

## УНИВЕРСАЛЬНЫЕ СЕЛЕКТИРУЮЩИЕ КОНТУРЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РАЗНОТИПНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Гетьман А.В., к.т.н.

Научно-технический центр магнетизма технических объектов Национальной академии наук Украины  
Украина, 61106, Харьков, ул. Индустриальная, 19  
тел. (0572) 99-11-75

*Досліджуються практичні аспекти просторового гармонічного аналізу з метою наближення до поверхні технічних об'єктів області, доступної для аналітичного опису зовнішнього магнітного поля. Теоретично обґрунтована просторова конфігурація селектуючих контурів систем виміру сферичних і сфероїдальних гармонік магнітного поля. Узагальнено методику застосування контурних вимірних систем для визначення амплітудних коефіцієнтів різнотипних гармонік скалярного магнітного потенціалу.*

*Исследуются практические аспекты пространственного гармонического анализа с целью приближения к поверхности технических объектов области, доступной для аналитического описания внешнего магнитного поля. Теоретически обоснована пространственная конфигурация селектирующих контуров систем измерения сферических и сфероидальных гармоник магнитного поля. Обобщена методика применения контурных измерительных систем для определения амплитудных коэффициентов разнотипных гармоник скалярного магнитного потенциала.*

### ВВЕДЕНИЕ.

В настоящее время задачи анализа и синтеза магнитного поля технических объектов являются актуальными. Для их решения используют богатый арсенал расчетных и аналитических методов. Среди аналитических методов можно выделить [1], основанные на пространственном гармоническом анализе (ПГА), как наиболее универсальные в плане исследования магнитного поля (МП) различных технических объектов (ТО).

Однако практическое проведение ПГА МП вблизи поверхности ТО возможно лишь при знании амплитуд ряда пространственных гармоник, позволяющего с необходимой точностью восстанавливать магнитное поле во всей области практического использования модели. В свою очередь измерение достаточного количества и с необходимой точностью амплитуд пространственных гармоник связано с затруднениями технического и методического характера [2]. Тем самым методическая погрешность выделения вклада каждой гармоники в суммарный скалярный потенциал, ограниченность количества измеряемых гармоник и технологические сложности эксплуатации существующих измерительных систем являются сдерживающим фактором на пути применения ПГА МП вблизи поверхности ТО.

Как известно [3], разработанные ранее динамические контурные измерительные системы, для практического определения полного набора мультипольных коэффициентов построены на интегральном методе измерения. Измеряемой величиной в них является магнитный поток, пронизывающий контурные обмотки специальной конфигурации [4]. Благодаря специальной форме контуров, поток в них оказывается состоящим из суммы вкладов мультиполей только одного порядка.

Однако, как поиск пространственной конфигурации селектирующих контуров, так и разработка методики обработки сигнатур изначально проводилось для

мультипольных коэффициентов. Между тем мультипольная модель имеет ограничения на использование вблизи ТО, и поэтому не является универсальной в плане применения к источникам с различной геометрией.

С другой стороны обобщенный метод ПГА [5] изначально предопределяет практическую возможность его применения к ТО с различными соотношениями их габаритных размеров на единой метрологической базе. В связи с чем, очевидна необходимость использования теоретических основ обобщенного метода ПГА для построения аналогичной динамической контурной системы, позволяющей проводить селекцию и измерение как сферических, так и сфероидальных гармоник магнитного поля. Для чего необходимо провести поиск пространственной конфигурации контуров, селектирующих разнотипные пространственные гармоники заданного порядка.

