

## РАСЧЕТ ОТСТОЙНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ДИФФУЗИИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ И ГОРИЗОНТАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИЯХ

Приведен метод расчета отстойников с учетом диффузии частиц в вертикальном и горизонтальном направлениях. При этом рекомендуется принять за основу один из методов расчета, учитывающий диффузию только в вертикальном направлении, а учет диффузии в горизонтальном направлении осуществлять с помощью кривой отклика на импульсный ввод трассера в отстойник.

**отстойник, взвешенные вещества, расчет отстойников, диффузия, метод Фурье, кривая отклика**

Отстойные сооружения широко применяются в химической технологии, металлургической, горнорудной промышленности и др. отраслях. Чаще всего применяются горизонтальные и радиальные отстойники (простейший горизонтальный отстойник показан на рис. 1).

При расчетах зачастую принимают, что вход и выход воды осуществляются равномерно по всей площади передней и задней торцевых стенок (рис. 2), а вертикальная скорость жидкости  $w_z = 0$ . То обстоятельство, что в действительности вода входит плоской струей, а отвод является почти линейным стоком (вдоль кромки водослива), а также такие факторы, как турбулентность потока, пульсации скоростей у дна и др., учитываются различными эмпирическими коэффициентами и параметрами (например, коэффициент использования объема, взвешивающая скорость потока, коэффициент увеличения длины или площади, КПД и др.) [1–6].

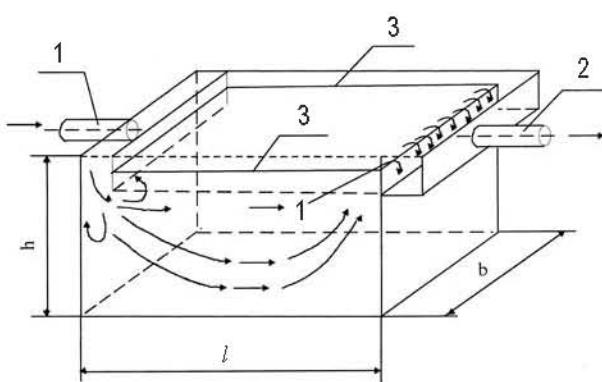


Рисунок 1 – Распределение скоростей в отстойнике в реальных условиях (передняя стенка снята);  
1 – вход воды; 2 – выход воды; 3 – уровень воды.

Широко распространены методы расчета отстойников, которые основаны на предположении о возможности описания процессов перемещения взвешенных частиц уравнением турбулентной диффузии. Как указывает И.Н. Леви [7], диффузионная теория может быть использована для описания процессов переноса взвешенных веществ при содержании твердой фазы по весу не более 1 % и размерах частиц до 0,2 мм. В отстойниках (именно в отстойниках, а не в сгустителях) эти условия выполняются.

Известные методы расчета отстойников с учетом диффузии рассматривают диффузию либо только в вертикальном направлении [8], либо в горизонтальном [9]. Однако учет диффузии одновременно в двух направлениях может существенно изменить результат расчета.

Предлагаемый подход основывается на одном из известных методов расчета, в котором диффузия учитывается только в вертикальном направлении. Применительно к горизонтальному отстойнику (рис. 2) все исходные и искомые величины и параметры зависят только от координат по длине (x) и высоте (z) отстойника и не зависят от y (т.е. одинаковы по ширине).

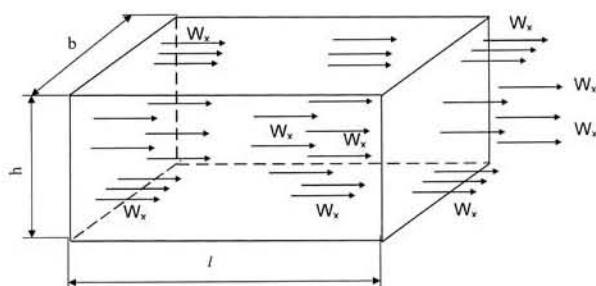


Рисунок 2 – Распределение скоростей в отстойнике (идеализированная расчетная схема)



Уравнение для концентрации частиц с учетом скорости потока и диффузии [10] имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - w_x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) - (w_z + u) \frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

где  $w_x(t, x, z)$  – усредненная горизонтальная скорость воды;

$w_z(t, x, z)$  – усредненная вертикальная скорость воды;

$D_x$  – коэффициент диффузии в горизонтальном направлении;

$D_z$  – коэффициент диффузии в вертикальном направлении (принимаем  $D_z = \text{const}$ );

$u$  – скорость осаждения взвешенных частиц (гидравлическая крупность).

