# УДК 621.314

### К.С. Осипенко, В.Я. Жуйков

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», проспект Перемоги 37, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

## Лінеаризація функції зміни параметрів потоку первинної енергії дискретними функціями Франкліна

В статті наведено дискретне перетворення Франкліна та запропоновано перетворення на кінцевому інтервалі з операціями над аргументами за модулем. Наведений приклад визначення амплітуд базисних функцій. Відмічено, що лінійне наближення функції зміни параметрів потоку первинної енергії за допомогю функцій Франкліна дозволяє підвищити рівень енергії, що може бути відібрана від відновлюваного джерела. Бібл. 6, рис. 2, табл. 2.

Ключові слова: лінійні наближення; перетворення на кінцевому інтервалі; системи розосередженої генерації; функції Франкліна.

#### Вступ

В автономних системах розосередженої генерації проблема відбору максимально можливої енергії від відновлюваних джерел набуває важливого значення [1], вирішення якої в основному зводиться до забезпечення відповідного положення робочої точки на навантажувальній характеристиці [2]. В статичному режимі ця задача успішно вирішена, однак при динамічних змінах величини та напрямку вектора потоку первинної енергії керування, засноване на використанні статичних параметрів, не забезпечує відбору максимальної енергії. Динамічна зміна параметрів потоку первинної енергії і відповідно внутрішнього опору призводить до зміни умов відбору максимальної енергії, отримання яких засноване на припущенні, що параметри джерела лінійно змінюються у часі [3]. У зв'язку з цим виникає задача представлення функції зміни потоку первинної енергії лінійними наближеннями. Тому метою роботи є подальший

розвиток теорії апроксимації функції зміни потоку первинної енергії лінійними наближеннями на базовому інтервалі, тривалість якого допівнює годині, добі, тижню та ін. з забезпеченням керування в області зображень.

Лінійні наближення функції зміни потоку первинної енергії на кінцевому інтервалі

Для побудови алгоритмів керування системою розосередженої генерації необхідно знати функцію зміни потоку первинної енергії, для наближення якої здійснимо апроксимацію графіку зміни потоку первинної енергії лінійними наближеннями, наприклад, функціями Франкліна, що дозволяє забезпечити необхідну точність та зменшити трудомісткість розрахунків [4].

Оскільки функція зміни потоку первинної енергії є дискретною, для її апроксимації перейдемо до системи дискретних функцій Франкліна  $\{R_i(n)\}$ , де n – кількість інтервалів спостере-

ження на базовому інтервалі:  $\Psi(t) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i R_i(n)$ ,

$$n \in 0...48$$
, де  $C_i = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} W(t) R_i(n)$  – коефіцієнти

дискретного ряду Франкліна. У таблиці 1 наведено формули, що описують перші 9 функцій повної ортонормованої дискретної системи Франкліна  $\{R_i(n)\}$  на інтервалі спостереження t=24 год. Різноманітні метеостанції забезпечують різну кількість дискретних даних потужності первинного потоку у вигляді швидкості вітру, величини сонячного випромінювання, швидкості поток води та ін. Наприклад, метеостанція, розташована у аеропорту Бориспіль, м. Київ, містить 49 значень швидкості вітрового потоку, що знімаються кожні 30 хвилин [5].

таолиця т. Ф	ункції повно	ортонормовано	і дискретної си	стеми Франкліна	

Функція { <i>R<sub>i</sub>(n</i> )}	Формула	Функція { <i>R<sub>i</sub>(n</i> )}	Формула
$R_0(n)$	1, 0 ≤ <i>n</i> ≤ 48		$\left(\sqrt{3/7 \cdot 157} \left(71 - 269 n/12\right), 0 \le n < 6\right)$
R <sub>1</sub> (n)	$\sqrt{3}(n/24-1), 0 \le n \le 48$	R <sub>5</sub> (n)	$\begin{cases} \sqrt{3/7 \cdot 157} (179n/12 - 153), 6 \le n < 12\\ \sqrt{3/7 \cdot 157} (59 - 11n/4), 12 \le n < 24\\ \sqrt{3/7 \cdot 157} (3n/4 - 25), 24 \le n < 36\\ \sqrt{3/7 \cdot 157} (11 - n/4), 36 \le n \le 48 \end{cases}$

