
УДК: 531.36

И.Л. Иванов, канд. физ.-мат. наук
Ин-т механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины
(Украина, 03057, Киев, ул. П.Нестерова, 3,
тел. (044) 4566140, e-mail: center@inmech.kiev.ua)

Регулирование энергосистем при импульсных возмущениях

Для модели энергосистемы с импульсным воздействием и запаздывающим регулированием численно найдены оценки области асимптотической устойчивости в пространстве управляемых параметров с помощью разрывных матричных функций Ляпунова двух типов и условий Разумихина.

Для моделі енергосистеми з імпульсною дією та керуванням з запізненням чисельно знайдено оцінки області асимптотичної стійкості в просторі керуючих параметрів за допомогою розривних матричних функцій Ляпунова двох типів та за умов Разуміхіна.

Ключевые слова: энергосистема, метод Ляпунова, запаздывание, импульсное воздействие, асимптотическая устойчивость.

Учет импульсного воздействия в классических моделях [1] систем электрогенераторов, подключенных к единой энергосети (далее будем их называть энергосистемами), является новым перспективным направлением исследования [2, 3]. Такое описание может быть уместным в случае, когда энергосистема подвергается кратковременному влиянию (которое обычно имеет разрушающий характер), приводящему к резкому изменению ее состояния.

Вопрос об устойчивости положения равновесия такой системы может быть корректным лишь в том случае, если это равновесие в системе существует, т.е. оно не нарушено импульсным воздействием.

В качестве метода регулирования выбран пропорционально-дифференциальный регулятор с запаздыванием. Наличие запаздывания в регуляторе позволяет учитывать то обстоятельство, что информация о состоянии системы, учитываемая при ее корректировке, не поступает мгновенно. Анализ динамических свойств моделей систем электрогенераторов, в которых рассматривается запаздывание, является актуальным направлением исследований [4, 5].

© И.Л. Иванов, 2014

Модель и ее преобразование. Рассмотрим уравнения динамики энергетической системы с импульсным воздействием

$$M_i \frac{d^2\theta_i}{dt^2} = P_{mi} - P_{ei} + P_{\tau i}, \quad t \neq \tau_k, \quad k \in \mathbb{N},$$

$$\dot{\theta}_i(\tau_k^+) = I_i(\theta_i(\tau_k), \dot{\theta}_i(\tau_k)), \quad \dot{\theta}_i(\tau_k^+) = \theta_i(\tau_k), \quad i=1,\dots,n,$$

с начальными условиями $\theta_i(t) = \varphi_i(t)$, $t_0 - r \leq t \leq t_0$. Здесь M_i — инерционная постоянная; θ_i — угол поворота ротора i -го генератора; P_{mi} — постоянные, соответствующие механической мощности на валу машины; $P_{\tau i} \in C(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ — управление с запаздыванием, равным $r > 0$; τ_k^+ — сокращенное обозначение выражения $\tau_k + 0$, $t_0 < \tau_1 < \dots < \tau_k < \dots$, $k \in \mathbb{N}$; $\lim_{k \rightarrow \infty} \tau_k = \infty$; $I_i \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$; $\varphi_i \in C^1([-r, 0], \mathbb{R})$; P_{ei} — активные мощности, определяемые с помощью соотношения

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^n E_i E_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) + E_i U Y_{i,n+1} \sin \theta_i,$$

где E_i — э.д.с. i -й машины; Y_{ii} — собственные проводимости машины; Y_{ij} — взаимные проводимости, $Y_{ij} = Y_{ji}$, $i, j = 1, \dots, n$; $Y_{i,n+1}$ — проводимость i -го генератора с шинами постоянного напряжения; U — величина напряжения, поступающего с шин.

Следует заметить, что рассматриваемая математическая модель динамики энергетической системы не содержит демпфирования. Вместе с тем, поскольку наличие произвольного демпфирования не приводит к потере устойчивости, все оценки, полученные для области устойчивости, актуальны и для системы с произвольным демпфированием [6].

