



УДК 628.16

С.И. ЭПШТЕЙН, канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник, **А.В. ПРОКОПЕНКО**, научный сотрудник
Украинский государственный научно-технический центр «Энергосталь» (УкрГНТЦ «Энергосталь»), г. Харьков

К ВОПРОСУ О КРИТЕРИИ РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ В ОТСТОЙНИКАХ И СГУСТИТЕЛЯХ

Проведен анализ возможности использования энтропийного показателя в качестве критерия оценки эффективности разделительного устройства двухфазных систем. Приведено аналитическое выражение для энтропийного показателя. Продемонстрировано, что энтропийный показатель может быть использован для оценки эффективности промышленных сооружений (отстойников, сгустителей) только в комплексе с другими технологическими параметрами.

Ключевые слова: двухфазная система, разделительные устройства, энтропия, энтропийный показатель, сгуститель.

Разделение двухфазных систем – один из наиболее распространенных промышленных процессов, в частности, очистки воды – отстаивание, фильтрование, обессоливание и многие другие методы водоподготовки и очистки сточных вод.

В процессе разделения двухфазных водных систем первоначальный объем системы $V_{ж}$, содержащий некоторую массу M_B или некоторый объем V_B твердого или жидкого вещества в диспергированном или растворенном виде, делится на несколько объемов, например, на два – $V_{ж1}$ и $V_{ж2}$, соответственно содержащих объемы диспергированной фазы V_{B1} и V_{B2} . При этом очень часто в «идеальном» виде задача выглядит следующим образом: необходимо сосредоточить все вещество (M_B или V_B) в одном из объемов, например V_1 , причем объем V_1 должен быть минимально возможным и содержать как можно меньше воды. На практике задача в такой максималистской постановке решается далеко не всегда. Очень трудно сосредоточить все вещество в одном объеме V_1 и при этом достичь минимального значения этого объема.

Рассмотрим с этой точки зрения работу сгустителей, используемых для сгущения осадка, отводимого из отстойников. При длительном отстаивании взвешенные вещества образуют осадок с максимальной объемной концентрацией. Тогда в «идеальном» случае при работе сгустителя можно получить осадок с концентрацией $C_{Tпр}$, причем вся твердая фаза M , поступившая на сгуститель, сосредоточена в этом осадке; при этом объем осадка равен $V_{осгр}^0 = M_T^0 / C_{Tпр}$ (в качестве $C_{Tпр}$ можно принять величину $C_{Tпракт}$, т.е. максимально достижимую на практике, причем $C_{Tпракт} \leq C_{Tпр}$). В действительности, как правило, $V_{ос} \leq V_{осгр}^0$ и не вся масса твердого вещества оказывается сосредоточенной в осадке.

Поскольку, как показано выше, при оптимизации работы сгустителей следует учитывать два параметра – объем осадка $V_{ос}$ и массу M_B или объем V_B твердого вещества, перешедшего в осадок, вполне оправданно стремление объединить эти параметры в одном показателе.

Такая попытка сделана в работе [1]. Для системы, содержащей воду с диспергированными в ней твердыми частицами, применяется понятие энтропии, известное из термодинамики, статистической физики, теории информации. Энтропия характеризует меру неупорядоченности в системе. Если в рассматриваемой нами системе твердая фаза в максимально возможной степени отделена от жидкой, можно считать, что система в максимальной степени упорядочена – энтропия такой системы минимальна. С другой стороны, если твердая фаза равномерно диспергирована в жидкости, что принимается как наибольшая степень неупорядоченности, – энтропия такой системы максимальна.

Понятие энтропии удобно использовать при сравнительной оценке сооружений для разделения двухфазных систем, например сгустителей, расположенных на одном объекте, но отличающихся по конструкции и режимам работы. Пульпа, в которой твердая фаза равномерно распределена в жидкой, т.е. с максимальным значением энтропии, поступает на сгуститель. Эффективность разделительной способности сгустителя (степень выделения твердой фазы из жидкой и концентрирование ее в меньшем объеме, т.е. повышение упорядоченности) можно оценить по уменьшению энтропии.