Зависимость (1) следует из уравнения для распространения пассивной примеси, приведенного в работе [10, формула 2-11], при условии, что массообмен через границу раздела и внутренние источники отсутствуют. При этом, учитывая малые размеры и концентрации частиц, можно считать, что коэффициенты диффузии и их скорости совпадают с этими же величинами для жидкой фазы, за исключением вертикальной скорости частиц, которая является суммой скорости жидкости  $w_z$  и гидравлической крупности частицы  $u$  (ось  $z$  направлена вниз).

В качестве  $w_x$  принята средняя скорость воды в отстойнике:  $w_x = Q/(bh)$ , т.е.  $w_x = \text{const}$  во всем объеме. Поскольку усредненное движение воды является горизонтальным,  $w_z = 0$ .

$D_x$  – так называемый коэффициент продольной диффузии  $D_x$ , используемый при описании гидравлического режима в аппаратах химической технологии и учитывающий совокупное влияние диффузии и неравномерного распределения скорости.

$D_z$  – коэффициент турбулентной диффузии в вертикальном направлении, считаем его постоянным во всем объеме отстойника.

Уравнение (1) фиксирует тот факт, что количество частиц взвеси, поступивших в элементарный объем, выделенный в сооружении, равно количеству частиц, выданных из данного объема, и описывает стационарный процесс.

Уравнение (1) следует дополнить граничными условиями (а-г):

$$a) \quad C_0 w_x = -D_x \frac{\partial C}{\partial x} + C w_x \quad \text{при } x=0 \\ Q \leq z \leq h;$$

$$b) \quad D_x \frac{\partial C}{\partial z} - uC = 0 \quad \text{при } z=0;$$

в)  $\frac{\partial C}{\partial x} = \text{const}$  при  $x=l$ ;

$$(2)$$

$$g) \quad C w_{\text{взб}} = D_z \frac{\partial C}{\partial z} \quad \text{при } z=h,$$

где  $w_{\text{взб}}$  – так называемая взвешивающая составляющая скорости у дна отстойника.

Условие (2а) означает, что количество загрязнений, вводимое в отстойник через переднюю торцевую стенку, равно количеству загрязнений, отводимых от нее за счет конвективного переноса и диффузии. Условие (2б) описывает непроницаемость верхней границы (поверхности воды). Уравнение (2в) представляет собой обобщенное условие Данкверста [11]. Наконец, вывод условия (2г) описан в работе [12].

В общем, выражение для  $D_z$  и граничное условие (2г) следует принимать по методу расчета с учетом диффузии в вертикальном направлении, который принят за основу.

Расчет отстойника сводится к определению относительной остаточной концентрации взвешенных частиц в осветленной воде на выходе из отстойника (т.е. при  $x=l$ )

$$\bar{C}_{\text{осв.ср}} = \frac{C_{\text{осв.ср}}}{C_0} \quad C_{\text{осв.ср}} = \frac{1}{h} \int_0^h C(z, l) dz \quad (3)$$

В предлагаемом методе расчета, также, как и в известных, предполагается, что частицы движутся независимо друг от друга. Это позволяет рассматривать  $C_{\text{осв.ср}}$  как долю невыпавших частиц от некоторого их количества  $M$ , введенного в отстойник импульсно («мгновенно»), т.е.

$$\bar{C}_{\text{осв.ср}} = \frac{\int_0^\infty Q C_{\text{осв.ср}}(t) dt}{M} \quad (4)$$

С учетом этого, а также допущений о постоянстве  $w_x, w_z, D_x, D_z$ , можем, введя зависимость  $C_{\text{осв.ср}}$  от времени, перейти от уравнения (1) к уравнению параболического типа, описывающему перемещение и осаждение частиц, введенных импульсно.

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} + D_z \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} - w_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} - u \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \quad (5)$$

где  $\bar{C}$  – относительная концентрация.

К граничным условиям добавится начальное условие при  $t=0$ :

$$C_0 = C(0, x, z) = \delta(x) \frac{M}{Q}; \bar{C}_0 = \delta(x) \cdot 1 \text{ при } 0 \leq z \leq h; \quad (5')$$

$$C(0, x, z) = 0 \quad \text{при } z \leq 0, z \geq h$$

(здесь  $\delta(x)$  – дельта-функция).

Условие (5') соответствует «мгновенному» вводу частиц, сосредоточенных в вертикальном столбе жидкости (общая масса частиц  $M$ ).