Предположим, что известны координаты равновесия θ_i^0 , и мощности на валу можно представить в виде $P_{mi} = \sum_{j=1}^n P_{ij}$, где $P_{ij} = E_i B_i \sin(\theta_i^0)$, и $P_{ij} = E_i E_j B_{ij} \sin(\theta_i^0 - \theta_j^0)$ при $i \neq j$. После перехода к переменным при возмущенном движении и линеаризации будем рассматривать систему в виде

$$M_i \frac{d^2x_i}{dt^2} = -P_i x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{ij} (x_i - x_j) + a_i x_i (t-r) + b_i \dot{x}_i (t-r), \quad i=1,\dots,n, \quad (1)$$

$$\dot{x}_i(\tau_k^+) = c_{ki1} x_i(\tau_k) + c_{ki2} \dot{x}_i(\tau_k), \quad i=1,\dots,n, \quad (2)$$

при начальных условиях

$$x_i(t) = \psi_i(t), \quad t_0 - r \leq t \leq t_0, \quad (3)$$

где c_{ki1} и c_{ki2} — некоторые действительные постоянные; a_i , b_i — параметры пропорционально-дифференциального регулятора, $i=1, \dots, n$; величина запаздывания r удовлетворяет оценке $2r < \tau_{k+1} - \tau_k$, $k \in \mathbb{N}$.

Описание подходов. Исследуем устойчивость системы (1), (2) на основе прямого метода Ляпунова с применением условий Разумихина. Проведем декомпозицию. В системе (1) независимые подсистемы описываются уравнениями

$$M_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -P_i x_i + a_i x(t-r) + b_i \dot{x}_i(t-r), \quad i=1, 2, 3,$$

и связи между ними представлены функциями

$$g_i(x, \dot{x}) = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{ij}(x_i - x_j), \quad i=1, \dots, n.$$

С учетом декомпозиции системы (1) рассмотрим матричную функцию Ляпунова $U(\mathbf{x})$ с компонентами $v_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = P_{ij}(x_i - x_j)^2$, $i \neq j$, $v_{ii}(\mathbf{x}_i) = M_i \dot{x}_i^2 + 2R_i x_i \dot{x}_i + P_i x_i^2$. Определяемую некоторым вектором $\beta \in \mathbb{R}^n$ скалярную функцию $V_0(\mathbf{x}) = \beta^T U(\mathbf{x}) \beta$ будем строить для случая единичного вектора β в виде

$$\begin{aligned} V_0(\mathbf{x}) &= \sum_{i,j=1}^n v_{0,ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \\ &= \sum_{i=1}^n (M_i \dot{x}_i^2 + 2M_i R_i x_i \dot{x}_i + P_i x_i^2) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n P_{ij}(x_i - x_j)^2, \end{aligned}$$

где R_i — некоторые параметры, $i=1, \dots, n$.

На основе функции $V_0(\mathbf{x})$ построим разрывную кусочно-экспоненциальную функцию в виде

$$V_{\exp}(\mathbf{x}, t) = V_0(\mathbf{x}) e^{v(t-\tau_k)}, \quad t \in [\tau_k, \tau_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}_0, \quad (4)$$

и кусочно-линейную функцию в виде

$$V_{\text{lin}}(\mathbf{x}, t) = V_0(\mathbf{x})(1 + v(t - \tau_k)), \quad t \in [\tau_k, \tau_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}_0, \quad (5)$$

где $\tau_0 = t_0$; $v > 0$ — некоторая неопределенная постоянная. Функции (4) и (5) с положительным знаком постоянной v применяются в случае устойчивости непрерывной модели системы, что исключает возможность стабилизации ее импульсами. Если импульсное воздействие носит разрушающий характер, то такое предположение будет естественным. Функции $U(\mathbf{x})$ и $V_0(\mathbf{x})$ принадлежат классу функций V'_0 .