Понятие энтропии H единицы объема жидкости, содержащей взвешенные частицы, вводится следующим образом [1]:

$$H^* = -[P \cdot \log_2 P + (1-P) \log_2 (1-P)], \quad (1)$$

где P – объемная доля твердого вещества в двухфазной смеси;

$(1-P)$ – объемная доля жидкости в двухфазной смеси.

Если двухфазная система (например, шламовая пульпа, поступающая на сгустители) делится на два потока с объемными долями γ_1 и γ_2 (причем $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$), то суммарная энтропия системы определяется [1]:

$$H_{\text{разд}} = \gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2, \quad (2)$$

где H_1, H_2 – энтропии осветленной воды и осадка, соответственно определяемые по формуле (1).

Энтропийным показателем считается величина [1]:

$$E = \frac{H - H_{\text{разд}}}{H}, \quad (3)$$

где H – энтропия исходной шламовой пульпы.

В работе [1] не дан вывод формулы (1) и не указаны ссылки на источник, в котором она приведена. Кроме того, утверждается, что сравнивать работу двух сооружений по энтропийному показателю можно независимо от характеристики исходного материала. Это утверждение, по нашему мнению, ошибочно. Действительно, если на одно из сооружений подается пульпа с твердой фазой большей плотности, то сгущение в этом сооружении может быть более эффективным, чем в аналогичном сооружении лучшей конструкции, но на которое подается пульпа с твердой фазой меньшей плотности.

Цель данной работы – получить выражение для оценки эффективности разделительного устройства (отстойника, сгустителя и т.п.), исходя из определения энтропии, принятого в статистической физике [2] и химии [3].

$$S = k \cdot \ln W, \quad (4)$$

где W – число возможных состояний системы;

k – постоянная Больцмана.

Системой будем называть некоторый объем двухфазной среды V , содержащий n взвешенных частиц (примем, что все частицы одинаковые). Пусть в этом объеме при «плотной» упаковке может разместиться N таких твердых частиц. Тогда допустим, что в объеме V содержится N ячеек. Объем каждой ячейки $V' = V/N$ больше, чем объем частицы V , т.е. $V' = \alpha \cdot V$ ($\alpha > 1$).

* В статистической физике и термодинамике энтропию принято обозначать буквой S , однако, анализируя [1], сохраняем принятое автором обозначение H .

Если твердые частицы одинаковы, то число размещений n частиц по N ячейкам равно

$$W = \frac{N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot \dots \cdot (N-[n+1])}{n!} = \frac{N!}{n! \cdot (N-n)!}. \quad (5)$$

В данном случае W – это и есть число состояний системы. Следовательно,

$$S = k \cdot \ln \frac{N!}{n! \cdot (N-n)!} = k \cdot [\ln N! - \ln n! - \ln (N-n)!] \quad (6)$$

или

$$S_y = \frac{S}{k} = \ln N! - \ln n! - \ln (N-n)!. \quad (7)$$

Но известно [4], что

$$\ln N! \approx \ln \sqrt{2\pi} + \left(N + \frac{1}{2}\right) \cdot \ln N - N + \frac{\theta}{12N}, \quad (8)$$

где $0 < \theta < 1$.

Очевидно, что при больших значениях N , n и $(N-n)$ членом $\frac{\theta}{12N}$ можно пренебречь. Подставив остальные

члены разложения $\ln N!$ в выражение (7), получим

$$\begin{aligned} S_y &= -\ln \sqrt{2\pi} + N \cdot \ln N - n \cdot \ln n - \\ &- (N-n) \cdot \ln (N-n) + \ln \sqrt{\frac{N}{n \cdot (N-n)}} = \quad (9) \\ &= -\ln \sqrt{2\pi} + \ln \frac{N^N}{n^n \cdot (N-n)^{N-n}} + \ln \sqrt{\frac{N}{n \cdot (N-n)}} \end{aligned}$$

Сравним величины $A = \frac{N^N}{n^n \cdot (N-n)^{N-n}}$ и $B = \sqrt{\frac{N}{n \cdot (N-n)}}$.

