



УДК 696.2.621.643

Л.А. КУЩЕВ, докт. техн. наук, профессор,

Д.Ю. СУСЛОВ, старший преподаватель, А.И. АЛИФАНОВА, доцент, Н.Ю. НИКУЛИН, студент

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова (БГТУ им. В.Г. Шухова), г. Белгород (РФ)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ БИОГАЗА ПРИ ПЕРЕРАБОТКЕ ОРГАНИЧЕСКИХ ОТХОДОВ

Проведен анализ существующих математических описаний процесса получения биогаза. В большинстве работ для математического описания в качестве основного уравнения используется модель Моно, которая отражает зависимость удельной скорости роста микроорганизмов от концентрации субстрата. Предложена математическая модель, учитывающая влияние барботажного перемешивания на эффективность процесса.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, биогаз, утилизация отходов, охрана окружающей среды.

Обострение экологических проблем и рост цен на энергетические ресурсы обусловили значительный интерес к технологии биоконверсии органических отходов для получения энергии. Кроме того, переход животноводства и птицеводства на индустриальную основу и связанная с этим высокая концентрация животных на крупных фермах и комплексах привели к резкому увеличению навозных отходов и стоков.

Одним из методов рационального использования органических отходов животноводческих ферм является их анаэробное брожение в биогазовых установках, при этом происходит обезвреживание жидкого навоза и превращение его в удобрение с одновременным получением энергетического ресурса – биогаза.

В последнее время исследованию процесса метанового брожения и проектированию биогазовых установок посвящено большое количество работ российских и зарубежных ученых.

Для оценки количества образующегося биогаза при переработке отходов различного состава в зависимости от основных факторов процесса применяется математическое моделирование, которое включает три взаимосвязанных этапа: составление математического описания изучаемого объекта, выбор метода решения системы уравнений и реализация его в форме моделирующей программы, а также установление адекватности модели [1].

Процесс получения биогаза пока не имеет точного математического описания, хотя уже существует ряд зависимостей, описывающих кинетику процесса. При исследовании процесса получения биогаза и проектировании биогазовых установок в основном пользуются эмпирическими моделями процесса, основанными на уравнениях микробной кинетики и теории хемостата [2].

В большинстве работ для описания процесса получения биогаза применяется модель Моно, которая отражает зависимость удельной скорости роста микроорганизмов от концентрации субстрата

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_s + S}, \quad (1)$$

где  $\mu_m$  – максимальная удельная скорость роста микроорганизмов, сут<sup>-1</sup>;

$S$  – концентрация субстрата, кг/м<sup>3</sup>;

$K_s$  – константа Моно, при которой скорость роста составляет половину от максимальной.

Недостаток модели Моно – невозможность описания процесса во времени и то, что она применима не для всех видов субстрата.

Эндрюс предложил ввести функцию ингибирования повышенными концентрациями субстрата

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_i}}, \quad (2)$$

где  $K_i$  – коэффициент ингибирования.

Модель Мозера также основана на модели Моно – с введением коэффициента, учитывающего сигмоидальный характер зависимости скорости роста от концентрации субстрата [3]

$$\mu = \mu_m \frac{S^K}{K_s + S^K}, \quad (3)$$

где  $K$  – новый в уравнении Моно параметр, причем  $K > 1$ .

В работе [4] применяется модель Моно с введением дополнительного коэффициента, учитывающего им-

мобилизацию метагенной микрофлоры на поверхности анаэробного биофильтра

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_S + S} F_{AB}, \quad (4)$$

где  $F_{AB}$  – коэффициент иммобилизации на анаэробном биофильтре.

Необходимо отметить, что модель Моно и другие уравнения, основанные на ней, не описывают стадий процесса и применительно к метановому брожению могут быть отнесены к формально кинетическим моделям, описывающим процесс только по биомассе и субстратам – без рассмотрения количества выхода биогаза. Кроме того, в работах, посвященных исследованиям биогазовых технологий, математически описывается работа устройств по интенсификации процесса, а не процесс получения биогаза при анаэробном брожении субстрата.

Так, в работе украинских ученых [5] представлено математическое описание процесса активации теплообмена методом вибрационного перемешивания, построенное на известных зависимостях тепловых и материальных балансов уравнений теплопередачи и гидродинамики,

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial t}{\partial z} &= a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right); \\ \frac{D\vec{\omega}}{dt} &= \vec{g} \cdot \beta \cdot \vartheta - \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p + \nu \cdot \Delta^2 \cdot \vec{\omega}; \\ \alpha &= -\frac{\lambda}{\vartheta_c} \cdot \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right)_{n=0}, \\ \operatorname{div} \vec{\omega} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

- где  $t$  – температура, °C;
- $\omega$  – частота вращения, рад/с;
- $a$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;
- $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;
- $\beta$  – коэффициент объемного расширения, К<sup>-1</sup>;
- $\vartheta$  – скорость движения рабочего органа биореактора с пластиной активатором, м/с;
- $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;
- $\nabla$  – пульсационные составляющие;
- $p$  – давление, Па;
- $\nu$  – коэффициент кинетической вязкости, м<sup>2</sup>/с;
- $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup> °C);
- $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м °C);
- $n$  – номер резонансной гармоники.

