## УДК 621.314

### Д.Р. Ушаков

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина, e-mail: dushakov@ua.fm.

# Влияние насыщения магнитной системы асинхронного двигателя на спектр тока при питании от импульсного источника

Предложена модель для исследования токов статора основной и высших гармоник с учетом насыщения магнитной системы асинхронного двигателя при известной форме питающего напряжения. Проведен анализ влияния нелинейности кривой намагничивания асинхронного двигателя на форму тока статора при питании от трехфазного мостового инвертора напряжения. Предложен способ косвенного учета нелинейности кривой намагничивания при анализе спектра тока статора. Приведены спектры тока для различных режимов работы асинхронного двигателя. Библ. 11, рис. 3.

Ключевые слова: асинхронный двигатель; мостовой инвертор напряжения; насыщение.

#### Вступление

Частотно-регулируемый асинхронный двигатель является наиболее распространенным типом электропривода, потребляя свыше половины вырабатываемой энергии в промышленном сегменте [1]. В связи с его массовым использованием остро стоят вопросы энергосбережения и повышения показателей качества электроэнергии. Для адекватного построения математической модели асинхронного двигателя (АД) с целью исследования его характеристик необходимо учитывать нелинейность кривой намагничивания. Насыщение стали ограничтвает использование магнитной системы АД.

В качестве источников питания АД наиболее часто используются трехфазные автономные инверторы напряжения (АИН) [2], в фазном токе которых присутствуют высшие гармоники, отрицательно влияющие на эксплуатационные характеристики [3,4].

Известны методы анализа электромагнитных процессов [5,6], которые предусматривают использование классической математической модели АД [4] с введением линеаризованной зависимости кривой намагничивания и последующим расчетом тока статора с разложением его в ряд Фурье, которые дают лишь приближенные результаты в обобщенном виде. Поскольку закон формирования модулированного сигнала зависит от модулирующей и несущей функций, использование одномерного ряда Фурье не дает возможности раздельного представления спектра тока статора в виде суммы составляющих модулируемого и несущего сигналов. Получение аналитической зависимости спектра тока статора АД от основных рабочих параметров для определенного режима его работы в виде суммы составляющих модулируемого и несущего сигналов предоставит возможность оперативного изменения закона управления питающим преобразователем энергии с целью уменьшения коэффициента гармонических искажений. Поскольку для управления АД фазный ток является одним их основных регулируемых параметров, получение информации о реальном его значении с учетом нелинейности кривой намагничивания, которая влияет на характер изменения тока, является актуальной задачей.

Учет нелинейности кривой намагничивания

При проектировании АД рабочая точка выбирается на нелинейном участке характеристики намагничивания, но при изменении величины питающего напряжения, частоты или нагрузки, положение рабочей точки изменяется, что влияет на фазный ток АД. Таким образом, в переходных и статических режимах необходимо учитывать характер изменения во времени индуктивностей и взаимных индуктивностей.

Моделирование нелинейности возможно с помощью интерполяции и аппроксимации. При интерполяции нелинейность задается в виде дискретных точек (отсчетов), а значение функции в промежуточных точках находится с помощью интерполяционных методов (Лагранжа, Ньютона). Во втором случае подбирается аналитическое выражение нелинейности, что является более обобщенным и трудоемким в некоторых случаях процессом.

В литературе приводятся выражения аппроксимирующие кривые намагничивания, полученные экспериментально либо на основании справочных данных [7-9]. Типичная кривая намагничивания АД 4АХБ2П100L4 приведена на рис. 1(а), на рис. 1(б) показана зависимость индуктивности намагничивания от тока намагничивания.



Рис. 1. Зависимость кривой намагничивания (а) и индуктивности намагничивания (б) от тока намагничивания чивания

Для описания кривой намагничивания асинхронного двигателя в общем случае используют аппроксимирующий полином четных степеней:

$$L(I) = a_0 + a_1 I^2 + a_2 I^4 + a_3 I^6 + a_4 I^8 + \dots + a_n I^{2n}(1)$$

где а1,...,аn – коэффициенты аппроксимации.

#### Анализ спектра тока статора в установившемся режиме

Для анализа влияния насыщения магнитной системы асинхронного двигателя на спектр тока воспользуемся Г – образной схемой замещения асинхронного двигателя [6], которая приведена на рис. 2.