R <sub>2</sub> (n)	$\begin{cases} \sqrt{3} (1 - n/12), 0 \le t < 24 \\ \sqrt{3} (n/12 - 3), 24 < t \le 48 \end{cases}$	R <sub>6</sub> (n)	$\begin{cases} \sqrt{3/157 \cdot 73} (19 - 57n/6), 0 \le n < 6\\ \sqrt{3/157 \cdot 73} (57n/2 - 209), 6 \le n < 12\\ \sqrt{3/157 \cdot 73} (803 - 335n/6), 12 \le n < 18\\ \sqrt{3/157 \cdot 73} (293n/6 - 1081), 18 \le n < 24\\ \sqrt{3/157 \cdot 73} (325 - 39n/4), 24 \le n < 36\\ \sqrt{3/157 \cdot 73} (13n/4 - 143), 36 \le n \le 48 \end{cases}$
R <sub>3</sub> (n)	$\begin{cases} \sqrt{3/11} (5 - 19 n/24), 0 \le n < 12 \\ \sqrt{3/11} (13 n/24 - 11), 12 \le t < 24 \\ \sqrt{3/11} (5 - n/8), 24 \le t \le 48 \end{cases}$	R <sub>7</sub> (n)	$\begin{cases} \sqrt{3/73 \cdot 2131} (5 - 5n/2), 0 \le n < 6 \\ \sqrt{3/73 \cdot 2131} (15n/2 - 55), 6 \le n < 12 \\ \sqrt{3/73 \cdot 2131} (365 - 55n/2), 12 \le n < 18 \\ \sqrt{3/73 \cdot 2131} (205n/2 - 1975), 18 \le n < 24 \\ \sqrt{3/73 \cdot 2131} (5403 - 2459n/12), 24 \le n < 30 \\ \sqrt{3/73 \cdot 2131} (2213n/12 - 6277), 30 \le n < 36 \\ \sqrt{3/73 \cdot 2131} (1991 - 181n/4), 36 \le n \le 48 \end{cases}$
R <sub>4</sub> (n)	$\begin{cases} \sqrt{3/77} (1 - n/4), 0 \le n < 12\\ \sqrt{3/77} (3n/4 - 11), 12 \le n < 24\\ \sqrt{3/77} (45 - 19n/12), 24 \le n < 36\\ \sqrt{3/77} (25n/12 - 87), 36 \le n \le 48 \end{cases}$	<sub>5</sub> R <sub>8</sub> (n) 3	$\begin{cases} \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (1 - n/2), 0 \le n < 6 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (3n/2 - 11), 6 \le n < 12 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (73 - 11n/2), 12 \le n < 18 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (41n/2 - 395), 18 \le n < 24 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (1933 - 153n/2), 24 \le n < 30 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (571n/2 - 8972), 30 \le n < 36 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (23413 - 2927n/6), 36 \le n < 42 \\ \sqrt{3/2131 \cdot 97 \cdot 7} (4847n/6 - 36255), 42 \le n \le 48 \end{cases}$

У зв'язку з тим, що ми працюємо з кінцевим набором даних на кінцевому інтервалі доцільно перейти до функцій Франкліна на кінцевому ін-

 $f_0 = 1$ ,

тервалі [6]. Загальна формула для отримання дискретних функцій Франкліна на кінцевому інтервалі має наступний вигляд:

$$f_{n+1} = \left[ \upsilon_{n+1} - \sum_{i=1}^{n} \max_{mod N} f_i \otimes \sum_{j=0}^{N-1} \max_{mod N} f_i(n) \otimes \upsilon_{n+1}(n) \right] / \pm \sqrt{\sum_{j=0}^{N-1} \max_{mod N} f_{n+1}(n) \otimes f_{n+1}(n)},$$
(1)

де *i* – номер функції Франкліна; *j* – номер відліку; N – кількість відліків на інтервалі спостереження;  $\otimes$  – знак множення за модулем;  $\upsilon_i$  – набір дискретних функцій, визначених на інтервалі зміни змінної  $0 \le n \le N-1$ :

$$\begin{aligned}
 &\nu_0 = 1, \\
 &\nu_1 = n, \\
 &\nu_2 = \begin{cases}
 0, & n \le (N-1)/2 \\
 n - (N-1)/2, & n \ge (N-1)/2 \\
 &\dots \\
 &\nu_i = \begin{cases}
 0, & n \le a_i \\
 n - a_i, & n \ge a_i
 \end{cases}$$
(2)

де  $a_i = (2i-1-2^k)/2^k$ , k – найбільший степінь 2 у 2i-1. Таким чином  $a_i$  являє собою *i*-й член послідовності 0, (N-1)/2, (N-1)/4, 3(N-1)/4, (N-1)/8, 3(N-1)/8, 5(N-1)/8, 7(N-1)/8, (N-1)/16 ...