Определение. Функция $v(t, x)$ принадлежит классу V'_0 , если выполняются условия:

1) $v(t, x)$ непрерывно дифференцируема на множестве

$$([t_0 - r, \infty) \setminus \{\tau_k\}_{k \in \mathbb{N}}) \times \mathbb{R}^n;$$

2) существует функция a класса Хана такая, что выполняется оценка $a(\|x\|) \leq v(t, x) \leq b(\|x\|)$ при всех $(t, x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$;

3) существуют пределы $\lim_{t \rightarrow \tau_k - 0} v(t, x) = v(\tau_k, x)$, $\lim_{t \rightarrow \tau_k + 0} v(t, x) = v(\tau_k + 0, x)$ для всех $k = 1, 2, \dots$

В терминах функций из этого класса сформулируем требуемый результат. Рассмотрим систему с запаздыванием и импульсным воздействием,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(t, x_i), \quad t \neq \tau_k, \\ x(\tau_k^+) &= I_k(\tau_k), \quad t = \tau_k, \end{aligned} \tag{6}$$

и начальные условия

$$x(t) = \phi_0(t), \quad t \in [t_0 - r, t_0], \tag{7}$$

где $\tau_k \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow \infty$. Предположим, что начальная задача (6), (7) имеет единственное решение на $[t_0, +\infty)$ в классе дифференцируемых функций с не более чем счетным числом точек разрыва.

Теорема [6]. Пусть для системы (6) существует функция $v(t, x)$ класса V'_0 и монотонная функция $g: R_+ \rightarrow R_+$, $g(0) = 0$, $g(s) > 0$, $s > 0$ такие, что:

1) $\frac{d}{dt} v(t, x(t)) \leq -g(v(t, x(t)))$, если $v(t, x(t+\zeta)) \leq p(v(t, x(t)))$ для

$\zeta \in [-r', 0]$ (условие Разумихина), где $r' > 0$, $p(s) > s$ при $s > 0$, $p(0) = 0$, $p(s)$ — непрерывна;

2) $v(\tau_k, x(\tau_k^+)) \leq v(\tau_k, x(\tau_k))$.

Тогда система (6) асимптотически устойчива.

Будем требовать выполнение условий данной теоремы к построенным функциям, записав их в виде

$$\left. \frac{dV(t, \mathbf{x}(t))}{dt} \right|_{(1)} \leq -\alpha V(t, \mathbf{x}(t)), \quad t \neq \tau_k, \quad k \in \mathbb{N},$$

если

$$V(t, \mathbf{x}(t)) > pV(t + \zeta, \mathbf{x}(t + \zeta)), \quad \zeta \in \Omega_{2r}, \tag{8}$$

где $\alpha > 0$; $p \in (0, 1)$ — некоторые параметры; $\Omega_{2r} = [\max\{-2r, t_0 - t - r\}, 0)$, и

$$V(\tau_k + 0, \mathbf{x}(\tau_k + 0)) \leq V(\tau_k, \mathbf{x}(\tau_k)), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{9}$$

Подставив в (8) и (9) выражение (4) для кусочно-экспоненциальной функции V_{\exp} , получим условия для функции V_0 при $t \in (\tau_k, \tau_{k+1})$:

$$\frac{dV_0(t, \mathbf{x}(t))}{dt} \Big|_{(1)} \leq -(\alpha + v)V_0(t, \mathbf{x}(t)), \quad t \neq \tau_k, \quad k \in \mathbb{N},$$

если $V_0(\mathbf{x}(t)) > pe^{v\zeta}V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)), \zeta \in \Omega_{2r}$, при $\tau_k - t \notin \Omega_{2r}; V_0(\mathbf{x}(t)) > > pe^{v(\zeta+\chi(\tau_k-t-\zeta)\Delta\tau_{k-1})}V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)), \zeta \in \Omega_{2r}$, при $\tau_k - t \in \Omega_{2r}$, где $\Delta\tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k$. На поведение системы в моменты импульсного воздействия налагается ограничение $V_0(\mathbf{x}(\tau_k+0)) \leq e^{v(\tau_k-\tau_{k-1})}V_0(\mathbf{x}(\tau_k)), k \in \mathbb{N}$.