Общее сопротивление такой схемы:

$$Z(s) = \frac{\left(r_{\mu} + j \cdot x_{\mu}\right) \left(\frac{r_{2}'}{s} + j \cdot x_{2}'\right)}{\left(r_{\mu} + j \cdot x_{\mu}\right) + \left(\frac{r_{2}'}{s} + j \cdot x_{2}'\right)} =$$
(2)
$$= \frac{Z_{1} \cdot Z_{2}}{Z_{1} + Z_{2}}$$

Тогда ток статора АД:

$$\dot{l}_{1}(s) = \frac{\dot{U}_{c}}{Z(s)}$$
(3)

Приведенный ток ротора АД:

$$\dot{I}_{2}'(s) = \frac{-\dot{U}_{c}}{\left(\frac{r_{2}'}{s} + j \cdot x_{2}'\right)}$$
(4)

Ток намагничивания:

$$\dot{I}_{\mu}(s) = \frac{\dot{U}_{c}}{r_{\mu} + j \cdot x_{\mu}}$$
(5)

В выражениях (2) – (5) индуктивность намагничивания  $x_{\mu}$  является функцией тока намагничивания  $I_{\mu}$ :  $x_{\mu} = f(I_{\mu})$ . Как показано в [10] величина потокосцеплений, создаваемых токами намагничивания высших гармонических составляющих значительно меньше потокосцепления основной гармонической составляющей. Пренебрегая потокосцеплениями высших гармонических составляющих тока намагничивания принимаем, что  $x_{\mu} = f(I_{\mu 1})$ , где  $I_{\mu 1}$  – основная гармоническая составляющая тока намагничивания. Таким образом, для расчета тока намагничивания воспользуемся методом гармонического баланса.

В установившемся режиме действующее значение тока намагничивания определяется по формуле:

$$I_{\mu} = \frac{U_{1}}{\sqrt{r_{\mu}^{2} + (\omega_{1}L_{\mu}(I_{\mu}))^{2}}}$$
(6)

Воспользовавшись аппроксимирующим полиномом (1), ограничившись второй степенью, получим следующую зависимость индуктивности намагничивания от тока намагничивания:

$$L_{\mu}(I_{\mu}) = a_0 + a_1 I_{\mu}^2 \tag{7}$$

Подставляя выражение (7) в (8) получим:

$$I_{\mu} = \frac{U_{1}}{\sqrt{r_{\mu}^{2} + \left(\omega_{1} \cdot \left(a_{0} + a_{1}l^{2}\right)\right)^{2}}}$$
(8)

После преобразований выражение (8) имеет следующий вид:

$$b_0 + b_1 \cdot l_{\mu}^2 + b_2 \cdot l_{\mu}^4 + b_3 \cdot l_{\mu}^6 = 0 , \qquad (9)$$

где  $b_0 = -U_1^2$ ,  $b_1 = r_\mu^2 + a_0^2 \cdot \omega_1^2$ ,

 $b_2 = 2 \cdot a_0 \cdot a_1 \cdot \omega_1^2, \quad b_3 = a_1^2 \cdot \omega_1^2.$ 

Действующее значения тока намагничивания в установившемся режиме I<sub>µ0</sub> получают в результате решения уравнения (9) с использованием численных методов решения нелинейных алгебраических уравнений (метод Лагерра, метод Гаусса). Подставляя найденное действующее значение тока намагничивания I<sub>µ0</sub> в (7) рассчитываем значение индуктивности намагничивания L<sub>µ0</sub>.

# Спектр тока с использованием ряда Фурье функции двух переменных

Функция f(t) описывается в пространстве двух переменных как f(t) = f[x(t), y(t)],  $x(t) = \omega_c t + \theta_c$ ,  $y(t) = \omega_0 t + \theta_0$ , где  $\omega_0$  – частота основной составляющей;  $\theta_0$  – фаза основной складової;  $\omega_c$ – частота несущей (опорной) составляющей;  $\theta_c$ – фаза несущей составляющей. При использовании ряда Фурье двух переменных функция представляется в виде:

$$f(t) = \frac{A_{00}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{0n} \cos\left(n\left[\omega_0 t + \theta_0\right]\right) + B_{0n} \sin\left(n\left[\omega_0 t + \theta_0\right]\right)\right] + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_{m0} \cos\left(m\left[\omega_c t + \theta_c\right]\right) + B_{m0} \sin\left(m\left[\omega_c t + \theta_c\right]\right)\right] + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty\\(n\neq 0)}}^{\infty} \left[ A_{mn} \cos\left(m\left[\omega_c t + \theta_c\right] + n\left[\omega_0 t + \theta_0\right]\right)\right] + B_{mn} \sin\left(m\left[\omega_c t + \theta_c\right] + n\left[\omega_0 t + \theta_0\right]\right)\right],$$
(10)

где *m* - индекс гармонических составляющих модулирующего сигнала, *n* - индекс гармонических составляющих несущего сигнала [11].