$$\frac{A}{B} = \frac{N^{N-\frac{1}{2}}}{n^{\frac{n-1}{2}} \cdot (N-n)^{N-\frac{1}{2}}} = \frac{N^{\frac{N-1}{2}}}{n^{\frac{n-1}{2}} \cdot (N-n)^{N-\frac{1}{2}}} \approx \quad (10)$$

$$\approx \left(\frac{N}{n}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \left(1 + \frac{1}{N-n}\right)^{N-n} \cdot (N-n)^{\frac{1}{2}} \approx \left(\frac{N}{n}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot (N-n)^{\frac{1}{2}} \cdot e$$

Если $n \leq \frac{N}{2}$, то выражение в правой части уравнения

(10) весьма велико, а выражение

$$\frac{B}{A} \approx \left(\frac{n}{N}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot (N-n)^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-1} - \text{весьма мало.}$$

Следовательно, $\ln \sqrt{\frac{N}{n \cdot (N-n)}}$ в выражении (9) можно отбросить.

Если $n > \frac{N}{2}$, то $N-n < \frac{N}{2}$, и поскольку выражение (7) не изменится, если принять $N = N'$, $n' = N-n$, $n = N' - n'$, то,



проделав вышеприведенные преобразования, можно прийти к тому же заключению о возможности отбросить

$$\text{слагаемое } \ln \sqrt{\frac{N}{n \cdot (N-n)}}.$$

Слагаемое $\ln \sqrt{2\pi}$ также мало по сравнению с $\ln \frac{N^N}{n^n \cdot (N-n)^{N-n}}$ и им тоже можно пренебречь.

Таким образом,

$$S_{yN} \approx N \cdot \ln N - n \cdot \ln n - (N-n) \cdot \ln(N-n). \quad (11)$$

Индекс N в обозначении S_{yN} подчеркивает, что рассматривается энтропия системы, имеющей N ячеек.

Выразим величину S_{yN} через объемную концентрацию твердой фазы $\frac{n \cdot V'}{N \cdot V'}$ с учетом влаги, приходящейся на каждую частицу

$$\begin{aligned} \frac{S_{yN}}{N} &= \ln N - \frac{n \cdot V'}{N \cdot V'} \cdot \ln \left(N \cdot \frac{n \cdot V'}{N \cdot V'} \right) - \frac{(N-n) \cdot V'}{N \cdot V'} \cdot \ln \left[N \cdot \frac{(N-n) \cdot V'}{N \cdot V'} \right] = \\ &= \ln N - \frac{n \cdot V'}{N \cdot V'} \cdot \ln N - \frac{n \cdot V'}{N \cdot V'} \cdot \ln \left(\frac{n \cdot V'}{N \cdot V'} \right) - \\ &- \frac{(N-n) \cdot V'}{N \cdot V'} \cdot \ln N - \frac{(N-n) \cdot V'}{N \cdot V'} \cdot \ln \frac{(N-n) \cdot V'}{n \cdot V'} = \\ &= -C_T' \cdot \ln C_T' - C_{ж}' \cdot \ln C_{ж}' = -C_T' \cdot \ln C_T' - (1-C_T') \cdot \ln(1-C_T') \end{aligned} \quad (12)$$

или

$$S_{yN} = -N [C_T' \cdot \ln C_T' + (1-C_T') \ln(1-C_T')], \quad (13)$$

где C_T' – объемная концентрация твердых частиц с включением той влаги, которая относится к этим частицам при их «плотной упаковке» (при предельном естественном уплотнении осадка под действием только гравитационных сил).

Найдем соотношение величин C_T и C_T' . При «плотной упаковке» в 1 м^3 осадка при плотности твердого материала ρ_T весовая концентрация твердых частиц равна $C_{T\text{пред}}^e$.