Зображення  $\Phi_N(R)$  прямого перетворення Франкліна дискретної функції, визначеної на кінцевому інтервалі N визначається як:

$$\Phi_N(R) = \frac{1}{N} F_N y(n) , \qquad (3)$$

#### © Осипенко К.С., Жуйков В.Я., 2016

де  $F_N$  – матриця базисних функцій розмірності  $N \times N$ ; y(n) – вектор-стовпець значень дискретної функції зміни потоку первинної енергії розмірності  $N \times 1$ .

Зворотнє перетворення Франкліна дискретної функції, визначеної на кінцевому інтервалі *N* визначається як:

$$y(n) = F_N^{-1} \Phi_N(R) , \qquad (4)$$

де *F*<sub>N</sub><sup>-1</sup> – зворотня матриця базисних функцій.

Для прикладу визначимо спектральні складові перших трьох функцій Франкліна на кінцевому інтервалі  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  функції  $y(n) = \{0; 0, 35; 0, 7; 1, 05; 1, 4; 1, 75; 2, 1; 2, 45; 2, 8; 3, 15\}$ , що задана на інтервалі N = 9.

Значення базисних функцій наведені у прямокутній матриці *A*, номера рядків якої відповідають значеннням базисних функцій в кожній точці {0,...,9}.

	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A=	-√3	-7√3/9	-5√3/9	-3√3/9	-√3/9	√3/9	3√3/9	5√3/9	7√3/9	√3
	$\sqrt{3}$	5√3/9	$\sqrt{3}/9$	-3√3/9	-7√3/9	-7√3/9	-3√3/9	$\sqrt{3}/9$	5√3/9	√3

Тоді відповідно до формули (3) амплітуди спектральних складових перших трьох базисних функцій  $\Phi_9(0)$ ,  $\Phi_9(1)$ ,  $\Phi_9(2)$  приймають наступні значення:  $\Phi_9(0) = 1,75$ ;  $\Phi_9(1) = 1,382$ ;  $\Phi_9(2) = 0,333$ .

На рис. 1 наведено значення вихідної дискретної функції y(n) (1) та значення функції  $\Phi_N$ , що її апроксимують (2).





Точність апроксимації підвищується як шляхом збільшення кількості апроксимуючих функцій, так і шляхом збільшення кількості відліків вихідної функції. Наприклад, підвищення кількості відліків на одиницю (з 9 до 10) покращує наближення вихідної функції *у*(*n*), як показано на рис. 2. Точність наближення в точці максиамьної розбіжності, яка співпадає з кінцем інтервалу визначення функції, підвищується на 44%



Рис. 2. Значення вихідної дискретної функції *у*(*n*) та значення функції Ф<sub>N</sub>, що її апроксимують при збільшенні кількості відліків

Лінійне наближення дозволяє використовувати для визначення струму *I*(*t*) перехідного процесу у вихідному колі еквівалентної схеми відновлюваного джерела вираз:

$$I(t) = t - \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta}t\right)}{2\sqrt{\beta}}, \qquad (5)$$

де β – параметр, що характеризує коло з Гаусівським перехідним процесом. Аналіз виразу показує, що при забезпеченні керування з врахуванням лінійної зміни параметрів потоку первинної енергії дозволяє підвищити рівень енергії, що може бути відібрана від відновлюваного джерела на 7%.

#### Висновки

Використання дискретних функцій Франкліна на кінцевому інтервалі для представлення зміни

параметрів потоку первинної енергії відновлюваного джерела у вигляді функції, що змінюється лінійно, при керуванні струмом перехідного процесу у вихідному колі дозволяє підвищити рівень енергії, що може бути відібрана від відновлюваного джерела на 7%.