Работа [6] посвящена исследованию системы наружного обогрева – теплообменника с использованием труб по наружной поверхности биореактора. Для описания системы используются уравнения теплопередачи с ря-

дом изменений. Получены уравнения для определения среднего коэффициента теплопередачи и толщины изоляции биореактора

$$K_{\text{сред}} = \frac{\int_{-S/2}^{+S/2} k(d_n, S) dS}{S}; \quad (6)$$

$$\delta_{\text{изол}} = \lambda_{\text{изол}} \left( \frac{1}{0,2R_p} - 0,12 \right), \quad (7)$$

- где  $k$  – коэффициент теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup> °C);
- $d_n$  – диаметр (наружный) труб теплообменника, м;
- $S$  – шаг труб теплообменника, м;
- $\lambda_{\text{изол}}$  – коэффициент теплопроводности изоляции, Вт/(м °C);
- $R_p$  – радиус реактора, м.

Ряд работ посвящен физическому описанию процесса всплытия пузырька биогаза через толщу бродильной массы биореактора. В работе [7] математически описан процесс движения частицы (пузырька) с помощью уравнений гидродинамики Навье-Стокса в цилиндрической системе координат. С учетом принятых допущений получена система уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial r} &= 0, \\ -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \phi} &= 0, \\ \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{r} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r} + \mu \cdot \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} - \rho \cdot g &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

- где  $P$  – давление в направлении движения пузырька, Па;
- $r$  – радиус пузырька, мм;
- $\mu$  – динамическая вязкость жидкого материала, сСт;
- $V$  – скорость подъема пузырька, м/час;
- $\rho$  – плотность жидкого материала, кг/м<sup>3</sup>;
- $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Из существующих уравнений наибольшего внимания заслуживает кинетическая зависимость Конто, описывающая процесс анаэробной ферментации отходов животных. Уравнение Конто описывает объемную скорость выхода биогаза в зависимости от важнейших параметров процесса анаэробной ферментации

$$V = \frac{B_0 \cdot S}{T_{\text{бр}}} \cdot \left( 1 - \frac{K}{\mu_r \cdot T_{\text{бр}} - 1 + K} \right), \quad (9)$$

- где  $B_0$  – предельный выход биогаза из единицы органического вещества заданного состава при бесконечном времени экспозиции, м<sup>3</sup>/кг;
- $S$  – концентрация субстрата, кг/м<sup>3</sup>;
- $T_{\text{бр}}$  – продолжительность брожения, сут;
- $K$  – кинетический параметр;
- $\mu_m$  – максимальная удельная скорость роста микроорганизмов, сут<sup>-1</sup>.



Результаты расчетов по этому уравнению хорошо согласуются с экспериментальными данными. С некоторыми допущениями уравнение Конто может быть применено к более широкому классу исходных субстратов. Вместе с тем, чтобы повысить достоверность моделирования кинетики процесса анаэробной ферментации, необходимо провести специальные исследования, уточняющие отдельные параметры, входящие в уравнение.

Таким образом, рассмотренные выше математические модели и основанные на них методы расчета параметров биогазовых установок не учитывают важных характеристик процесса, в частности химических свойств исходного субстрата и влияния ряда факторов, способствующих интенсификации метанового брожения (перемешивание, время цикла и др.).

Предложена математическая модель процесса получения биогаза, основанная на модели Конто и уравнениях гидродинамики и теплопередачи. Впервые предложен коэффициент  $K_6$ , учитывающий влияние барботажного перемешивания на эффективность процесса.

$$\begin{cases} \frac{dB}{dt} = V \cdot v; \\ V = \frac{B_0 \cdot S \cdot K_6}{\tau_{бр}} \cdot \left(1 - \frac{K}{\mu_m \cdot \tau_{бр} - 1 + K}\right); \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = -u \frac{\partial Q}{\partial t} - k \cdot \Delta F_{зм} \cdot (T_T - T); \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = k \cdot \Delta F_{зм} \cdot (T_T - T); \\ f(T) = \left(\frac{a_1}{T \cdot a_2 + 1}\right) \cdot e^{\frac{a_3 \cdot T}{T_{зм} \cdot n_{зм}}} + a_4; \\ p = \Delta p_{ст} + \Delta p_{тр} + \Delta p_{мс} + p_0, \end{cases} \quad (10)$$

