

ЕКСТРЕМАЛЬНА НЕСИМЕТРІЯ ВУЗЛА ЖИВЛЕННЯ АСИНХРОННИХ МОТОРІВ

Пропонується математична модель заживленого трансформатором вузла навантаження асинхронних моторів при обриві фаз окремих споживачів. Диференціальні рівняння електромеханічного стану системи записано в нормальній формі Коші.

Предлагается математическая модель питаемого трансформатором узла нагрузки асинхронных двигателей при обрыве фаз отдельных потребителей. Дифференциальные уравнения электромеханического состояния системы записаны в нормальной форме Коши.

ВСТУП

Вузол живлення асинхронних моторів – чи не найпопулярніший випадок у практиці експлуатації електричних машин. Його теорії автор приділив значну увагу [1, 2]. А останнім часом на цю тему навіть видав у співавторстві монографію [3]. Не дивлячись на те, що в цій теорії задіяні методи загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь, електромагнетних кіл, електромагнетного поля, на підставі яких ураховано такі важливі фізичні явища як скін-ефект, насичення магнетопроводів, комутаційні стрибки струмів, задача все таки далека від завершення. Зокрема це стосується екстремальних несиметричних станів, пов'язаних з обривами і короткими замиканнями. У даній роботі розв'язується перша з цих задач – обриву фаз окремих елементів. Її розв'язання стало можливим завдяки появі таких робіт як [3, 4]. Що ж до другої, то будемо надіятися, що в найближчий час вона буде розв'язана.

Виходячи з основного задуму, залишимо поза увагою непринципові фізичні явища, що мають місце в системі, а зосередимо увагу на основному, використавши найпростіші математичні моделі елементів системи. Тим більше, що ці явища можуть бути легко враховані на підставі [1-3].

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕМЕНТІВ

Як основне рівняння елементів електромеханічної системи використаємо А-модель трифазного асинхронного мотора в трифазному стані [1, 2] за умови неврахування насиченням магнетного кола і скін-ефектом у пазах ротора

$$\begin{aligned} di_S / dt &= A_S e_S + A_{S_r} e_R; \\ di_R / dt &= A_{RS} e_S + A_R e_R, \end{aligned} \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} i_S &= \begin{bmatrix} i_{SA} \\ i_{SB} \end{bmatrix}; i_R = \begin{bmatrix} i_{RA} \\ i_{RB} \end{bmatrix}; u_S = \begin{bmatrix} u_{SA} \\ u_{SB} \end{bmatrix}; e_S = u_S - \begin{bmatrix} r_S i_{SA} \\ r_S i_{SB} \end{bmatrix}; \\ e_R &= \begin{bmatrix} -\omega(\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB})/\sqrt{3} - r_R i_{RA} \\ \omega(2\Psi_{RA} + \Psi_{RB})/\sqrt{3} - r_R i_{RB} \end{bmatrix}; \\ A_k &= \alpha_k (1 - \alpha_k \tau) \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix}, \quad k = S, R; \\ A_{SR} &= A_{RS} = -\alpha_S \alpha_R \tau \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix}; \quad \tau = 1/(\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m), \end{aligned} \quad (2)$$

де i_{SA}, i_{SB} – фазні струми обмотки статора за умови, що $i_{SC} = -i_{SA} - i_{SB}$; u_{SA}, u_{SB} – фазні напруги обмотки статора; i_{RA}, i_{RB} – перетворені струми обмотки ротора; Ψ_{RA}, Ψ_{RB} –

перетворені повні потокозчеплення обмотки ротора; ω – кутова швидкість ротора в ел.рад./с; $\alpha_S = 1/l_S$; $\alpha_R = 1/l_R$, $\alpha_m = 1/l_m$ – обернені індуктивності: основна й дисипації (l_S, l_R, l_m – відповідні індуктивності); r_S, r_R – резистивні опори обмотки статора й ротора.

