

УДК 004.942.001.57

І.О. РОЙ, асистент

Сумський державний університет (СумДУ), м. Суми

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МАГНІТНОЇ ОБРОБКИ В ПРОЦЕСАХ ОЧИСТКИ ПРИРОДНИХ ВОД

Надано математичну модель прогнозування ефективності магнітної обробки природних вод перед подачею на озонування. Визначення за її допомогою характеру залежності ефективності магнітної обробки від швидкості зміни індукції магнітного поля, тривалості магнітної обробки, температури і кислотно-лужної реакції оброблюваної води надасть змогу здійснювати достовірний прогноз процесу обробки і підбирати оптимальні конструктивні і режимні параметри.

Ключові слова: магнітна обробка, озонування, параметри обробки, ефективність магнітної обробки, математична модель, прогнозування.

Експериментальні дослідження використання магнітної обробки природних вод з метою підвищення ефективності видалення органічних речовин озонуванням показали перспективність цього способу [1, 2].

Знання закономірностей протікання окиснення органічних речовин озоном у процесах підготовки води з використанням попередньої магнітної обробки допоможе визначити оптимальні конструктивні і режимні параметри обробки. Проходження водного розчину в магнітному полі з встановленою швидкістю, перпендикулярне його силовим лініям, викликає зміну фізико-хімічних властивостей розчину через порушення зв'язків між молекулами води. Така зміна призводить до зростання структурної температури розчину і дає ефект, подібний до підвищення фізичної температури: збільшується рухливість молекул розчинника, росте їх кінетична енергія. Внаслідок цього збільшується швидкість реакцій і одночасно відбувається розблокування активних центрів у них, обумовлене зменшенням енергії водневих зв'язків [3].

На результат обробки впливають такі фактори, як швидкість зміни індукції магнітного поля, тривалість перебування розчину в магнітному полі, температура та кислотно-лужна реакція розчину. Залежність обробки від великої кількості факторів зумовлює необхідність математичного моделювання процесу з метою вибору оптимальних конструктивних і режимних параметрів.

У роботі ефективність окиснення озоном визначали через коефіцієнт K , який є відношенням кінцевої концентрації органічної речовини до початкової концентрації:

$$K = \frac{C_1}{C_{\text{поч}}}, \quad (1)$$

де C_1 – кінцева концентрація органічної речовини (після окиснення) у водному розчині, мг/л; $C_{\text{поч}}$ – початкова концентрація органічної речовини (до окиснення) у водному розчині, мг/л.

Ефективність магнітної обробки ($E_{\text{м.о}}$) визначали як відносний приріст окисненої органічної речовини:

$$E_{\text{м.о}} = \frac{(1 - K_{\text{м.о}}) - (1 - K_{\text{з.у}})}{(1 - K_{\text{з.у}})} \cdot 100, \% \quad (2)$$

де $K_{\text{з.у}}$, $K_{\text{м.о}}$ – коефіцієнти відношення кінцевої концентрації органічної речовини до початкової в звичайних умовах (тобто без магнітної обробки) та після попередньої магнітної обробки відповідно.

Розробку детермінованої математичної моделі процесу магнітної обробки ускладнює необхідність врахування великої кількості різних факторів (основні з них – швидкість зміни індукції магнітного поля, тривалість обробки і фізико-хімічні властивості водних розчинів). Побудування такої моделі необхідне для прогнозування якості очищеної води, розрахунку і проектування технологічних схем водопідготовки. Крім того, ця модель може бути корисною під час налаштування і експлуатації у виробничих умовах апаратів для магнітної обробки забруднених вод.

Для розрахунків шуканих величин використано спеціалізований програмний продукт Maple 7. Як конструктивний чинник, що визначає ефективність магнітної обробки, введено параметр – швидкість зміни індукції магнітного поля, за допомогою якого можна



поєднати всі конструктивні параметри магнітної обробки (рис. 1):

$$v_B = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\Delta B \cdot v_{в.р}}{\Delta l} = \frac{(B_{max} - B_{min}) \cdot v_{в.р}}{(l_2 - l_1)}, \text{ мТл/с}, \quad (3)$$

де B_{min} , B_{max} – величини індукції магнітного поля відповідно на вході в магнітне поле апарата ($l_1 = 0$) та в центрі магнітної системи (l_2), мТл; Δt – час, за який водний розчин проходить відстань Δl , с; l_1 , l_2 – відповідно початкова точка на вході в магнітне поле апарата та точка в центрі магнітної системи, м; $v_{в.р}$ – швидкість водного розчину, м/с.