Комбинационные составляющие скольжения для высших гармонических составляющих рассчитываются по формуле:

1

$$s_{m,n} = \frac{(\eta_{m,n} \pm \eta_2)}{\eta_{m,n}} = \frac{m + n \cdot k \pm (1 - s_1)}{m + n \cdot k},$$
 (11)

где *k* - кратность частоты модулирующего и модулированного сигналов,  $\eta_{m,n}$  – частота вращения поля комбинационной составляющей,  $\eta_2$  частота вращения ротора. Если преобразователь обеспечивает сдвиг по фазе между первыми гармоническими составляющими напряжения трех фаз φ<sub>1</sub> = 120°, то для высших составляющих этот сдвиг равен:

$$\varphi_{mn} = m \cdot 120^\circ + n \cdot k \cdot 120^\circ = (m + n \cdot k) \cdot 120^\circ \quad (12)$$

Предположим, что напряжение питания формируется трехфазным мостовым инвертором с помощью двусторонней широтноимпульсной модуляции (ШИМ-2) второго рода. Согласно [11] напряжение питания фазы можно представить в следующем виде:

$$U(t) = V_{dc} + V_{dc} \cdot M\cos(\omega_0 t) + \frac{4 \cdot V_{dc}}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{m} J_n \left( m \frac{\pi}{2} M \right) \sin\left( [m+n] \frac{\pi}{2} \right) \cos\left( m \omega_c t + m \omega_0 t \right), \quad (13)$$
  
where  $V_{dc}$  - напряжение звена постоянного тока;  $M$ 

где *V*<sub>dc</sub> – напряжение звена постоянного тока; *M* – индекс модуляции (глубина модуляции); *J*<sub>n</sub>(*x*) – функция Бесселя порядка п; ω<sub>0</sub> – частота основной составляющей; ω<sub>c</sub> – частота несущей; *m*,*n* – индексы гармонических составляющих.

Используя схему замещения, которая изображена на рис. 2, определим фазный ток в виде:

$$I(t) = \frac{U(t)}{Z(s_{m,n}, m, n)} = \frac{U(t)}{\sqrt{\left(R(s_{m,n}, m, n)\right)^2 + \left(X(s_{m,n}, m, n)\right)^2}}$$
(14)

где 
$$R(s_{m,n},m,n) = \frac{\left(r_{\mu} \cdot \frac{r_{2}}{s_{m,n}} - [m \cdot \omega_{0} + n \cdot \omega_{c}]L_{\mu}L_{2}\right)\left(r_{\mu} + \frac{r_{2}}{s_{m,n}}\right) + [m \cdot \omega_{0} + n \cdot \omega_{c}]\left(L_{2}' + L_{\mu}\frac{r_{2}'}{s_{m,n}}\right)\left(L_{\mu} + L_{2}'\right)}{\left(r_{\mu} + \frac{r_{2}}{s_{m,n}}\right)^{2} + [m \cdot \omega_{0} + n \cdot \omega_{c}]^{2}\left(L_{\mu} + L'\right)^{2}}$$
$$X(s_{m,n},m,n) = \frac{\left[m \cdot \omega_{0} + n \cdot \omega_{c}\right]\left[\left(L_{2}' + L_{\mu}\frac{r_{2}'}{s_{m,n}}\right)\left(r_{\mu} + \frac{r_{2}}{s_{m,n}}\right) - \left(L_{\mu} + L_{2}'\right)\left(r_{\mu} \cdot \frac{r_{2}}{s_{m,n}} - [m \cdot \omega_{0} + n \cdot \omega_{c}]^{2}L_{\mu}L_{2}\right)\right]}{\left(r_{\mu} + \frac{r_{2}}{s_{m,n}}\right)^{2} + [m \cdot \omega_{0} + n \cdot \omega_{c}]^{2}\left(L_{\mu} + L'\right)^{2}}$$

Подставляя (11) в (14) получим:

$$I(t) = \frac{V_{dc}}{R_{1}} + \frac{V_{dc} \cdot M \cos(\omega_{0}t)}{\sqrt{R(s_{1},0,1)^{2} + (X(s_{1},0,1))^{2}}} + \frac{4 \cdot V_{dc}}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{m \cdot \sqrt{(R(s_{1},m,n))^{2} + (X(s_{1},m,n))^{2}}} \times (15)$$
$$\times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n} \left( m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left( [m+n] \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( m \omega_{c} t + n \omega_{0} t \right)$$