Целью работы является синтез универсальных селектирующих контуров измерительной системы сферических и сфероидальных гармоник МП ТО.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Обобщенный метод ПГА использует общее представление базисных решений уравнения Лапласа - для вытянуто-сфероидальных, сферических и сплюснuto-сфероидальных гармоник [6] в виде:

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sigma F_n^m(x_1) \cdot \sigma P_n^m(x_2) \begin{cases} \sigma C_n^m \cdot \cos m\varphi \\ \sigma S_n^m \cdot \sin m\varphi \end{cases}, \quad (1)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – соответствующие "радиальная" и "угловая" координаты;

$n$  и  $m$  – соответственно степень и порядок пространственной гармоники;

$\sigma F_n^m(x_1)$  и  $\sigma G_n^m(x_2)$  – "радиальная" и "угловая" функциональные зависимости пространственных гармоник [6], тип которых определяется параметром  $\sigma$ , так что при  $\sigma=1$  они вытянутосфероидальные, при  $\sigma=2$  – сферические, а при  $\sigma=3$  – сплюснутосфероидальные;

$c_n^m, s_n^m$  – амплитуды соответствующих пространственных гармоник скалярного потенциала магнитного поля.

Будим исходить из того, что величина  $\Phi$  является результатом измерения МП, сцепленного с селективирующим контуром, находящимся в воздухе с относительной проницаемостью  $\mu=1$ , и подлежит дальнейшей обработке для определения амплитуд пространственных гармоник. При этом ключевым моментом разработки селективирующих контуров динамических измерительных систем является использование представления пространственной гармоники скалярного потенциала магнитного поля через его векторный потенциал.

$$\vec{A} = -\mu_0 \nabla \times \left( \frac{h_\varphi}{h_2} \int \frac{h_1 h_2}{h_\varphi} U dx_1 \cdot \vec{e}_{x_1} \right), \quad (2)$$

где  $h_1, h_2, h_\varphi$  – коэффициенты Ламе для соответственно "радиальной", "угловой" и циклической координат;  $\vec{e}_{x_1}$  – единичный вектор в направлении координаты  $x_1$ .

Такое представление (2) позволяет проводить синтез пространственной конфигурации селективирующих контуров, если воспользоваться выражением магнитного потока через векторный потенциал и элемент длины контура  $d\vec{l}$

$$\Phi = \oint_L \vec{A} d\vec{l}. \quad (3)$$

При этом именно специальная пространственная конфигурация контура  $L$  интегрирования в (3) "превращает" его в аппаратный фильтр пространственных гармоник заданного порядка.

#### СЕЛЕКЦИЯ ЗОНАЛЬНЫХ ГАРМОНИК

Очевидно, что наиболее простую форму интеграл (3) примет, если проводить интегрирование только по циклической координате. Для всех трех типов используемых систем координат такой является координата  $\varphi$ . В самом простом случае геометрической конфигурации мы имеем круговой контур радиуса  $R_0$ , параллельный плоскости  $XOY$ , с центром на оси аппликата. При этом элемент длины контура  $d\vec{l}$  является функцией только координаты  $\varphi$ . Представим  $\varphi$ -тую составляющую векторного потенциала (единственно дающую вклад в магнитный поток) в виде

$$\begin{aligned} A_\varphi &= \mu_0 \frac{h_1}{h_2} \int \frac{\partial U(x_1, x_2, \varphi)}{\partial x_2} dx_1 = \\ &= \mu_0 \frac{h_1}{h_2} \int \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_1 \cdot U(\varphi) \end{aligned} \quad (4)$$

Из вида скалярного магнитного потенциала, представленного базисными решениями (1), следует одинаковость их функциональной зависимости от циклической координаты  $\varphi$ . Поэтому (3) можно переписать как

$$\Phi = \mu_0 \frac{h_1}{h_2} \int \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_1 \cdot \oint_L U(\varphi) d\vec{l}_\varphi. \quad (5)$$

Воспользовавшись геометрическим условием для представления элемента длины контура и ортогональностью тригонометрических функций, получим окончательное выражение для потока в виде

$$\Phi = 2\pi\mu_0 R_0 \frac{h_1}{h_2} \int \frac{\partial U_n^0(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_1. \quad (6)$$

Таким образом, мы показали в (6), что круговой контур аксиально-симметричный аппликате представляет собой аппаратный фильтр, выделяющий суммарный вклад зональных ( $m=0$ ) гармоник в пронизывающем его магнитном потоке. Причем такая селекция одинаково характерна для вытянуто-сфероидального, сферического и сплюснуто-сфероидального базисных решений.