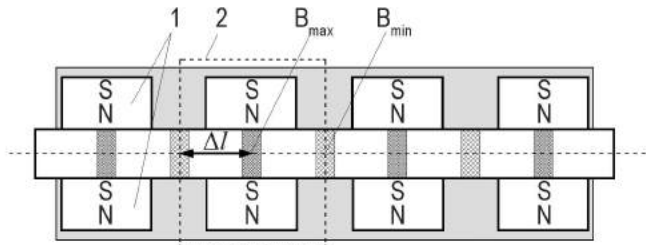


Рисунок 1 – Загальна схема апарата для магнітної обробки:

1 – магніти; 2 – магнітна система апарата; B_{min} , B_{max} – точки з мінімальним і максимальним значеннями індукції магнітного поля

Будування математичної моделі на основі експериментальних даних (табл. 1) відбувалося з урахуванням залежності ефективності магнітної обробки ($E_{м.о}$) від швидкості зміни індукції магнітного поля (v_B), тривалості обробки (τ), температури (T) та кислотно-лужної реакції води (рН):

$$E_{м.о} = f(v_B, \tau, T, pH). \quad (4)$$

Як початкову вибрано лінійну модель [4]

$$y_i = a_0 + a_1 x_{i1} + \dots + a_m x_{im} + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

У рівнянні (5) постійні коефіцієнти a_0, a_1, \dots, a_m невідомі і повинні бути оцінені (наближено обчислені). Якщо прийняти $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m$ як можливі оцінки (наближенні значення) параметрів a_0, a_1, \dots, a_m , функція регресії, яка відповідає моделі (5), матиме вигляд

$$\tilde{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x_1 + \dots + \tilde{a}_m x_m. \quad (6)$$

У свою чергу, відхилення вибірових даних від y_i визначають величинами ($i = 1, 2, \dots, n$):

$$\tilde{u}_i = y_i - \tilde{y}_i, \quad \tilde{y}_i = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x_{i1} + \dots + \tilde{a}_m x_{im}. \quad (7)$$

Критерієм вибору оцінок $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m$ в математичній статистиці є умова мінімуму дисперсії, що за фіксованого значення $n-m-1$ еквівалентна умові мінімуму функції помилок. Тому початкове рівняння регресії з урахуванням оцінок $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m$, що їх отримано за допомогою методу найменших квадратів (МНК), матиме вигляд

$$\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_1 + \dots + \hat{a}_m x_m. \quad (8)$$

Аналізуючи дані (табл. 1) та враховуючи той факт, що лінійна модель залежності змінних не відповідає досліджуваному процесу, тобто беручи до уваги

Таблиця 1 – Результати дослідження режимних та конструктивних параметрів апарата магнітної обробки

Номер експерименту	Швидкість зміни індукції		Температура		Тривалість обробки		Кислотно-лужна реакція		Ефективність	
	v_B , мТл/с	x_1	T , °C	x_2	τ , с	x_3	рН	x_4	$E_{м.о}$, %	y
1	125	1	12	1	0,5	1	4	1	6,83	1
2	125	1	12	1	0,5	1	7	1,75	5,07	0,74231
3	125	1	20	1,66667	0,5	1	7	1,75	4,50	0,65886
4	125	1	12	1	1	2	10	2,5	1,31	0,1918
5	125	1	20	1,66667	1	2	4	1	10,36	1,51684
6	125	1	20	1,66667	1	2	7	1,75	8,11	1,18741
7	125	1	60	5	0,5	1	7	1,75	0,61	0,08931
8	225	1,8	12	1	0,5	1	7	1,75	11,80	1,72767
9	225	1,8	20	1,66667	0,25	0,5	4	1	1,22	0,17862
10	225	1,8	20	1,66667	0,25	0,5	7	1,75	0,90	0,13177
11	225	1,8	20	1,66667	0,5	1	7	1,75	9,91	1,45095
12	225	1,8	20	1,66667	0,5	1	10	2,5	2,86	0,41874
13	225	1,8	60	5	0,5	1	10	2,5	1,31	0,1918
14	250	2	20	1,66667	0,5	1	7	1,75	11,71	1,71449
15	250	2	30	2,5	0,5	1	10	2,5	2,45	0,35871
16	250	2	20	1,66667	1	2	7	1,75	13,51	1,97804
17	438	3,504	20	1,66667	0,5	1	4	1	25,64	3,75403