Аналогично используя представления линейного напряжения, полученное в [11] и выражение (6) получим зависимость линейного тока:

$$I_{l-l}(t) = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{dc} \cdot M \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{6})}{\sqrt{R(s_1, 0, 1)^2 + (X(s_1, 0, 1))^2}} + \frac{8 \cdot V_{dc}}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{m \cdot \sqrt{(R(s_1, m, n))^2 + (X(s_1, m, n))^2}} J_n\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \cos\left([m+n]\frac{\pi}{2}\right) \times$$
(16)  
$$\times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left(n\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(m\omega_c t + n\left[\omega_0 t - \frac{\pi}{3}\right] + \frac{\pi}{2}\right)$$

На рис. З изображен спектр фазного (а) и линейного (в) тока статора асинхронного двигателя при k=20, M=0,9, s<sub>1</sub>=0,6 с косвенным учетом нелинейности кривой намагничивания, а также спектр фазного (б) и линейного (г) тока статора без учета нелинейности кривой намагничивания.





Рис. 3. Спектр фазного и линейного тока статора асинхронного двигателя с учетом и без учета нелинейности кривой намагничивания

Как видно из рис. З предложенный способ приближенного учета нелинейности кривой намагничивания приводит к увеличению расчетных значений амплитуд высших гармонических составляющих в спектре тока статора. В установившемся режиме при низких значениях скольжения основной составляющей (s1≈0,1...0,5) форма тока статора характеризируется высоким значением коэффициента гармонических искажений.

#### Выводы

Предложен метод косвенного учета нелинейности кривой намагничивания главной магнитной цепи асинхронного двигателя при питании от импульсного источника напряжения. Проведен анализ спектра тока статора асинхронного двигателя с использованием предложенного метода для различных режимов работы двигателя. Проведено сравнение спектров тока с и без учета нелинейности кривой намагничивания для различных режимов работы двигателя. Спектр тока статора в случае учета нелинейности характеризуется более высокими значениями амплитуд высших гармонических составляющих.

#### Список использованных источников

- Любарский Б. Г. Моделирование тягового привода на основе СДПМ / Б.Г. Любарский, А.В. Демидов, Т.В. Парфенюк. – Х.: Світлотехніка та електроенергетика. – 2014. – № 2. – С. 41–46.
- 2. Немцев Г.А. Влияние высших гармонических составляющих на работу

асинхронных двигателей / Г.А. Немцев, Е.А. Селезнёв, Л.А. Шестакова // Вестник Чувашского университета. – 2014. – № 2. – С. 46-51.

- 3. Родькин Д.И. Обоснование расчётных схем замещения асинхронных двигателей / Д.И. Родькин, Ю.В. Ромашихин // Технічна електродинаміка. – 2012. – № 2. – С. 89-90.
- Кондратюк О.Ю. Анализ аварийных режимов работы асинхронных двигателей к вопросу выбора их эффективной зашиты / О.Ю. Кондратюк, А.Б. Егоров // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 4 (53). – С. 79-86.
- Браславский И.Я. Энергосберегающий асинхронный электропривод / И.Я. Браславский, З.Ш. Ишматов, В.Н. Поляков. Под ред. И.Я. Браславского. – М.: Издательский центр Академия, 2004. – 256 с.
- Шрамков Е. Г. Электрические измерения. Средства и методы измерений (общий курс)
  К. П. Дьяченко, Д. И. Зорин, П. В. Новицкий, Г. Н. Новопашенный, Л. А. Островский, П. Д. Пресняков, С. А. Спектор, М. М. Фетисов, Е. Г. Шрамков. Под ред. Е Г. Шрамкова. Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. школа, 1972. – 520 с.
- Бладыко В.М., Мазуренко А.А. Аппроксимация петель гистерезиса ферромагнитных материалов // Изв. вузов СССР – Энергетика. – 1957. - №9. – с.53-59.
- Герасимович А.Н., Бобко Н.Н. Расчет кривых намагничивания ферромагнитных материалов на переменном токе // Электричество. – 1976. - №10. – с. 13-18.

- Эдрок А.Г. Аналитический метод учета гистерезиса в магнитных усилителях с самоподмагничиванием // Электричество. – 1968. - №10. – с. 57-62.
- Y. Liao and T. Lipo. "Effect of saturation third harmonic on the performance of squirrel-cage induction machines ", Electr. Mach. Power Syst., vol. 22, no. 2, pp. 155-171, 1994.
- D. Grahame Holmes, Thomas A. Lipo. Pulse width modulation for power converters. Theory and practice. - IEEE Press Series on Power Engineering, 2003. – 724 p.