Повні потокозчеплення обмотки ротора

$$\Psi_{Rk} (k = A, B) = (i_{Sk} + i_{Rk}) / \alpha_m + i_{Rk} / \alpha_R. \quad (3)$$

Рівняння електромагнетного стану (1) треба доповнити рівняннями механічного руху (штивністю і дисипацією механічних ланок зазвичай нехтуємо)

$$d\omega/dt = p_0 (M_E - M) / J, \quad (4)$$

де $M = M(\omega, t)$ – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – число пар магнетних полюсів; M_E – електромагнетний момент

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (i_{SB} i_{RA} - i_{SA} i_{RB}) / \tau. \quad (5)$$

Диференціальні рівняння (1), (4) – найпростіша А-модель трифазного асинхронного мотора [1]. Її основні переваги над відомими моделями:

- рівняння записані в нормальній формі Коші, що спрощує обчислення й забезпечує потрібну точність аналізу тривалих перехідних процесів;
- модель оперує реальними струмами статора, що спрощує аналіз несиметричних процесів.

Рівняння А-моделі трифазного асинхронного мотора в однофазному стані також використаємо у вигляді (1), але деякі матричні позначення згідно з [4] будуть дещо інші

$$e_S = u_{SA} - u_{SB} - 2r_S i_{AB}; \quad i_S = i_{AB};$$

$$A_R = \frac{\tau}{2} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_R}{\alpha_R + \alpha_m} \left(\alpha_S \alpha_R + \frac{2\alpha_m}{\tau} \right) & -\frac{\alpha_S \alpha_R^2}{\alpha_R + \alpha_m} \\ -\frac{\alpha_S \alpha_R^2}{\alpha_R + \alpha_m} & \frac{\alpha_R}{\alpha_R + \alpha_m} \left(\alpha_S \alpha_R + \frac{2\alpha_m}{\tau} \right) \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$A_S = \alpha_S (\alpha_R + \alpha_m) \tau / 2; \quad A_{RS} = \frac{\tau}{2} \begin{bmatrix} -\alpha_S \alpha_R \\ \alpha_S \alpha_R \end{bmatrix}; \quad A_{SR} = (A_{RS})_t;$$

де $i_{AB} = i_{SA} = -i_{SB}$ – струм статора. Фаза С вважається обірваною.

Диференціальне рівняння руху (4) залишається таким самим, але вираз електромагнетного моменту (5) спрощується

$$M_E = -\sqrt{3} p_0 i_{AB} (i_{RA} + i_{RB}) / \tau. \quad (7)$$

Найпростіші диференціальні рівняння трансформатора одержуємо також з (1) за умови, що $\omega = 0$ і заміни індексів $S \rightarrow 1, R \rightarrow 2$, які вказують на причетність до первинної і вторинної обмоток. Оскільки вони будуть наслідком (1), то ми їх записувати не будемо.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ

Математична модель системи складається зі структурних рівнянь, що описують спосіб з'єднання елементів, і рівнянь самих елементів – трансформатора й асинхронних моторів в одно- й трифазному станах.

Рівняння елементів. Рівняння асинхронного мотора в трифазному стані (1) запишемо у зручнішій формі

$$di_S / dt = Su_S + E_S; di_R / dt = Su_S + E_R. \quad (8)$$

Тут і далі перебудова матриць здійснюється в елементарний спосіб, тому оговорювати цього більше не будемо.

Відповідні (8) рівняння асинхронного мотора в однофазному стані згідно з (6) запишемо подібно

$$\begin{aligned} di_{AB} / dt &= S_{AB}(u_{SA} - u_{SB}) + E_{AB}; \\ di_R / dt &= T_{AB}(u_{SA} - u_{SB}) + E_{RAB}. \end{aligned} \quad (9)$$

Аби спростити далі математичний виклад перше рівняння (9) доцільно записати теж у вигляді (8). Це легко зробити, якщо ввести нові позначення

$$i_S = \begin{bmatrix} i_{SA} \\ -i_{SA} \end{bmatrix}; E_S = \begin{bmatrix} E_{AB} \\ -E_{AB} \end{bmatrix}; S = S_{AB} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Відповідні (8), (10) рівняння трифазного трансформатора будуть

$$di_1 / dt = S_1 u_1 + T_1 u_2 + E_1; di_2 / dt = T_2 u_1 + S_2 u_2 + E_2. \quad (11)$$

Тут

$$i_k = \begin{bmatrix} i_{kA} \\ i_{kB} \end{bmatrix}; u_k = \begin{bmatrix} u_{kA} \\ u_{kB} \end{bmatrix}, k = 1, 2. \quad (12)$$

Структурні рівняння. Структурні рівняння записуємо на підставі закону струмів і закону напруг для головних вузлів і головних контурів електричного кола вузла живлення (спільних шин)

$$i_2 + \sum_{i=1}^m i_{Si} = 0; u_2 = u_{Si} = V, i = 1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

де V – колонка незалежних напруг вузла; m – число заживлених у вузлі асинхронних моторів у трифазному й однофазному станах.