где  $B$  – объем выхода биогаза,  $m^3$ ;  
 $V$  – скорость выхода биогаза,  $m^3/(m^3 \times \text{сут})$ ;  
 $v$  – рабочий объем биореактора,  $m^3$ ;  
 $B_0$  – предельный выход биогаза из единицы органического вещества заданного состава при бесконечном времени экспозиции,  $m^3/kg$ ;  
 $K_6$  – коэффициент барботажного перемешивания;  
 $\tau_{бр}$  – время брожения, сут;  
 $S$  – концентрация субстрата,  $kg/m^3$ ;  
 $K$  – кинетический параметр;  
 $\mu_m$  – максимальная удельная скорость роста микроорганизмов,  $\text{сут}^{-1}$ ;  
 $Q$  – количество теплоты, требующееся для обогрева биореактора, Дж;  
 $u$  – скорость движения теплоносителя по трубе,  $m/c$ ;  
 $k$  – коэффициент теплопередачи,  $Вт/(m^2 \cdot K)$ ;

$\Delta F_{зм}$  – площадь соприкосновения теплопередающей поверхности с поверхностью биореактора,  $m^2$ ;  
 $T_T$  – температура теплоносителя,  $K$ ;  
 $T$  – температура среды в биореакторе,  $K$ ;  
 $a_1, a_2, a_3, a_4$  – коэффициенты поддержания температуры;  
 $L_{зм}$  – длина змеевика теплообменника;  
 $n_{зм}$  – количество витков змеевика теплообменника;  
 $p$  – давление, подаваемое в барботажную трубу для перемешивания бродильной массы внутри биореактора, Па;  
 $\Delta p_{ст}$  – потери давления на преодоление столба жидкости, Па;  
 $\Delta p_{тр}$  – потери давления на трение, Па;  
 $\Delta p_{мс}$  – потери давления на преодоление местных сопротивлений, Па;  
 $p_0$  – давление над жидкостью в биореакторе, Па.

Разработанная модель является ядром инженерной методики расчета основных параметров биогазовой установки:

- конструктивных – геометрических размеров биореактора, перемешивающего устройства, системы обогрева;
- технологических – температуры, влажности, продолжительности процесса, объема получаемого биогаза, частоты перемешивания.

Результаты теоретических исследований прошли опытную проверку на полупромышленной установке с биореактором барботажного типа. Конструкция биореактора защищена патентом Российской Федерации [8]. В настоящее время разрабатывается промышленная установка получения биогаза из различных видов органического субстрата.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Кафаров, В.В.** Математическое моделирование основных процессов химических производств : учеб. пособие для вузов / В.В. Кафаров, М.Б. Глебов. – М. : Высш. школа, 1991. – 400 с.
2. **Ковалев, А.А.** Технологии и технико-энергетическое обоснование производства биогаза в системах утилизации навоза животноводческих ферм: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / А.А. Ковалев; Всерос. НИИ электрификации сел. хоз-ва. – М., 1998. – 36 с.
3. Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем : учеб. пособие / Д.С. Дворецкий, С.И. Дворецкий, Е.И. Муратова, А.А. Ермаков. – Изд-во Тамб. техн. ун-та, 2005. – 80 с.
4. **Бадмаев Ю.Ц.** Интенсивная технология анаэробной переработки навозных стоков свиноводства в условиях Республики Бурятия : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Ю.Ц. Бадмаев ; ФГОУ ВПО «Бурятская государственная

- сельскохозяйственная академия им. В.Р. Филиппова». – 2006. – 24 с.
5. **Ратушняк Г.С., Джеджула В.В.** Інтенсифікація біоконверсії коливальним перемішуванням субстрату: Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 117 с.
  6. **Биркин С.М.** Совершенствование технологии и технических средств утилизации навоза крупного рогатого скота : автореф. дис. ... канд. техн. наук / С.М. Биркин ; ИПК ВГСХА «Нива». – 2009. – 23 с.
  7. **Чернышов А.А.** Совершенствование биогазовых установок для производства удобрений из навоза КРС : дис. .... канд. техн. наук / А.А. Чернышов ; Всерос. НИИ электрификации сел. хоз-ва. – М., 2004. – 118 с.
  8. **Пат. 96118 Российская Федерация, МПК<sup>8</sup> C05F17/00.** Биореактор барботажного типа / Суслов Д.Ю., Куцев Л.А., Никулин Н.Ю. ; заявитель и патентообладатель ГОУВПО «БГТУ им. В.Г. Шухова». – № 2010109546 ; заявл. 20.07.10 ; опубл. 15.03.10, Бюл. № 20. – 7 с. : ил.

*Поступила в редакцию 15.04.2011*

Наведено аналіз існуючих математичних описів процесу одержання біогазу. У більшості робіт для математичного опису як основне рівняння використовується модель Моно, що відображає залежність питомої швидкості росту мікроорганізмів від концентрації субстрату. Запропоновано математичну модель, що враховує вплив барботажного перемішування на ефективність процесу.

The existing mathematical descriptions of biogas production process were analyzed. In the most of the works for the mathematical description as the basic equation model is used Mono, which shows the dependence of specific rate of microorganism growth on substrate concentration. The mathematical model considering the influence of bubble mixing process on efficiency is suggested.