Поступила в редакцию 19 июля 2016 г.

УДК 621.314

#### Д.Р. Ушаков

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,

пр. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна, e-mail: dushakov@ua.fm.

# Вплив насичення магнітної системи асинхронного двигуна на спектр струму при живленні від імпульсного джерела

Запропоновано модель для дослідження струмів статора основної і вищих гармонік з урахуванням насичення магнітної системи асинхронного двигуна при відомій формі напруги живлення. Проведено аналіз впливу нелінійності кривої намагнічування асинхронного двигуна на форму струму статора при живленні від трифазного мостового інвертора напруги. Запропоновано спосіб непрямого врахування нелінійності кривої намагнічування при аналізі спектра струму статора. Наведено спектри струму для різних режимів роботи асинхронного двигуна.

Библ. 11, рис. 3.

Ключові слова: ковзання; мостовий інвертор напруги; асинхронний двигун.

#### UDC 621.314

#### D. Ushakov

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Peremohy ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: dushakov@ua.fm

### Saturation influence of the induction motor magnetic system on the current spectrum powered by a pulsed voltage source

A model for the study of the fundamental and higher stator current harmonics with a certain magnetic system saturation of the induction motor from form of power supply was proposed. The influence of induction motor magnetization curve non-linearity of the stator current form, powered by the three-phase bridge inverter was analyzed. The method of accounting non-linearity of the magnetization curve in the stator current spectrum analysis was proposed. A result of current spectra for different states of the induction motor was shows. Referense 11, Figures 3.

Keywords: slipping; bridge voltage source inverter; induction motor.

#### Reference

- 1. Lyubarskiy, B. G., Demidov, A. V., Parfenyuk, T. V. (2014). Modelirovanie tyagovogo privoda na osnove SDPM. Svltlotehnlka ta elektroenergetika. # 2. Pp. 41–46.
- Nemtsev, G. A., SeleznYov, E. A., Shestakova, L. A. (2014). Vliyanie vyisshih garmonicheskih sostavlyayuschih na rabotu asinhronnyih dvigateley. Vestnik Chuvashskogo universiteta. # 2. Pp. 46-51.

- 3. *Rodkin, D. I.,* Romashihin, Yu. V. (2012). Obosnovanie raschYotnyih shem zamescheniya asinhronnyih dvigateley. TehnIchna elektrodinamIka. # 2. Pp. 89-90.
- 4. *Kondratyuk, O. Yu.*, Egorov, A. B. (2006). Analiz avariynyih rezhimov rabotyi asinhronnyih dvigateley k voprosu vyibora ih effektivnoy zashityi. Sistemi obrobki InformatsIYi. Vip. 4 (53). Pp. 79-86.
- 5. *Braslavskiy, I. Ya.*, Ishmatov, Z. Sh., Polyakov, V. N. (2004). Pod red. I.Ya. Braslavskogo Energosberegayuschiy asinhronnyiy elektroprivod. Izdatelskiy tsentr Akademiya, P. 256.
- Shramkov, E. G., Dyachenko, D. I., Zorin, P. V., Novitskiy, G. N., Novopashennyiy, L. A., Ostrovskiy, P. D., Presnyakov, S. A., Spektor, M. M., Fetisov, K. P. (1972). Elektricheskie izmereniya. Sredstva i metodyi izmereniy (obschiy kurs). Pod red. E G. Shramkova. Ucheb. posobie dlya vuzov. Vyissh. shkola, P. 520.
- 7. Bladyiko, V. M., Mazurenko, A. A. (1957). Approksimatsiya petel gisterezisa ferromagnitnyih materialov. Izv. vuzov SSSR – Energetika. #9. Pp.53-59.
- 8. *Gerasimovich, A. N., Bobko, N. N.* (1976). Raschet krivyih namagnichivaniya ferromagnitnyih materialov na peremennom toke. Elektrichestvo. #10. Pp. 13-18.
- 9. Zdrok, A. G. (1968). Analiticheskiy metod ucheta gisterezisa v magnitnyih usilitelyah s samopodmagnichivaniem. Elektrichestvo. #10. Pp. 57-62.
- 10. *Liao, Y. and Lipo, T.* (1994). Effect of saturation third harmonic on the performance of squirrel-cage induction machines, Electr. Mach. Power Syst., vol. 22, no. 2, pp. 155-171.
- 11. *Grahame Holmes, D., Thomas Lipo, A.* (2003). Pulse width modulation for power converters. Theory and practice. IEEE Press Series on Power Engineering, P. 724.