Истинный объем твердых частиц $C_{T\text{пред}} = C_{T\text{пред}}^e / \rho_T$, в то время как $C_{T\text{пред}}' = 1$.

$$\text{Следовательно, в предельном случае } \frac{C_{T\text{пред}}'}{C_{T\text{пред}}} = \frac{\rho_T}{C_{T\text{пред}}^e}.$$

Это же соотношение примем и при меньших значениях C_T , т.е.

$$C_T' = C_T \cdot \rho_T / C_{T\text{пред}}^e. \quad (14)$$

Например, если концентрация взвешенных частиц, плотность которых равна 4000 кг/м^3 , составляет 400 кг/м^3 , а при «плотной упаковке» $C_{T\text{пред}}^e = 800 \text{ кг/м}^3$, то $C_T = \frac{400}{4000} = 0,1$, а $C_T' = 0,1 \cdot \frac{4000}{800} = 0,5$.

Из уравнения (13) следует, что в формуле для вычисления энтропии, приведенной в работе [1], отсутствует множитель $(-N)$, т.е. зависимость $H = P \cdot \log_2 P + (1-P) \cdot \log_2(1-P)$ является неточной. Кроме того, в качестве P следует принимать объемную концентрацию твердой фазы с коэффициентом $\rho_T / C_{T\text{пред}}^e$.

Безусловно, энтропия не может зависеть только от объемной концентрации твердой фазы. Поскольку если в некотором объеме V имеется всего одна частица объемом $v' = V/2$, то, в соответствии с принятой схемой, в этом объеме имеется всего две ячейки и такая система имеет всего два состояния, тогда как при $C_T' = 0,5$ и 5 частицах (т.е. число ячеек $N = 10$), число состояний системы равно

$$\frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{3628800}{120 \cdot 120} = 252.$$

Если рассматривается двухфазная система с частицами одного размера, т.е. одного и того же объема v' , то вместо величины S_{yN} можно рассматривать величину $S_v = S \cdot v'$, где v' – объем, приходящийся на одну частицу. Тогда уравнение (13) примет вид

$$S_v = -V \cdot [C_T' \cdot \ln C_T' + (1-C_T') \ln(1-C_T')], \quad (15)$$

где $V = N \cdot v'$ – объем системы.

Если некоторая система, имеющая объем V и концентрацию взвешенных веществ C_T' , разделена на две подсистемы с объемами V_1 и $V_2 = V - V_1$ и концентрациями твердого C_{T1}' и C_{T2}' (причем $C_{T1}' \cdot V_1 + C_{T2}' \cdot V_2 = C_T' \cdot V$), то для каждой подсистемы по формуле (2) можно вычислить значения энтропии S_{v1} и S_{v2} и найти изменения энтропии

$$\Delta S = S_v - S_{v1} - S_{v2} \quad (16)$$

или

$$\frac{\Delta S}{S} = 1 - \frac{S_{v1}}{S} - \frac{S_{v2}}{S}. \quad (17)$$

Полученные формулы (16, 17) приведены в работе [1], но следует подчеркнуть, что величина S_v не является энтропией, хотя и пропорциональна ей при данном виде частиц, содержащихся в воде, поступающей на сравниваемые сооружения.

Остается открытым вопрос о том, что принимать в качестве V .

При описании работы отстойников и сгустителей одним из основных параметров является удельная гидравлическая нагрузка q [5], т.е. расход воды на единицу площади (обычно на 1 м^2) осаждения. Для отстойников и сгустителей $q = Q/F$, где Q – общий расход воды на сооружение, а F – площадь отстойника либо сгустителя. Удобство использования этого параметра в том, что, независимо от размера сооружения, т.е. от площади осаждения, эффективность осветления воды определяется только величиной q (при условии, что взвешенные вещества не коагулируют, а гидравлический режим в сооружении – «идеальный», т.е. отсутствуют возмущения, вода равномерно распределена по поперечному сечению сооружения и т.п.). Ввиду этого, при равных нагрузках на сравниваемые сооружения в качестве V можно принять либо нагрузку, либо единицу объема поступающей загрязненной воды или пульпы. Для сравниваемых сооружений следует определить ΔS_v . С точки зрения разделения двухфазной среды, наиболее эффективным сооружением следует признать то, для которого величина ΔS наибольшая.