Заметим, что в методах расчета с учетом диффузии только в вертикальном направлении за основу принято «усеченное» уравнение (3):

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = D_z \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} - u \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \quad (6)$$

Это равносильно тому, что рассматривается вертикальный слой жидкости, перемещающийся вдоль отстойника от входа к выходу, и задача сводится к определению величины

$$\bar{C}_{cp}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h \bar{C}(z, t) dz \quad (7)$$

где  $h$  – глубина отстойника;

$C(z, t)$  – относительная концентрация взвешенных веществ в столбе жидкости общей глубиной  $h$  на расстоянии  $z$  от поверхности в любой момент времени  $t$ .

Для расчета  $\bar{C}_{cp}(t)$  на выходе из отстойника принимают  $t=t_0=V/Q$ ,

где  $V$  – объем отстойника,  $Q$  – расход воды.

Уравнение (5) с граничными условиями (2) и (5') имеет единственное решение [13].

Приступая к решению уравнения (5), воспользуемся методом Фурье

$$\bar{C} = C / C_0 = f_1(t, x) \cdot f_2(t, z) \quad (8)$$

причем  $f_1 > 0; f_2 > 0$ ,

Тогда, подставив выражение (6) для  $\bar{C}$  в уравнение (3), после известных преобразований получим:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} - D_x \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + w_x \frac{\partial f_1}{\partial x} = \frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2} - D_z \frac{\partial^2 f_2}{\partial z^2} + u \frac{\partial f_2}{\partial x} \quad (9)$$

Поскольку левая часть уравнения зависит только от  $x$  и  $t$ , а правая – только от  $z$  и  $t$ , то их равенство в общем случае возможно, если они порознь равны некоторой величине  $\lambda(t)$ . Чтобы уравнение (9) удовлетворяло частному случаю  $u=0$  (распространение неоседающей примеси

в аппарате с продольной диффузией, чему соответствует  $f_2 = \text{const}$ ), необходимо принять  $\lambda=0$ .

Получено два уравнения с соответствующими начальными и граничными условиями

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} - w_x \frac{\partial f_1}{\partial x} \quad (10)$$

$$D_x \frac{\partial f_1}{\partial x} = w_x f_1 \quad \text{при } x=0 \quad (11)$$

$$f_1(0, x) = \delta(0) \quad \text{при } t=0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} = D_z \frac{\partial^2 f_2}{\partial z^2} - u \frac{\partial f_2}{\partial z} \quad (12)$$

$$D_z \frac{\partial f_2}{\partial z} = u f_2 \quad \text{при } z=0 \quad (13)$$

$$f_2(0, z) = 1 \quad \text{при } t=0 \quad 0 \leq z \leq h$$

Здесь не указаны граничные условия при  $x=l$  и при  $z=h$ . Граничные условия при  $z=h$ , как уже отмечалось, следует принять в зависимости от того, какой метод расчета отстойника, учитывающий диффузию только в вертикальном направлении, взят за основу. Граничное условие для  $x=l$  можно было бы принять в виде 2в, но в данном случае воспользуемся значением  $f_1(t, l)$ , полученным из эксперимента. Функция  $f_1(t, l)$  – это так называемая кривая отклика на импульсный ввод в отстойник реагента-трассера, получаемая при гидравлических исследованиях модели или промышленного образца отстойника. При построении кривой отклика по оси  $t$  откладывается время отбора проб, отсчитываемое от момента ввода трассера, а по оси  $y$  – величина  $CQ/M$ , где  $M$  – масса введенного трассера,  $Q$  – расход воды ( $m^3/c$ ),  $C$  – концентрация трассера в воде ( $kg/m^3$ ). Кривая отклика может быть представлена графиком или в виде таблицы (табл. 1,  $f_1(t)$ ).

Остаточное количество взвеси в осветленной воде по формуле (5) составит

$$\bar{C}_{cp} = \int_0^\infty f_1(t, l) \left( \frac{1}{h} \int_0^h f_2(t, z) dz \right) dt \quad (14)$$

Выражение

$$f_{2cp} = \frac{1}{h} \int_0^h f_2(t, z) dz$$

– это средняя концентрация частиц в столбе жидкости (при времени отстаивания  $t$  и при отсутствии продоль-