#### Список використаних джерел

- Базюк Т.М., Блінов І.В., Буткевич О.Ф., Гончаренко І.С., Денисюк С.П., Жуйков В.Я., Кириленко О.В., Лук'яненко Л.М., Миколаєць Д.А., Осипенко К.С., Павловський В.В., Рибіна О.Б., Стелюк А.О., Танкевич С.Є., Трач І.В. Інтелектуальні електричні мережі: елементи та режими: За заг. ред. акад. НАН України О.В. Кириленка / Інститут електродинаміки НАН України. – К.: Ін-т електродинаміки НАН України, 2016. – 400 с.
- F. Boico, B. Lehman, "Study of Different Implementation Approaches for a Maximum Power Point Tracker", IEEE COMPEL Workshop, pp. 15 – 21, 2006.

- Zhuikov V. Compensator currents form determination considering wind generator aerodynamic resistance / V. Zhuikov, K. Osypenko // 2014 IEEE International conference on intelligent energy and power systems (IEPS) Conference Proceedings. 2014. P. 168-170.
- Franklin Ph. A set of continuous orthogonal functions. – Mathematische Annalen, 100, 1928, 522-529.
- Архів метеорологічних спостережень. Дані по аеродромах Європи [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <u>http://www.pogoda.by/zip-</u> avia/index.php?Year=2015&sortBy=country
- Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Симметричное преобразование на конечных интервалах. – К.: Аверс, 2000. – 218 с.

Поступила в редакцию 19 июля 2016 г.

#### УДК 621.314

#### Е.С. Осипенко, В.Я. Жуйков

Национальный техничсекий университет Украины «Киевский политехнический институт, проспект Победы 37, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

### Линеаризация функции изменения параметров потока первичной энергии дискретными функциями Франклина

В статье представлено дискретное преобразование Франклина и предложено преобразование на конечном интервале с операциями над аргументами по модулю. Представлен пример определения амплитуд базисных функций. Отмечено, что линейное приближение функции изменения параметров потока первичной энергии с помощью функций Франклина позволяет повысить уровень энергии, которая может быть отобрана от возобновляемого источника.

Библ. 6, рис. 2, табл. 2.

**Ключневые слова:** линейные приближения; преобразование на конечном интервале; системы распределенной генерации; функции Франклина.

#### UDC 621.314

#### K. Osypenko, V. Zhuikov

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Peremohy Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine.

## The linearization of primary energy flow parameters change function Franklin discrete functions

The discrete transformation of Franklin is presented and the transformation on a finite interval with operations over arguments in modulus is suggested in the article. The example of determining the

amplitudes of the basis functions is given. It is noted that the linear approximation of the primary energy flow parameter change function with Franklin functions enhances the energy level, which can be selected from a renewable source. Referense 6, figures 2, tables 2.

**Keywords:** *linear approximation; transformation on finite interval; distributed generation power systems; Franklin functions.* 

#### Reference

- Baziuk, T. M., Blinov, I. V., Butkevych, O. F., Honcharenko, I. S., Denysiuk, S. P., Zhuikov, V. Ia., Kyrylenko, O. V., Lukianenko, L. M., Mykolaiets, D. A., Osypenko, K. S., Pavlovskyi, V. V., Rybina, O. B., Steliuk, A. O., Tankevych, S. Ie., Trach, I. V. (2016). Intelligent power systems: elements and modes: Under the general editorship of acad. of the NAS of Ukraine O.V. Kyrylenko / Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine. Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine, P. 400. (Ukr)
- 2. *Boico, F., Lehman, B.* (2006). Study of Different Implementation Approaches for a Maximum Power Point Tracker", IEEE COMPEL Workshop, Pp. 15 21.
- 3. *Zhuikov, V. K. Osypenko, K. S.* (2014). Compensator currents form determination considering wind generator aerodynamic resistance. IEEE International conference on intelligent energy and power systems (IEPS) Conference Proceedings. Pp. 168-170.
- **4.** *Franklin, Ph.* (1928). A set of continuous orthogonal functions. Mathematische Annalen, 100, Pp.522-529.
- 5. The archive of the meteorological observations. Data on airfields in Europe [electronic resource] Access to the resource: <u>http://www.pogoda.by/zip-avia/index.php?Year=2015&sortBy=country</u>
- 6. Zhuikov, V. J., Tereschenko, T. A., Petergerya, J. S. (2000). Symmetrical transformation on finite intervals. Avers, P. 218.