m},h)H_{0}^{(2)}(\gamma_{m},\rho)$$
(28)

где $W(\gamma_m R_0) = J_1(\gamma_m R_0)/(\gamma_m R_0)$ - волновая характеристика источника силового воздействия в режиме возбуждения *m*-ой асимметричной волны Лэмба; $W_z^{AL}(\gamma_m, h)$ - аксиальный компонент векторной волновой характеристики

 $\vec{W}^{AL}(\gamma_m, z)$ *m*-ой асимметричной моды Лэмба на поверхности *z* = *h*. При этом

$$W_{z}^{AL}(\gamma_{m},h) =$$

$$= \frac{(k_{s}h)^{2}}{D_{A}(\gamma_{m}h)} (\alpha_{n}h)^{2} \cos(\alpha_{n}h) \cos(\beta_{n}h).$$
(29)

На рис. 7 приведены графики модулей произведений волновых характеристик, т. е. функций $W(\gamma_n R_0) W_z^{SL}(\gamma_n, h)$ и $W(\gamma_m R_0) W_z^{AL}(\gamma_m, h)$ соответственно, рассчитанные для первых нормальных волн Лэмба (рис 7 а, б) при различных размерах круговой площадки приложения внешних сил. По осям ординат на рис. 7 отложены абсолютные значения произведений волновых характеристик, по осям абсцисс – безразмерная частота $\Omega = 2 k_s h/\pi$. Номера нор - мальных волн проставлены в поле рисунков. Символы 4*SL* и 4*AL* означают четвертую симметричную и соответственно четвертую асимметричную волну Лэмба.

Очевидно, что источник с относительным размером площадки нагружения $R_0/h = 0,01$ можно рассматривать как практически точечный источник. Соответствующие этому геометрическому параметру графики можно интерпретировать как графики модулей произведений $G_z^{(n)}(\gamma_n,\rho)U_z^{0S}(h,\gamma_n)$ и $G_z^{(m)}(\gamma_m,\rho)U_z^{0A}(h,\gamma_m)$ при единичных значениях фазовых функций, т. е. при $H_0^{(2)}(\gamma_n\rho) = H_0^{(2)}(\gamma_m\rho) = 1.$



Рис. 7. Частотно зависимое изменение аксиальных смещений материальных частиц поверхности металлической пластины в первых антисимметричных волнах Лэмба при различных размерах площадки приложения внешних сил

Из представленных на рис. 7 а, б данных следует, что в области частот $\Omega > 3$ источник нормальных сил возбуждает одинаковые по амплитуде аксиальных смещений симметричную и антисимметричную волны Лэмба. В этом же диапазоне частот практически совпадают (см.

левые полуплоскости рис. 2 и рис. 3) их фазовые и групповые скорости (они становятся практически неразличимыми на частотах $\Omega \ge 5$). Одинаковость амплитуд аксиальных смещений и скоростей распространения однозначно указывает на то, что источники аксиальных нагру-

зок, действующие на одной стороне металлического листа, возбуждают в нем ультразвуковую волну типа поверхностной волны Рэлея.

Не сложно заметить, что масштабы числовых величин, которые отсчитываются по осям ординат на рис. 7 а и б отличаются от масштабов осей ординат остальных фрагментов рис. 7 в и г более чем в 16 раз. Это дает основание для вывода о том, что источники аксиальных нагрузок, действующие на одной стороне металлического листа, эффективно возбуждают первую симметричную и первую асимметричную волны Лэмба. Высшие симметричные и асимметричные моды имеют минимум на порядок меньшие амплитуды и создают (из-за частотной дисперсии скорости распространения) на электрическом выходе приемника ультразвуковых волн псевдошумовой сигнал.

Частотно зависимое изменение компонентов векторного коэффициента механоакустического преобразования реального пьезоэлектрического преобразователя, определенного выражением (21), имеет те же характерные особенности, которые были обнаружены в процессе исследования модельной ситуации. Небольшие количественные отличия от модельных волновых характеристик возникают из-за присутствия слоя согласующей жидкости и радиальных резонансов её материальных частиц.

Выводы

Подводя итог всему вышесказанному, можно зафиксировать следующие положения.

1. На основе общего решения задачи о возбуждении нормальных волн Лэмба системой объемных и поверхностных нагрузок построена математическая модель электроакустического преобразователя с дисковым пьезоэлектрическим элементом, механический контакт которого с изотропной пластиной осуществляется через слой согласующей жидкости.

2. Показано, что при одностороннем доступе к пластине одинаково эффективно возбуждаются как симметричные, так и асимметричные волны Лэмба. 3. Установлено, что радиальный размер области механического контакта оказывается существенное влияние на эффективность возбуждения ультразвуковых колебаний заданной длины волны.

4. Введено понятие «волновая характеристика преобразователя» и дано толкование физического смысла этой характеристики.