**Таблица 1 – Расчет осаждения взвешенных частиц с учетом диффузии в вертикальном и горизонтальном направлениях**

Наименование функций	Значение $f_1(t)$ , $f_{2cp}$ , $f_1 \cdot f_{2cp}(t-t_{i-1})$ при различных значениях относительного времени $t/T$																$\Sigma$
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,4	2,8
$f_1(t)$	0,033	0,197	0,635	1,030	1,062	1,030	0,960	0,829	0,723	0,605	0,442	0,316	0,202	0,152	0,08	0,04	0,02
$f_{2cp}(t)$	0,95	0,85	0,75	0,65	0,55	0,46	0,38	0,32	0,28	0,24	0,18	0,12	0,08	0,055	0,031	0,020	0,010
$10^4 \times f_1 \times f_{2cp}(t-t_{i-1})$	31,4	167,4	476,2	669,5	584	463,5	364,5	265,3	202,4	145,2	159,2	75,8	32,3	16,7	5,92	3,20	0,8
																	0,366

ной диффузии), которая может быть определена с помощью какого-либо известного метода расчета, принятого за основу. Что касается  $f_1(t, l)$  то, как уже было указано выше, это функция, описывающая кривую отклика на импульсное возмущение на входе в аппарат, которая может быть определена экспериментально. Таким образом

$$\bar{C}_{cp} / C_0 = \bar{C}_{cp} = \int_0^\infty f_{2cp}(t) \cdot f_1(t) dt \quad (15)$$

Итак, для того, чтобы определить остаточное содержание взвешенных веществ, достаточно вычислить интеграл (15).

Учитывая, что кривая отклика, полученная на основе экспериментальных данных, обычно представлена в табличной или графической форме, целесообразно интеграл в формуле заменить суммой

$$\bar{C}_{cp} = \sum_{i=1}^n f_{2cp}(t_{i-1}, t_i) \cdot f_1(t_{i-1}, t_i) \cdot \Delta t_i \quad (16)$$

где  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$  – длина отрезков, на которые разбит тот интервал интегрирования  $l$ , где величины  $f_1(t)$  и  $f_{2cp}(t)$  принимают сколько-нибудь существенные значения. Практически можно принять:

$$l \leq (4-5)T \quad (17)$$

где  $T = V/Q$  – среднее время пребывания в отстойнике;

$V$  – объем отстойника;

$Q$  – расход воды;

$\Delta t = (0,05-0,1)T$ ;

$t_i = i \cdot \Delta t$ ;

$f(t_{i-1}, t_i)$  – значение величины в средней точке отрезка  $[t_{i-1}, t_i]$ .

Приведем пример расчета по формуле. Пусть на основании эксперимента получены значения  $f_1 = CQ/M$  (табл. 1), а по методу расчета, учитывающему диффузию только в вертикальном направлении, получены значения  $f_{2cp} = C/C_0$  (табл. 1). (Метод расчета, учитывающий диффузию только в вертикальном направлении, был принят по работе [14]). Рассматривалось осаждение частиц с гидравлической крупностью  $u=h/T$ , т.е. таких, которые при отсутствии диффузии полностью высадились бы за врем-

яя пребывания в отстойнике. Относительный коэффициент диффузии  $D_z = D_z/u h$  был принят равным 0,15. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Как следует из таблицы, количество частиц с гидравлической крупностью  $u=h/T$ , которые при отсутствии диффузии должны были полностью высадиться в отстойнике, при наличии диффузии только в вертикальном направлении составляет  $\sum f_{2cp} t = 0,24 C_0$  (см. строку  $f_2(t)$  при  $t=T$ ).

С учетом диффузии в вертикальном и горизонтальном направлениях остаточное содержание частиц составляет  $0,366 C_0$ , т.е. возрастает более, чем в 1,5 раза.

В заключение заметим, что предлагаемый метод применим и для вычисления остаточной загрязненности воды в радиальном отстойнике с учетом диффузии в горизонтальном направлении.

Для практического применения данного метода расчета в целях проектирования или наладки необходимо знать дисперсный состав взвешенных веществ и получить экспериментальным путем «кривые отклика» на импульсный ввод реагента-трассера для различных типов отстойников – горизонтальных, радиальных и т.п. Это можно сделать на типовых отстойниках, находящихся в эксплуатации.

В настоящее время при расчете горизонтальных и радиальных отстойников согласно СНиП 2.04.03-85 [1], необходимо вводить коэффициент использования объема (соответственно 0,5 и 0,45) для того, чтобы учесть неравномерность движения воды в отстойнике и перемешивание в вертикальном и горизонтальном направлениях, т.е. отклонение режима течения от «идеального». Это требует принимать площадь отстойников в 2–2,2 раза большей по сравнению с отстойником, в котором имеет место «идеальное» движение жидкости. Расчет по рекомендуемому методу позволяет более точно учесть продольное перемешивание, что дает возможность сократить объем сооружений, принимаемых в проекте, по сравнению с тем, который определяется расчетом по СНиП 2.04.03-85 [1].