Таблиця 1 – Продовження

Номер експерименту	Швидкість зміни індукції		Температура		Тривалість обробки		Кислотно-лужна реакція		Ефективність	
	v_B , мТл/с	x_1	T, °C	x_2	τ , с	x_3	pH	x_4	$E_{m.o}$, %	y
18	438	3,504	20	1,66667	0,5	1	6	1,5	22,55	3,30161
19	438	3,504	20	1,66667	0,5	1	8	2	13,33	1,95168
20	438	3,504	20	1,66667	0,5	1	10	2,5	5,48	0,80234
21	438	3,504	30	2,5	0,5	1	7	1,75	13,71	2,00732
22	438	3,504	30	2,5	0,5	1	4	1	18,50	2,70864
23	438	3,504	40	3,33333	0,5	1	7	1,75	8,95	1,3104
24	438	3,504	50	4,16667	0,5	1	7	1,75	4,60	0,6735
25	438	3,504	60	5	0,5	1	7	1,75	2,53	0,37042
26	438	3,504	12	1	1	2	10	2,5	7,15	1,04685
27	438	3,504	20	1,66667	1	2	7	1,75	20,72	3,03367
28	450	3,6	20	1,66667	0,25	0,5	7	1,75	4,50	0,65886
29	450	3,6	12	1	0,5	1	4	1	28,13	4,11859
30	450	3,6	20	1,66667	0,5	1	7	1,75	19,02	2,78477
31	788	6,304	20	1,66667	0,25	0,5	7	1,75	8,11	1,18741
32	788	6,304	30	2,5	0,25	0,5	4	1	7,89	1,1552
33	788	6,304	20	1,66667	0,5	0,25	7	4	20,72	7,89

Примітка: v_B , T, τ , pH, $E_{m.o}$ – фізичні величини; x_1, x_2, x_3, x_4, y – безрозмірні величини.

наявність нелінійності зв'язку, пошук регресійної моделі здійснювали з використанням припущення про поліноміальну залежність між відгукками й предикторами [5]. Тому гіпотетичну залежність між $E_{m.o}$ та v_B , T, τ , pH можна надати у вигляді

$$E_{m.o} = f(v_B, \tau, T, pH, v_B^2, \tau^2, T^2, pH^2, v_B \times \tau, v_B \cdot T, v_B \cdot pH, \tau \cdot T, \tau \cdot pH, T \cdot pH). \tag{9}$$

З метою зменшення накопичення обчислювальної помилки використано всі отримані експериментальні дані (табл. 1) та обезрозмірені всі досліджувані фактори. Обезрозмірення надало змогу перейти від фізичної задачі до абстрактної математичної, а саме використовувати формальні математичні методи розв'язування рівняння. Крім того, обезрозмірення дало можливість перейти від великих і малих фізичних величин до їх безрозмірних аналогів, що мають порядок одиниць або (у крайньому випадку) десятків.

Зважаючи на дані табл. 1, запишемо відповідні безрозмірні величини для рівняння регресії (8): $m = 14$ та $x_5 = x_1x_1, x_6 = x_1x_2, x_7 = x_1x_3, x_8 = x_1x_4, x_9 = x_2x_2, x_{10} = x_2x_3, x_{11} = x_2x_4, x_{12} = x_3x_3, x_{13} = x_3x_4, x_{14} = x_4x_4$.

Отже, це рівняння прийме вигляд

$$\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1x_1 + \hat{a}_2x_2 + \hat{a}_3x_3 + \hat{a}_4x_4 + \hat{a}_5x_1x_1 + \hat{a}_6x_1x_2 + \hat{a}_7x_1x_3 + \hat{a}_8x_1x_4 + \hat{a}_9x_2x_2 + \hat{a}_{10}x_2x_3 + \hat{a}_{11}x_2x_4 + \hat{a}_{12}x_3x_3 + \hat{a}_{13}x_3x_4 + \hat{a}_{14}x_4x_4. \tag{10}$$

Величини відповідних коефіцієнтів, що їх розраховано з використанням ПЕОМ, такі:

$a_0 = -5,067125;$	$a_5 = -0,120253;$	$a_{10} = 0,525377;$
$a_1 = 2,439559;$	$a_6 = -0,214804;$	$a_{11} = 0,354153;$
$a_2 = -1,158603;$	$a_7 = 0,007191;$	$a_{12} = -1,957591;$
$a_3 = 5,798751;$	$a_8 = -0,468963;$	$a_{13} = -0,197043;$
$a_4 = 1,858078;$	$a_9 = 0,008018;$	$a_{14} = -0,673352.$

Отримана модель має достатньо великий коефіцієнт детермінації ($R^2 = 98\%$), який описує високі імітаційні властивості моделі.