Если все взвешенные частицы, содержащиеся в воде, одинаковые, то выражение (16) можно использовать для сравнения сооружений даже при разных нагрузках. Если сравниваются, например, два сгустителя, то следует принять $v_1 = q_1$, $v_2 = q_2$ и затем для каждого сгустителя вычислить величину ΔS_{v_i} по формуле (17). Наиболее эффективным будет то сооружение, для которого величина ΔS_v принимает наибольшее значение.

$$\begin{aligned} \Delta S' &= S' - S'_{v_1} - S'_{v_2} \\ \Delta S'' &= S'' - S''_{v_1} - S''_{v_2} \end{aligned} \quad (18)$$

Если $\Delta S' > \Delta S''$, то следует признать более эффективным первый сгуститель, несмотря на то, что удельное снижение энтропии на втором сгустителе может быть даже большим, чем на первом, т.е.

$$\frac{\Delta S'}{v'} < \frac{\Delta S''}{v''} \quad (19)$$

На практике рассматриваемые нами системы (например, пульпа, подаваемая на сгуститель) всегда содержат частицы разных размеров, поэтому сравнение эффективности сооружений для разделения двухфазных сред лучше производить при равных нагрузках.

При сравнении параллельно работающих сооружений по энтропийному показателю низкое значение $\Delta S/S$ может быть сигналом о том, что в работе сооружения

имеются какие-то скрытые неполадки или конструктивные изъяны (если сравниваются сооружения, отличающиеся по конструкции). Но для оценки технологической эффективности сооружения одного энтропийного показателя недостаточно. Например, если шлам после сгустителя направляется на обезвоживание на фильтр-прессы или вакуум-фильтры, получение шлама нужной концентрации будет более важным, чем достижение максимального значения энтропийного показателя, и ради требуемой плотности шлама можно пойти даже на ухудшение качества слива. В то же время при эксплуатации отстойников задачей является получение как можно более чистой осветленной воды, для чего может быть увеличен объем отбираемой шламовой пульпы. В обоих случаях значения энтропийных показателей могут быть значительно ниже оптимальных.

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрен энтропийный показатель эффективности разделения двухфазной среды – суспензии. Известное выражение для энтропийного показателя в данной работе обосновано теоретически с использованием понятия энтропии, принятого в статистической физике.

2. Отмечено, что в практических целях при сравнении эффективности сооружений для осветления воды или для сгущения осадка недостаточно использования только одного энтропийного показателя, и необходимо учитывать также и другие технологические параметры (требуемую степень осветления воды, концентрацию в сгущенном продукте и т.п.).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Супрун, Ю.М. Оценка работы отстойников при помощи энтропийного показателя эффективности / Ю.М. Супрун // Сборник научных трудов инта «ВНИПИчерметэнергоочистка»: Вып. 11–12. – М. : Metallurgia, 1968. – С. 115–120.
2. Ландау, Л. Д. Статистическая физика : Т. 5 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1964. – 568 с.
3. Киреев, В.А. Курс физической химии / В.А. Киреев. – М. : Химия, 1975. – 776 с.
4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : Т. II. / Г.М. Фихтенгольц. – М. : Физматгиз, 1962. – 808 с.
5. ОРД 14.397-2.02-87. Указания по проектированию объектов энергохозяйства металлургических предприятий.

Поступила в редакцию 06.09.2010



Проведено аналіз можливості використання ентропійного показника як критерію оцінки ефективності розподільчого пристрою двофазних систем. Наведено аналітичний вираз для ентропійного показника. Показано, що ентропійний показник може бути використаний для оцінки ефективності промислових споруд (відстійників, згущувачів) тільки у комплексі з іншими технологічними параметрами.

Possibility of using entropy index as a criterion to estimate an effectiveness of the separation unit of two-phase systems is analyzed. The analytical expression for the entropy index is given. It is shown that the entropy index can be used to estimate the efficiency of industrial facilities (settling tanks, thickeners) only in combination with other process parameters.