## ВЫВОДЫ

Предложен метод расчета отстойников с учетом диффузии частиц как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях. За основу принят один из известных

методов, учитывающий диффузию только в вертикальном направлении и позволяющий определить относительную концентрацию взвешенных частиц в зависимости от времени  $C/C_0 = f_2(t)$ ; диффузия в горизонтальном направлении учитывается с помощью экспериментальной кривой отклика  $CQ/M = f_1(t)$  на импульсный ввод в отстойник какого-либо реагента-трассера.

Разработанный в данной статье метод позволяет более точно учесть особенности гидравлического режима отстойника и не допустить занижения остаточной концентрации взвешенных веществ при расчете. В то же время при использовании предлагаемого метода с учетом наличия данных о параметрах гидравлического режима отстойников и о дисперсном составе взвешенных веществ возможно более точно, с меньшим «запасом» принять размеры отстойников, т.е. снизить капитальные затраты.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Канализация. Наружные сети и сооружения. СНиП 2.04.03-85. – М. : Государственный комитет по делам строительства, 1986. – 72 с.
2. Жуков А.И. Канализация промышленных предприятий / А.И. Жуков, И.Л. Монгайт, И.Д. Родзиллер. – М. : Госстройиздат, 1962. – 604 с.
3. Клячко В.А. Подготовка воды для промышленного и пищевого водоснабжения / В.А. Клячко, И.Э. Апельцин. – М. : Высшая школа, 1962. – 860 с.
4. Замарин Е.А. Проектирование гидротехнических сооружений / Е.А. Замарин. – М. : Сельхозгиз, 1961. – 228 с.
5. Дульнев В.Б. Расчет отстойников гидроэлектростанций / В.Б. Дульнев // Гидротехническое строительство. – 1959. – № 2. – С. 47–49.
6. Минц Д.М. Теоретические основы технологии очистки воды / Д.М. Минц. – М. : Стройиздат, 1964. – 156 с.
7. Леви И.Н. Динамика русловых потоков / И.Н. Леви – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1957. – 252 с.
8. Dobbins W.E. Effect of Turbulence on Sedimentation // Transaction A.S.C.E., 109, 1944. – P. 629.
9. Takeichiyo Takamatsu, Masaaki Naito, Satataka Shiba. The Studying of Rectangular Settling Optimum Deep // Jap. Soc. Civ. Eng. – 1972. – V 3. № 2. – P. 174–175.
10. Родзиллер И.Д. Прогноз качества воды водоемов-приемников сточных вод / И.Д. Родзиллер – М: Стройиздат, 1984. – 262 с.
11. Безденежных А.А. Математические модели химических реакторов / А.А. Безденежных. – Киев : Техника, 1970. – 170 с.
12. Эпштейн С.И. Разработка нового метода расчета отстойников / С.И. Эпштейн, З.С. Музыкина, Я.И. Дульфан // Очистка водного и воздушного бассейнов на предприятиях черной металлургии. Вып. 3. – М. : Металлургиздат, 1975. – С. 200–206.
13. Ладыженская А.А. Краевые задачи математической физики / А.А. Ладыженская. – М. : Наука, 1973. – 408 с.
14. Музыкина З.С. Исследование и разработка аппарата циклонного типа (флокулятора) для очистки сточных вод газоочисток доменных печей и других металлургических производств : дисс. ... канд. техн. наук : 05.23.04 / Музыкина Зоя Семеновна. – Харьков, 1978. – 154 с.

Поступила в редакцию 11.03.2009

Наведено метод розрахунку відстійників з урахуванням дифузії часток у горизонтальному і вертикальному напрямках. При цьому рекомендується прийняти за основу один із методів розрахунку, що враховує дифузію тільки у вертикальному напрямку; урахування дифузії у горизонтальному напрямку здійснювати за допомогою кривої відгука на імпульсний увід трассера у відстійник.

Method for calculating settling tanks taking into account diffusion of particles in vertical and horizontal directions is given. Thus it is recommended to accept as a basis one of the calculating procedures considering diffusion only in a vertical direction, and calculation of diffusion in a horizontal direction is carried out by means of a response curve to pulse input of a tracer into settling tank.