Значимість отриманої моделі за критерієм Фішера становить 62,99, що набагато перевищує $F_{кр} = 2,29$ при $\alpha = 0,05$ і ступенях свободи $m = 14$ та $n-m-1 = 18$; це означає, що регресія в цілому значима [4].

Перевірка значимості коефіцієнтів рівняння регресії (10) показала, що не всі коефіцієнти є значимими. Більш незначимими виявилися 7-й, 9-й, 10-й та 13-й коефіцієнти; це означає, що саме вони не суттєво впливають на ефективність, тобто їх впливом можна знехтувати і записати рівняння (10) у вигляді

$$\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1x_1 + \hat{a}_2x_2 + \hat{a}_3x_3 + \hat{a}_4x_4 + \hat{a}_5x_1x_1 + \hat{a}_6x_1x_2 + \hat{a}_7x_1x_4 + \hat{a}_8x_2x_4 + \hat{a}_9x_3x_3 + \hat{a}_{10}x_4x_4, \tag{11}$$

де $m = 10, x_5 = x_1x_1, x_6 = x_1x_2, x_7 = x_1x_4, x_8 = x_2x_4, x_9 = x_3x_3, x_{10} = x_4x_4$.



Величини коефіцієнтів у рівнянні (11), що їх визначено з використанням ПЕОМ, такі:

$a_0 = -5,635363;$	$a_4 = 1,824391;$	$a_8 = 0,452543;$
$a_1 = 2,370984;$	$a_5 = -0,122539;$	$a_9 = -2,097047;$
$a_2 = -0,745649;$	$a_6 = -0,219357;$	$a_{10} = -0,840117.$
$a_3 = 6,670694;$	$a_7 = -0,414666;$	

На основі експериментальних даних та отриманої моделі з урахуванням проведених перетворень побудовано графік порівняння експериментальних та модельних даних (рис. 2).

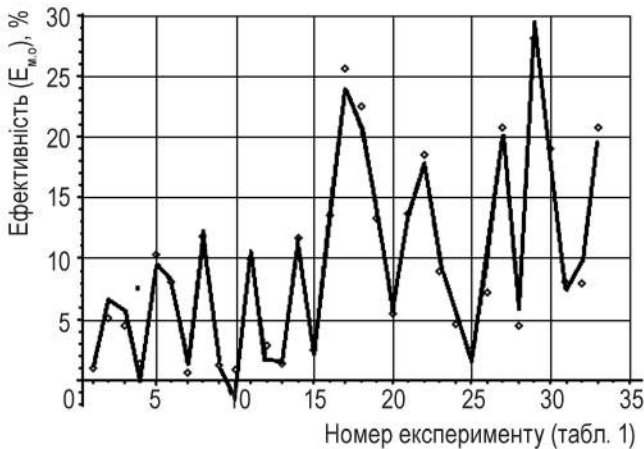


Рисунок 2 – Графік порівняння експериментальних і модельних даних досліджуваної ефективності (точки – це експериментальні дані; лінія – модельна крива)

Отримана модель (11) має трохи нижчий за попередній коефіцієнт детермінації ($R^2 = 97,53 \%$), але він залишається достатньо високим і описує високі імітаційні властивості моделі. Значимість регресійної моделі за критерієм Фішера становить 86,75, що набагато більше $F_{кр} = 2,30$ при $\alpha = 0,05$ і ступенях свободи $m = 10$ та $n-m-1 = 22$; це означає, що рівняння регресії в цілому значиме [4]. Перевірка значимості коефіцієнтів при $\alpha = 0,05$ та $n-m-1 = 22$ за $t_{кр} = 2,074$ показала, що всі коефіцієнти є значимими. Отже, модель задовольняє всім необхідним умовам.

