

## ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОВОДИМОСТИ БИОЛОГИЧЕСКОЙ КЛЕТКИ

Мегель Ю. Е., Шигимага В. А.

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко*

*Построены линейные электротехнические модели проводимости биологической клетки в импульсном электрическом поле.*

**Постановка проблемы.** Для исследования проводимости биологических клеток в различных средах разработан новый метод и технические средства импульсной кондуктометрии, основанной на электропорации мембраны в импульсном электрическом поле (ИЭП) возрастающей напряженности [1]. В целях определения параметров аппаратуры построены модели, основанные на биофизических свойствах мембраны и цитоплазмы. В связи с этим, учитывая характер воздействия ИЭП на клетку, рационально построить линейные электротехнические модели, поскольку проводимость клетки с ростом ИЭП равномерно возрастает до нелинейного электропробоя [2].

**Анализ последних достижений и публикаций.** Мембрану клетки животного можно рассматривать, как электрическую емкость с проводниками в виде электролитов среды и цитоплазмы, которую можно представить ионным резистивным проводником [3]. Следовательно, изменение проводимости мембраны в ИЭП можно рассматривать, как процесс заряда емкости во времени, а законы проводимости электролитов [4] перенести на цитоплазму, как аналог проводника второго рода, с уточнением, что она является гелеподобной средой, т.е. при рассмотрении движения ионов в ней под действием поля необходимо учитывать вязкость.

**Цель исследования.** Исследование характера роста проводимости клетки в обратимой электропорации до нелинейного необратимого электропробоя.

**Основные материалы исследования.** Для малых скоростей ионов в вязкой среде можно считать силу трения пропорциональной скорости (линейная модель). Отсюда получаем дифференциальное уравнение баланса сил:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} = z e E, \quad (1)$$

где  $m$  – масса иона-носителя заряда,  $f$  – коэффициент трения,  $F = zeE$  – движущая сила, действующая на заряд во внешнем поле,  $e$  – элементарный заряд,  $z$  – валентность,  $E$  – напряженность поля.

Решение уравнения (1) для скорости движения иона в ИЭП с учетом начальных условий:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{zeE}{f} \left( 1 - \exp\left(-\frac{f}{m}t\right) \right) + v_0 \exp\left(-\frac{f}{m}t\right). \quad (2)$$

где  $v_0$  – скорость собственного теплового движения иона в отсутствие поля.

Поскольку радиус иона очень мал, порядка  $10^{-10}$

м, отношение  $f/m$  велико. Поэтому значение экспоненты  $\exp(-f/m)t$  очень быстро становится настолько малым, что им можно пренебречь. Тогда выражение для скорости (2) упрощается:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{zeE}{f}. \quad (3)$$

Далее, сила и плотность тока, который возникает в результате перемещения в единице объема ионов, несущих заряды одного знака [4], с учетом выражения (3) есть:

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n q_i C_i}{t} = n S l z e \frac{v}{l} = \frac{n(ze)^2 S}{f} E \quad j = \frac{n(ze)^2}{f} E. \quad (4)$$

где  $q_i$  – заряд иона;  $C_i$  – концентрация;  $\tau = l/v$  – время движения иона в ИЭП, равное в данном случае длительности прямоугольного импульса;  $S$  – сечение ионного проводника;  $l$  – длина пути иона вдоль силовой линии поля.

При перемещении в ИЭП ионов с различными электрическими зарядами, плотность тока выразится формулой:

$$j = \left( \frac{\sum_{i=1}^{n^+} n_i (z^+ e)^2}{f^+} + \frac{\sum_{i=1}^{n^-} n_i (z^- e)^2}{f^-} \right) E, \quad (5)$$

$$\text{где } \sum_{i=1}^{n^+} n_i (z^+ e)^2 = n^+ (z^+ e)^2, \quad \sum_{i=1}^{n^-} n_i (z^- e)^2 = n^- (z^- e)^2,$$

а индексы + и – при величинах означают знаки соответствующих зарядов ионов в цитоплазме.

Предположив общую электрическую нейтральность цитоплазмы, можно записать, что сумма зарядов противоположного знака равна нулю:  $n^+ z^+ + n^- z^- = 0$  и, подставляя это в (5) и учитывая, что плотность тока по закону Ома равна:  $j = \sigma E$ , получаем выражение для проводимости цитоплазмы:

$$\sigma = n^+ (z^+ e)^2 \left( \frac{1}{f^+} + \frac{n^-}{n^+ f^-} \right). \quad (6)$$

Рассмотрим далее построение линейной электротехнической модели (ЭТМ) общей проводимости биологической клетки. Информационный сигнал при импульсной кондуктометрии клетки – амплитуда прямоугольного импульса, т.е. постоянное напряже-

ние, возникающее скачком. При таком сигнале целесообразно строить ЭТМ на эквивалентных элементах емкости и сопротивления, представляя клетку последовательно-параллельной RC-цепью типа схемы Швана. Линейная эквивалентная электрическая схема емкости мембраны с утечкой показана на рис. 1., где  $C_m$  и  $R_m$  - емкость и сопротивление утечки мембраны,  $R_{вн}$  - небольшое сопротивление измерительной схемы.