Якщо перше рівняння (13) беззастережно, то друге потребує доведення із-за можливої появи напруг перекосу нейтралів. Але при симетричних обмотках елементів вони відсутні, оскільки в такому разі $V_A + V_B + V_C = 0$. Це легко довести, просумувавши рівняння фаз вторинної обмотки трансформатора.

Рівняння електромагнетного стану системи. Диференціюючи за часом перше рівняння (13) і підставляючи в одержаний результат перше рівняння (8) і друге (11), одержимо алгебраїчне рівняння для обчислення напруги вузла

$$V = - \left(S_2 + \sum_{i=1}^m S_i \right)^{-1} \left(T_2 u_1 + E_2 + \sum_{i=1}^m E_{Si} \right) \quad (14)$$

Оскільки тут обертанню підлягає матриця другого порядку, то в практичному аналізі вона заздалегідь обертається аналітично. Напруги первинної обмотки трансформатора вважаються заданими.

Звертаємо увагу, що формула (14) передбачає, що обрив має місце лише у фазах C моторів. При потребі вона може бути адаптована для обривів і в інших фазах, у тому числі і трансформатора. При обриві застру-

млених фаз неминуче виникають стрибки комутаційних струмів, які обов'язково треба враховувати на підставі узагальнених законів комутації [1-3] інакше подальший аналіз втратить будь-який сенс.

Знаючи на кожному часовому кроці інтегрування напругу (14), диференціальні рівняння системи розпадаються на автономні рівняння окремих елементів – трансформатора (11) і моторів (4), (8), (9), які заздалегідь представлені в нормальній формі Коші!

Вхідні дані: $r_S, r_R, \alpha_S, \alpha_R, p_0, J, m$ моторів і трансформатора $r_1, r_2, \alpha_T, \alpha_1, \alpha_2$. Вхідні сигнали: напруга мережі (U_m, ω_0) і моменти навантаження всіх $M(\omega, t)$ m моторів.

ВИСНОВОК

Запропонована математична модель дає можливість аналізувати перехідні процеси вузла живлення асинхронних моторів у безаварійному експлуатаційному стані й у випадку екстремальної несиметрії, зумовленої обривом окремих фаз. Метод аналізу може бути легко узагальнений на випадок врахування явища магнетного насичення, електричного скін-ефекту, стрибкоподібної зміни комутаційних струмів [1-3].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997. – 344 с.
2. Чабан В. Математичне моделювання в електротехніці. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2010. – 508 с.
3. Чабан В., Лишук В. Математична модель вузла живлення асинхронних машин. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2011. – 116 с.
4. Чабан В., Гоголь З. Математична модель трифазного асинхронного мотора в однофазному стані // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 3. – С. 43-45.

Bibliography (transliterated): 1. Chaban V. Matematichne modelyuvannya elektromehanichnih procesiv. - L'viv, 1997. - 344 s. 2. Chaban V. Matematichne modelyuvannya v elektrotehnicі. - L.: Vid-vo Tarasa Soroki, 2010. - 508 s. 3. Chaban V., Lishuk V. Matematichna model' vuzla zhivlennya asinhronnih mashin. - Luc'k: RVV LNTU, 2011. - 116 s. 4. Chaban V., Gogol' Z. Matematichna model' trifaznogo asinhronnogo motora v odnofaznomu stani // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 3. - S. 43-45.

Надійшла 20.02.2012

Чабан Василь Йосипович, д.т.н., проф.

Національний університет "Львівська політехніка" й Рязівський університет
79021, Львів, вул. Кульпарківська, 142, кв. 33.
тел: (067) 7202181, e-mail: vtchaban@polynet.lviv.ua

Чабан Остап Васильович, к.т.н., доц.

Національний університет "Львівська політехніка"
79021, Львів, вул. Лазаренка, 38, кв. 14
тел: (067) 6734482

Tchaban V.Y., Tchaban O.V.

Extreme dissymmetry of induction motor power node.

In the paper, a mathematical model of induction motors load node supplied by a transformer is described under separate customers phase loss. Differential equations of the system electromechanical state are given in normal Cauchy form.

Key words – power node, induction motor, extreme dissymmetry, mathematical model.