Для кусочно-линейной функции Ляпунова получим аналогичные условия в виде

$$\frac{dV_0(\mathbf{x}(t))}{dt} \Big|_{(1)} \leq -\left(\alpha + \frac{v}{1+v(t-\tau_k)}\right)V_0(\mathbf{x}(t)), \quad t \neq \tau_k, \quad k \in \mathbb{N},$$

если

$$V_0(\mathbf{x}(t)) > p \frac{1+v(t-\tau+\zeta)}{1+v(t-\tau)} V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)), \quad \zeta \in \Omega_{2r}, \quad \text{при } \tau_k - t \notin \Omega_{2r}.$$

$$V_0(\mathbf{x}(t)) > p \frac{1+v(t-\tau+\zeta+\chi(\tau_k-t-\zeta)\Delta\tau_{k-1})}{1+v(t-\tau)} V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)), \quad \zeta \in \Omega_{2r},$$

при $\tau_k - t \in \Omega_{2r}$.

Условия, применяемые в моменты импульсного воздействия, следующие: $V_0(\tau_k+0, \mathbf{x}(\tau_k+0)) \leq (1+v\theta_\varepsilon)V_0(\mathbf{x}(\tau_k)), k \in \mathbb{N}$. Проверка этих условий проводится на основании оценок, соответствующих условиям Разумихина, с применением методов параметрической оптимизации, элементарных тождеств типа Ньютона—Лейбница и др. При этом, исследуя поведение системы вне моментов импульсного воздействия, необходимо рассматривать несколько случаев в зависимости от наличия импульсов в «недавнем прошлом» без конкретизации того, какое именно недавнее прошлое подразумевается. Следует заметить, что величина $2r$, упоминаемая, например, в условиях Разумихина, соответствует выбранному методу дальнейших оценок и при необходимости может быть заменена произвольным положительным числом. Условие $2r < \tau_{k+1} - \tau_k, k \in \mathbb{N}$, также требуется для выполнения некоторых используемых оценок и может быть другим для других оценок.

Численные результаты. Применение каждого из двух предложенных подходов приводит к достаточно громоздкой системе неравенств с двумя неизвестными. Совместимость этой системы неравенств является