#### СЕЛЕКЦИЯ ТЕССЕРАЛЬНЫХ ГАРМОНИК

Проведем поиск возможных вариантов специальной конфигурации селективирующих контуров для использования их в качестве аппаратного фильтра тессеральных гармоник порядка  $m'$ , основываясь на следующих положениях.

Поскольку определение зональных амплитудных коэффициентов проводится при прохождении источника поля через круговой контур по его оси симметрии, то очевидна необходимость использования того же перемещения и при определении остальных (тессеральных) амплитудных коэффициентов. Поэтому селективирующий контур тессеральной гармоники должен располагаться вместе с круговым контуром на цилиндре, ось которого совпадает с трассой перемещения. Для выделения гармоник, имеющих порядок  $m'$ , из магнитного потока  $\Phi$ , представленного через векторный потенциал в выражении (3) воспользуемся ортогональностью тригонометрических функций, входящих в векторный потенциал в (2). Поскольку функциональные зависимости векторного потенциала от координаты  $\varphi$  для сферического и сфероидальных случаев идентичны, то такой контур должен выделять как сферические, так и сфероидальные амплитудные коэффициенты порядка  $m'$ .

Однако применение свойства ортогональности для тригонометрических функций, входящих в векторный потенциал (3) возможно, если линия контура, во-первых, ортогональна ортам радиальной и угловой координат, а во-вторых, имеет косинусоидальную (синусоидальную) функциональную зависимость от циклической координаты. Кроме того, такой контур не должен содержать трассу перемещения - ось аппликата. Иначе в сцепленном с ним магнитном потоке появится вклад гармоник с осевой симметрией – зональных. Трудность совмещения предыдущих и последнего условия преодолевается, если использовать вместо одного два осе симметричных, но противоположно коммутированных контура. Потребовав, чтобы плоскость суммарного контура, образованного двумя функциональными от  $\varphi$  круговыми линиями, была параллельна ап-пликату. Другими словами чтобы радиусы кругов были одинаковыми, а образовавшейся суммарный контур лежал на цилиндре, осью которого является трасса перемещения  $TO$ . Тогда суммарный контур будет описываться разностью функциональ-

ных зависимостей линий контуров, лежащих на цилиндре. Выберем эти функциональные зависимости  $L_1(\varphi)$  и  $L_2(\varphi)$  такими, чтобы выделялся бы вклад гармоник порядка  $m'$ , например, как на рис. 1. Т.е. чтобы  $L_1(\varphi)$  и  $L_2(\varphi)$  задавали отклонение вдоль цилиндра от круговой линии симметрии двух контуров в зависимости от циклической координаты и находились бы в противофазе друг к другу.

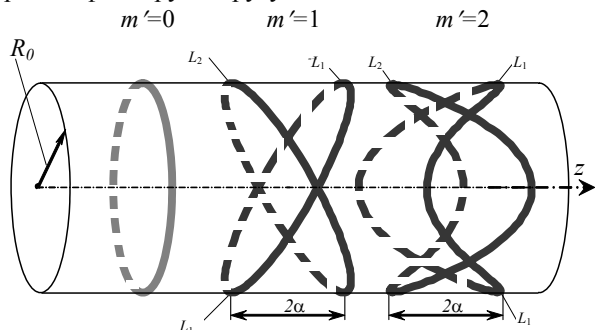


Рис. 1. Расположение селекционирующих контуров на общей цилиндрической поверхности

Тогда косинусоидальный (верхняя часть фигурных скобок) и синусоидальный (нижняя часть фигурных скобок) контура порядка  $m'$  запишем для краткости в виде

$$L_1(\varphi) = -L_2(\varphi) = \alpha \begin{cases} \cos m'\varphi \\ \sin m'\varphi \end{cases}. \quad (7)$$