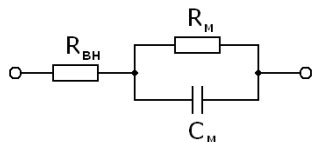


Рисунок 1 – Линейная эквивалентная электрическая схема мембраны клетки

При действии скачка напряжения на эту цепь возникает переходный процесс заряда емкости мембраны. Закон изменения емкостной эквивалентной проводимости мембраны в этом процессе:

$$G_{эkv} = G_C^M + G_M = C_m \frac{dU_C}{dt} \frac{1}{U_C} + G_M = \frac{1}{R_{вн}} \left[ \exp(-t/\tau_c) / (1 - \exp(-t/\tau_c)) \right] + G_M, \quad (7)$$

где  $U_C$  - напряжение на емкости мембраны,  $\tau_c = R_{вн} C_m$  - постоянная времени цепи,  $G_M$  - проводимость утечки емкости.

Используя интеграл Дюамеля получена функция падения напряжения на емкости с учетом длительности  $\tau_u$  и амплитуды  $U_0$  - прямоугольного импульса ИЭП:

$$U_C(t) = U_0 \left\{ - \left[ 1 - \exp(-t/\tau_c) \right] \cdot 1(t) - \left[ 1 - \exp(-t/\tau_c) \right] \cdot 1(t - \tau_u) \right\}. \quad (8)$$

Функция (9) и аналогичная ей на  $R_{вн}$  описывают известные электротехнические процессы замедления фронта и дифференцирования импульса соответственно, при условии  $\tau_u \gg \tau_c$ , которое выполняется всегда при импульсной кондуктометрии [1]. Если вместо  $R_{вн}$  в схему рис.1 включить известное сопротивление  $R_k$ , удовлетворяющее условию  $R_m \gg R_k \gg R_{вн}$ , то по падению напряжения на нем можно измерять проводимость клетки, в которую входит проводимость цитоплазмы и мембраны. Это является электротехническим обоснованием импульсной кондуктометрии.

Эквивалентная схема образована из элементов схемы Швана, рис. 1, с добавлением сопротивлений цитоплазмы и среды  $R_u$ ,  $R_{cp}$  и емкости среды  $C_{cp}$ . В схему также добавлен новый элемент - емкость цитоплазмы  $C_u$ , образующей с мембраной электролитический конденсатор около 4 пФ. Общая эквивалентная проводимость:

$$G_{кл}^{общ} = \frac{1}{2R_u^{эkv} + R_u^{эkv}} + \frac{1}{R_{cp}^{эkv}} = \frac{(G_M + G_C^M) \cdot G_u}{2(G_u + G_C^u) + G_M + G_C^M} + G_C^{cp} + G_{cp}(u) \quad (9)$$

где  $R_{cp}^{эkv} = (1/R_{cp} + 1/R_C^{cp})^{-1}$ ,  $R_M^{эkv} = (1/R_M + 1/R_C^M)^{-1}$ ,  $R_u^{эkv} = (1/R_u + 1/R_C^u)^{-1}$ ,  $G_{cp}(u) = G_{cp}^0 + ku$  - линейная функция роста проводимости среды вследствие равномер-

ного выхода в нее ионов цитоплазмы через электропоры мембраны,  $G_{cp}^0$  - начальная (собственная) проводимость среды,  $k$  - наклон функции роста,  $u \approx u_{вх}$  - входное напряжение (амплитуда прямоугольного импульса).

В выражении (9) проводимости  $G_{cp}$ ,  $G_M$  и  $G_u$  имеют активный характер. При прохождении прямоугольного импульса амплитуда распределяется на них в соответствии с законом Ома. Проводимости  $G_C^u$ ,  $G_C^M$  и  $G_C^{cp}$  реактивного характера (7), во время прохождения фронта импульса емкости быстро заряжаются и далее в общей сумме (9) участия не принимают.

**Выводы.** Таким образом, построенные ЭТМ позволяют адекватно описать линейный характер роста проводимости клетки [1, 2] в режиме обратимой электропорации до нелинейного необратимого электропора.

#### Список использованных источников

1. Шигимага В. А., Мегель Ю. Е. Применение метода импульсной кондуктометрии для исследования электрических характеристик биологических клеток // Труды Института электродинамики НАН Украины. - Киев. - 2012. - Вып. 31. - С. 147 - 155.
2. Megely Y. E. Measuring and modeling assessments conductivity cell / Y. E. Megely, V. A. Shigimaga, D. A. Levkin, I. I. Kalimanova, A. I. Rubalka // Proceedings 23th National scientific symposium "Metrology and metrology assurance 2013" 9-13.09.13, Sozopol, Bulgaria. - 2013. - P. 260 - 267.
3. Антонов В. Ф., Черныш А. М., Пасечник В. И., Вознесенский С. А., Козлова Е. К. Биофизика: Уч. для студ. ВУЗов. - М.: ВЛАДОС, 2000. - 293 с.
4. Дамаскин Б.Б. Электрохимия / Б.Б. Дамаскин, О. А. Петрий, Г. А. Цирлина. - М.: Химия, 2006. - 672 с.

#### Аннотация

### ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОВОДИМОСТИ БИОЛОГИЧЕСКОЙ КЛЕТКИ

Мегель Ю. Е., Шигимага В. А.

*Предложена математическая модель проводимости биологической клетки в импульсном электрическом поле для нахождения параметров системы кондуктометрии.*

#### Abstract

### LINEAR ELECTRIC MODEL CONDUCTION OF A BIOLOGICAL CELL

Yu. Megel, V. Shigimaga

*A mathematical model for the conductivity of biological cells in a pulsed electric field to find the parameters of the system conductometry.*