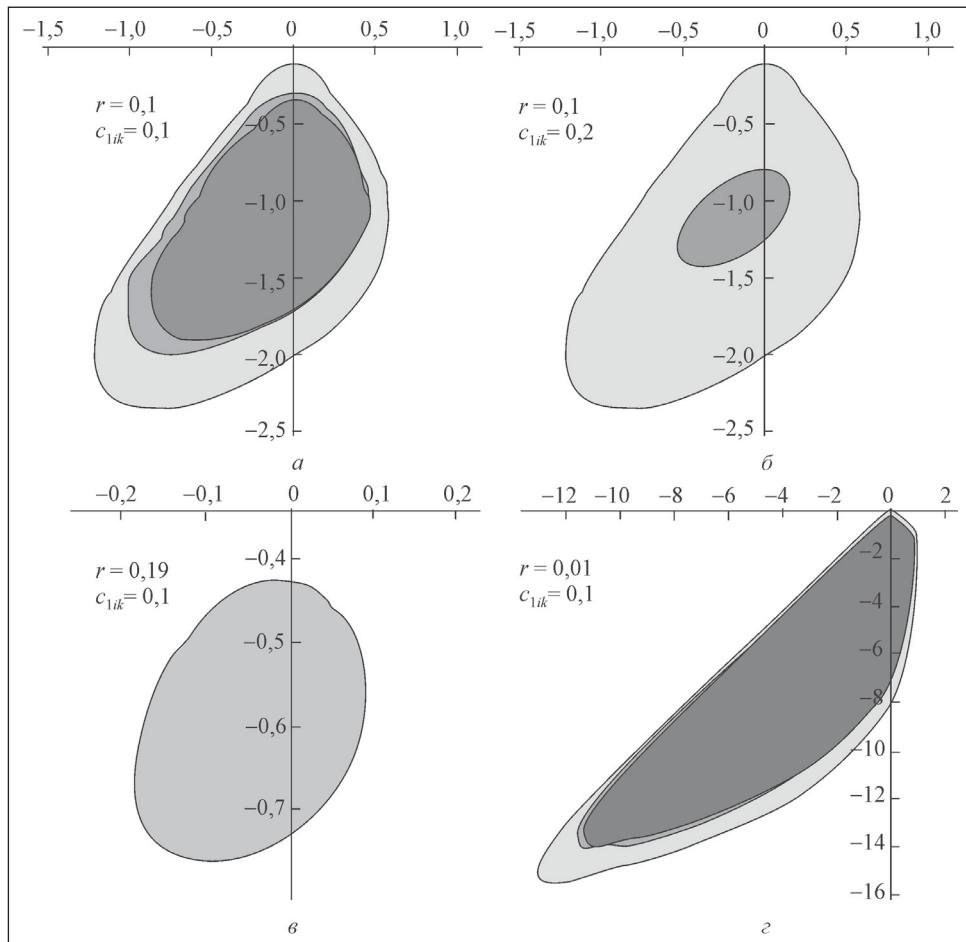


Рис. 1. Область асимптотической устойчивости системы (1), (2) в пространстве параметров a, b при $\theta = 3, M_i = 1, P_i = P_{ij} = 1, i = 1, 2, 3, c_{2ik} = 1, i, j = 1, 2, 3, k \in \mathbb{N}$

достаточным условием асимптотической устойчивости исходной энергосистемы.

Численное исследование устойчивости энергосистемы проведено в пространстве управляющих параметров a и b (рис. 1). При построении оценок областей устойчивости использованы три градации серого цвета: темно-серый — для оценки, найденной на основе кусочно-линейной функции, серый — для оценки, найденной на основе кусочно-экспоненциальной функции, и светло-серый — для оценки области устойчивости системы без импульсного воздействия, исследуемой с помощью классического условия Разумихина и функции V_0 , взятой в качестве функции Ляпунова. По-

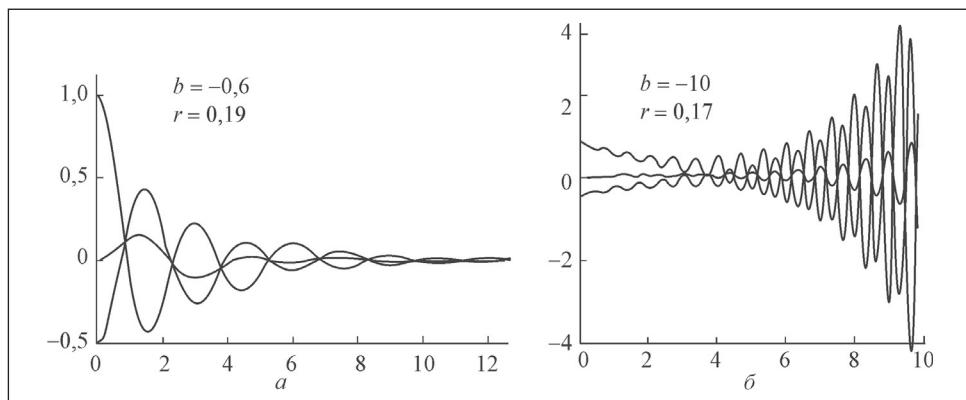


Рис. 2. Решение системы (1), (2) при $a = 0$, $\theta = 3$, $M_i = 1$, $P_i = P_{ij} = 1$, $i = 1, 2, 3$, $c_{1ik} = 0,1$, $c_{2ik} = 1$, $i, j = 1, 2, 3$, $k \in \mathbb{N}$

скольку области вкладываются одна в другую, перекрытие нескольких областей окрашивается цветом более темной области. В частности, в исследованных случаях оценка области устойчивости, получаемая на основе кусочно-линейной функции Ляпунова, оказывается не лучше, чем оценка, полученная на основе кусочно-экспоненциальной функции.

При возрастании величины запаздывания r построенные области устойчивости будут сужаться. В частности, из вида найденных аналитических условий устойчивости следует, что при $r \rightarrow 0$ область устойчивости в пространстве параметров a и b увеличивается неограниченно. Кроме того, существует такое $r_0 > 0$, при котором выполнение неравенства $r \geq r_0$ приводит к тому, что оценка области устойчивости, полученная любым из методов, оказывается пустым множеством. Рассмотрим эти особенности подробнее.