где  $\alpha$  - постоянный коэффициент, определяющий амплитуду отклонения вдоль цилиндра, выбираемый (в отличие от известных из [4]) одного порядка с его радиусом  $R_0$ . Тогда под  $d\vec{l}$  (3) следует понимать выражение:

$$\begin{aligned} d\vec{l} &= dl_{x_1} \cdot \vec{e}_{x_1} + dl_{x_2} \cdot \vec{e}_{x_2} = \\ &= \alpha \left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial z}{\partial x_1} d[L_1(\varphi) - L_2(\varphi)] \right) \vec{e}_{x_1} + \\ &+ \alpha \left( \frac{1}{h_2} \frac{\partial z}{\partial x_2} d[L_1(\varphi) - L_2(\varphi)] \right) \vec{e}_{x_2} \end{aligned} \quad (8)$$

Магнитный поток  $\Phi^{m'}$ , сцепленный с контуром порядка  $m'$  согласно (3) запишется как

$$\Phi^{m'} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{A})_{x_1} dl_{x_1} + \oint (\vec{A})_{x_2} dl_{x_2} \quad (9)$$

и после упрощения выражения примет вид

$$\Phi^{m'} = \frac{-\alpha \mu_0 h_\varphi}{h_1 h_2} \left\{ \begin{aligned} &\frac{dz}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_2} U_n^{m'}(x_1, x_2) - \\ &-\frac{dz}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_1} U_n^{m'}(x_1, x_2) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Вид выражения (10) показывает практическую возможность селекции из магнитного потока тессеральных гармоник порядка  $m'$ , с помощью контура специальной конфигурации. При этом пространственная конфигурация контура определяет порядок выделяемых гармоник. Тем самым контур превращается в аппаратный фильтр селекции гармоник заданного порядка. Конструктивно такой контур близок к контуру для выделения зональных гармоник, что позволяет одновременное использование, как зонально-

го контура, так и достаточного количества предлагаемых контуров для практического определения необходимого количества тессеральных пространственных гармоник. Для этого необходимо расположить контура соосно, как показано на рис. 1, и учесть смещение между контурами при измерении потока. Преимущество использования таких контуров состоит в общности всей метрологической базы необходимой для практического определения коэффициентов как сферических, так и сфероидальных гармоник.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе теоретически обоснована пространственная конфигурация универсальных контуров измерительной системы, селекционирующих сферические и сфероидальные гармоники заданного порядка. Создание таких систем необходимо для практического проведения пространственного гармонического анализа магнитного поля вблизи технических объектов инвариантно к особенностям их геометрии.

Преимущество такой контурной системы заключается в возможности определения достаточного количества гармоник, необходимого для проведения описания с заданной точностью магнитного поля технического объекта.

Принципиальным отличием геометрической конфигурации предлагаемых измерительных контуров является их более рациональное размещение на цилиндрической поверхности по сравнению с контурами измерительных устройств мультиполей [4], имеющих жесткое ограничение на протяженность вдоль цилиндра ( $\alpha < 0,1R_0$ ). Это существенно увеличивает полезную площадь контуров и как следствие улучшает соотношение измеренного сигнала к помехе.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Розов В.Ю. Системы автоматичної компенсації зовнішнього магнітного поля енергонасичених об'єктів: Автореф. дис... докт. техн. наук: 05.09.03. / ІЕД НАНУ. - Київ, 2002. - 40 с.
- [2] Гетьман А.В. Особенности исследования магнитного поля технического объекта вблизи его поверхности // Техническая электродинамика. - 2006.- Тематический выпуск. Ч. 6. Проблемы сучасної електротехніки. -С.9-12.
- [3] Волохов С.А. Кильдишев А.В. Нормализованные магнитные сигнатуры мультипольного источника, движущегося по оси кругового контура // Электричество. - 1997. - №3. - С. 65-67.
- [4] Волохов С.А., Кильдишев А.В. Измерительные контуры и селекционирующие функции для определения тессеральных мультиполей интегральным преобразованием магнитных сигнатур // Космічна наука і технологія. - 1996. - Т.2, №5-6. - С.26-30.
- [5] Гетьман А.В. Структура контурных динамических систем для практического гармонического анализа магнитного поля технических объектов // Техническая электродинамика. - 2008.- Тематический выпуск. Ч. 3. Проблемы сучасної електротехніки. -С. 97-100.
- [6] Ерофенко В.Т. Теоремы сложения. Справочник. - Минск: Наука и техника, 1962.-256 с

Поступила 05.09.08