5. Показано, что преобразователь с диском небольшого, по сравнению с толщиной пластины, диаметра, эффективно возбуждает первую симметричную и первую асимметричную волны Лэмба, которые в совокупности своей образуют поверхностную волну типа волны Рэлея. При этом высшие нормальные волны Лэмба имеют на порядок меньшие уровни, что, по всей вероятности, формирует на электрическом выходе приемника ультразвуковых волн помехоподобный сигнал.

Список использованных источников

- Петрищев О.Н., Шарапов В.М., Романюк М.И., Сотула Ж.В. Методика расчета передаточных характеристики пьезокерамического преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн. Часть 1. Расчет коэффициента электромеханического преобразования // Электроника и связь. – 2014. – Т. 19, №4(81), С. 67-82
- 2. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 873 с.
- 3. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.
- Петрищев О.Н. Электромагнитное возбуждение в металлических листах радиально распространяющихся волн Лэмба. Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – Київ: Наукова думка, 2007. С. 259 – 273.

Поступила в редакцию 20 ноября 2014 г.

УДК 534.131.1:534.232.082.73

М.И. Романюк, О.М. Петріщев, д.-р.тех.наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

Методика розрахунку передатних характеристик п'єзокерамічного перетворювача у режимі випромінювання ультразвукових хвиль. Частина 2. Розрахунок коефіцієнта механоакустичного перетворення в режимі збудження нормальних хвиль Лемба

На основі спільного рішення задачі про збудження нормальних хвиль Лемба системою об'ємних і поверхневих навантажень побудована математична модель електроакустичного перетворювача з дисковим п'єзоелектричним елементом, механічний контакт якого з ізотропною пластиною здійснюється через шар узгоджуючої рідини. Показано, що при односторонньому доступі до пластини однаково ефективно збуджуються як симетричні, так і асиметричні хвилі Лемба. Встановлено, що радіальний розмір області механічного контакту істотно впливає на ефективність збудження ультразвукових коливань заданої довжини хвилі. Введено і дано тлумачення фізичного змісту поняття «хвильова характеристика перетворювача». Виконано дослідження кінематичних характеристик симетричних і асиметричних хвиль Лемба. Показано, що перетворювач з диском невеликого, порівняно з товщиною пластини, діаметра, ефективно збуджує периу симетричну і першу асиметричну хвилі Лемба, які в сукупності своїй утворюють поверхневу хвилю типу хвилі Релея Вищі нормальні хвилі Лемба мають на порядок менші рівні що, формує на електричному виході приймача ультразвукових хвиль шумоподібний сигнал. Бібл.4, рис.7.

Ключові слова: хвилі Лемба, що осесиметрично поширюються в радіальних напрямках; аксіальні поверхневі навантаження; амплітудні множники хвиль Лемба; векторний коефіцієнт механоакустичного перетворення.

UDC 534.131.1:534.232.082.73

M.I Romanyuk, O.N. Petryschev, Dr.Sc.

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",

st. Polytechnichna, 16, Kyiv, 03056, Ukraine.

Method for calculation of piezo-ceramic transducer transmission characteristics in the mode of ultrasonic waves excitation. Part2. Calculation of coefficient of mechanoacoustical converters in mode of normal Lamb wave excitation

Based on the general solution of the problem of Lamb waves excitation by the system of volume and surface loads constructed mathematical model of electro-acoustic transducer with circular piezoelectric element, a mechanical contact of its with an isotropic plate is carried out through the matching layer of fluid. It is shown that the one-way access to the plate equally effectively excited both symmetric and asymmetric Lamb waves. Found that the radial size of the mechanical contact is a significant effect on to efficiency of given wavelength ultrasonic vibrations excitation. Introduced and given the interpretation of the physical meaning of the concept "wave converter characteristic." The kinematic characteristics of symmetric and asymmetric Lamb waves have investigated. It is shown that the transducer with a small disc diameter, compared to the plate thickness, effectively excites the first symmetric and first asymmetric Lamb waves an order lower levels that generates on electrical output of the ultrasonic wave receiver noise similar signal. Reference 4, figures 7.

Keywords: axially propagating in radial directions Lamb waves; axial surface loads; amplitude factor of Lamb waves; vector mechano-acoustic conversion coefficient.

References

- 1. Petrishchev O. N, Sharapov V. M, Romanyuk M. I, Sotula Zh. V. (2014), "Method for calculation of piezo-ceramic transducer transmission characteristics in the mode of ultrasonic waves radiation. Part 1". Electronics & Communications. Vol. 19, No. 4(81). Pp. 67-82. (Rus)
- 2. V. Nowacky. (1975), "Theory of Elasticity". M.: Mir, P. 873. (Rus)
- 3. *Grinchenko V. T., Myleshko V. V.* (1981), "Harmonic Waves in elastic bodies". Kiev: Naukova Dumka, P. 283. (Rus)
- Petrishchev O. N. (2007), "Electromagnetic excitation of the metal sheets radially propagating of Lamb waves. Actual aspects of the physical and mechanical researches. Acoustics and Waves". Kiev: Naukova Dumka, Pp.259 – 273. (Rus)