З урахуванням знайдених коефіцієнтів рівняння регресії (11) прийме вигляд

$$\hat{y} = -5,635363 + 2,370984x_1 - 0,745649x_2 + 6,670694x_3 + 1,824391x_4 - 0,122539x_1x_1 - 0,219357x_1x_2 - 0,414666x_1x_4 + 0,452543x_2x_4 - 2,097047x_3x_3 - 0,840117x_4x_4. \quad (12)$$

Для зручності практичного застосування отриманої моделі і переходу до фізичних величин використано формули

$$\begin{aligned} v_B^i &= x_1^i v_B^1, & T^i &= x_2^i T^1, & \tau^i &= x_3^i \tau^1, \\ pH^i &= x_4^i pH^1, & E_{m.o.}^i &= y^i E_{m.o.}^1, \end{aligned} \quad (13)$$

де i – порядковий номер рядка в табл. 1 ($i = \overline{1..n}$), n – кількість даних (у нашому випадку $n = 33$).

З метою запису моделі у фізичних величинах було приведено коефіцієнти:

$a_0 = -38,489531;$	$a_4 = 3,115148;$	$a_8 = 0,064393;$
$a_1 = 0,129550;$	$a_5 = -0,000054;$	$a_9 = -57,291329;$
$a_2 = -0,424399;$	$a_6 = -0,000999;$	$a_{10} = -0,358625.$
$a_3 = 91,121681;$	$a_7 = -0,005664;$	

Підставивши в модель (12) відповідні коефіцієнти a_i і замінивши x_i на відповідні фізичні величини, маємо

$$\begin{aligned} E_{m.o.} &= -38,489531 + 0,129550v_B - 0,424399T + \\ &+ 91,121681\tau + 3,115148pH - 0,000054v_B^2 - \\ &- 0,000999v_B T - 0,005664v_B pH + 0,064393T pH - \\ &- 57,291329\tau^2 - 0,358625(pH)^2. \end{aligned} \quad (14)$$

У зв'язку з певними незручностями практичного застосування моделі (14) можливий варіант побудови ліній відгуку $y = E_{m.o.}$ (ефективність магнітної обробки забруднених вод) залежно від швидкості зміни магнітної індукції v_B і тривалості обробки τ . Рівняння таких ліній матиме вигляд

$$E_{m.o.} = f(v_B, \tau) = \text{const}. \quad (15)$$

За фіксованих значень T і pH величина $E_{m.o.}$ залишається функцією тільки двох змінних v_B і τ . Як приклад використано результати математичних розрахунків для побудови ліній за фіксованими значеннями температури оброблюваної води $T_1 = 12^\circ C$ і $T_2 = 20^\circ C$ та кислотно-лужної реакції $pH = 7$ (рис. 3). Побудування таких графічних залежностей полегшує використання на практиці отриманої моделі для визначення найефективніших параметрів магнітної обробки забруднених вод перед подачею на озонування.

З метою оцінки можливості надання прогнозів за допомогою отриманої моделі з табл. 1 вибрано початкові дані і підставлено в нашу модель. Результати розрахунків надано в табл. 2. Відносну похибку визначали як відношення різниці між модельною ($E'_{m.o.}$) і реальною ($E_{m.o.}$) ефективностями магнітної обробки до реальної ефективності:

$$\delta = \frac{E'_{m.o.} - E_{m.o.}}{E_{m.o.}} \cdot 100, \%. \quad (16)$$

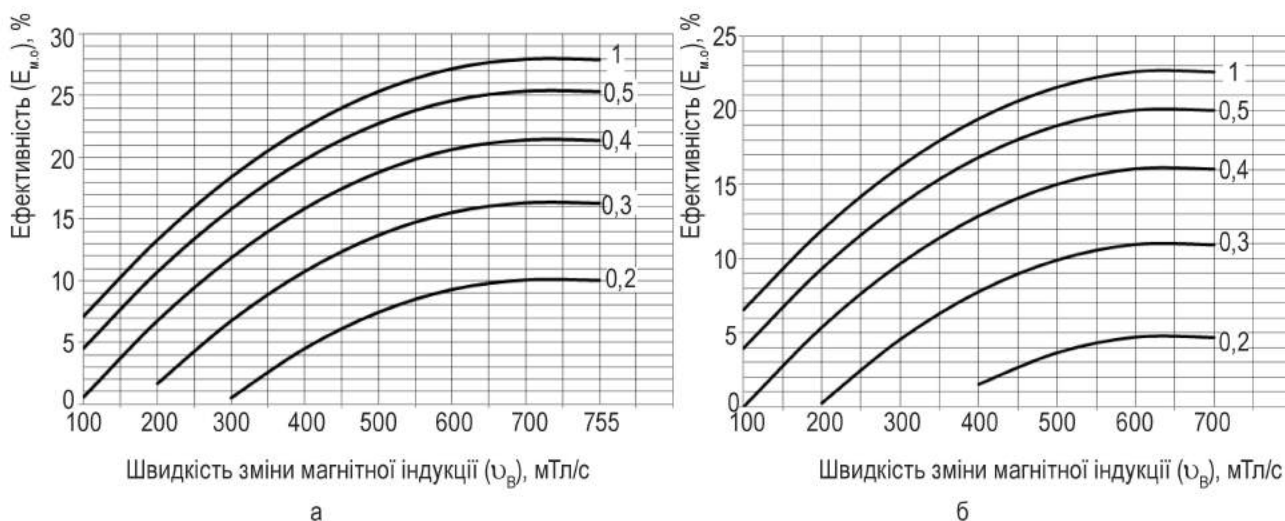


Рисунок 3 – Залежність ефективності магнітної обробки $E_{м.о}$ від значень швидкості зміни магнітної індукції v_B та тривалості обробки τ : а – $T_1 = 12\text{ }^\circ\text{C}$, $\text{pH} = 7$; б – $T_2 = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $\text{pH} = 7$ (фіксовані значення тривалості обробки: $\tau = 0,2\text{ с}; 0,3\text{ с}; 0,4\text{ с}; 0,5\text{ с}; 1\text{ с}$)

Таблиця 2 – Результати прогнозування з використанням отриманої моделі

Швидкість зміни індукції	Температура	Тривалість обробки	Кислотно-лужна реакція	Реальна ефективність	Модельна ефективність	Відносна похибка прогнозу
v_B , мТл/с	T , $^\circ\text{C}$	τ , с	pH	$E_{м.о}$, %	$E'_{м.о}$, %	δ , %
438	12	0,5	7	22,45	21,15	5,80
438	20	0,5	7	18,92	17,86	5,60

Результати прогнозування (табл. 2) свідчать про те, що отримана модель має високі як імітаційні, так і прогнозні властивості, оскільки помилка прогнозу становить менше 6 %.

ВИСНОВКИ

Розрахункові дані, отримані за допомогою математичного моделювання ефективності магнітної обробки забруднених вод, добре узгоджуються з експериментальними даними. Побудована математична модель має високі імітаційні та прогнозні властивості. Її застосування надасть змогу прогнозувати ефективність магнітної обробки залежно від фізико-хімічних властивостей води, яку подають на обробку і подальше озонування. Отже, цю модель можна використовувати для автоматизації процесу магнітної обробки у промислових масштабах.

Представлена математическая модель прогнозирования эффективности магнитной обработки природных вод перед подачей на озонирование. Определенные

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Рой І. О. Використання магнітної обробки природних вод для інтенсифікації окислення органічних сполук озonom / І. О. Рой, Л. Д. Пляцук // Екологічна безпека. – 2013. – № 2 (16). – С. 103–106.
2. Пат. 88709 Україна, МПК C02F1/78. Установа для очищення води від органічних сполук / Пляцук Л. Д., Рой І. О.; заявник і володілець патенту Сумський держ. ун-т. – № u 201313039; заявл. 11.11.13; опубл. 25.03.14, Бюл. № 6. – 5 с. : іл.
3. Баран Б. А. Фізико-хімічне обґрунтування дії магнітного поля на водні розчини в системах техногенно-екологічної безпеки : дис. ... доктора хім. наук : 21.06.01 / Баран Богдан Андрійович. – Хмельницький, 2005. – 326 с.
4. Назаренко А. М. Эконометрика : учеб. пособие / А. М. Назаренко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Сумы : СумГУ, 2003. – 276 с.
5. Душкин С. С. Разработка научных основ ресурсосберегающих технологий подготовки экологически чистой питьевой воды : монография / С. С. Душкин, Г. И. Благодарная. – Х. : ХНАГХ, 2009. – 95 с.

Поступила в редакцию 12.06.2014

One be provided mathematic model for prediction of efficiency of magnetic treatment of natural water before supply to ozonation. Obtained model will allow to make



с ее помощью характер зависимости эффективности магнитной обработки от скорости изменения индукции магнитного поля, длительность магнитной обработки, температура и кислотно-щелочная реакция обрабатываемой воды позволят осуществлять достоверный прогноз процесса обработки и подбирать оптимальные конструктивные и режимные параметры.

reliable prediction for treatment and to select optimal design and mode parameters according to nature of dependence of efficiency of magnetic treatment from speed of changing of magnetic field induction, magnetic treatment duration, temperature and acid-base reaction of treating water.