При $r = 0,19$ (и неизменных остальных параметрах) получим оценку области устойчивости, изображенную на рис. 1, в. Здесь опущена оценка области устойчивости непрерывной части. Вместе с тем, оценка на основе кусочно-линейной функции будет представлять собой пустое множество. Если $r = 0,01$, то оценка области примет вид, изображенный на рис. 1, г.

Если $a = 0$, $b = -0,6$, то при конфигурации параметров, представленной на рис. 1, в, для некоторых начальных данных получим динамику (рис. 2, а), соответствующую численному решению системы (1), (2), построенному методом Рунге—Кутты, модифицированным для системы с импульсами и запаздыванием. Начальные данные на отрезке $[-r, 0]$ — постоянные.

Как известно из общей линейной теории устойчивости [7], для асимптотической устойчивости системы (1) без учета импульсного воздействия при $r = 0$ необходимым и достаточным является выполнение условий $b_i < 0$, $P_i - a_i > 0$, $i = 1, 2, 3$.

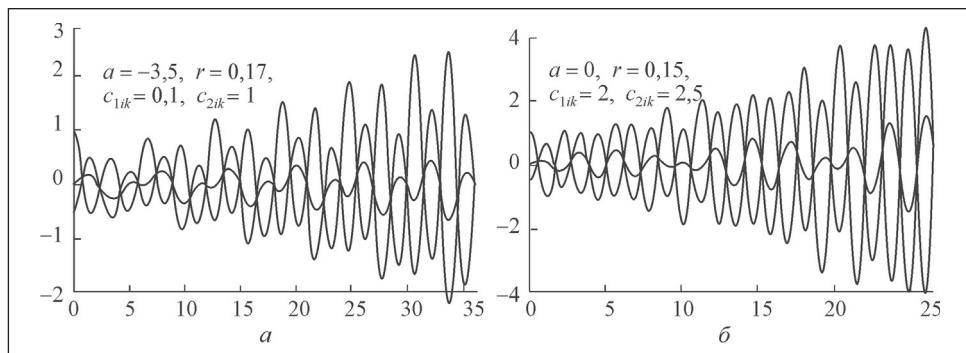


Рис. 3. Решение системы (1), (2) при $b = -0,5, \theta = 3, M_i = 1, P_i = P_{ij} = 1, i, j = 1, 2, 3, k \in \mathbb{N}$

Полученные результаты, обобщенные на случай с запаздыванием либо с импульсами и запаздыванием, свидетельствуют о сужении области устойчивости, которая, кроме того, перестает быть неограниченной.

Рассмотрим несколько механизмов потери устойчивости, которые возникают при изменениях параметров изначально устойчивой системы. Случаи, когда $b > 0, a > P_i$, тривиальны и качественная динамика системы аналогична динамике системы без импульсов при $r = 0$.

Если параметр b взять отрицательным и достаточно большим по модулю, то получим динамику, представленную на рис. 2, б. Возникающие колебания увеличивающейся амплитуды имеют полуperiод порядка величины запаздывания и связаны с тем, что при появлении ненулевой скорости возникает большое ускорение обратной направленности, приводящее к раскачиванию.

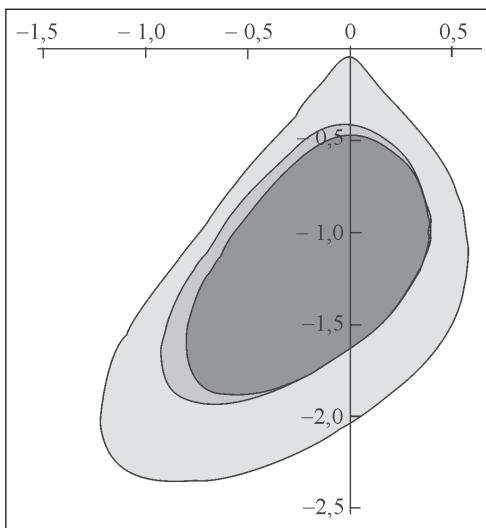
Подобная динамика возникает при отрицательном и большом по модулю параметре a (рис. 3, а). При этом возрастание амплитуды колебаний происходит вследствие значительного ускорения, пропорционального фазовой скорости. Однако ввиду наличия запаздывания это ускорение не влияет на силу трения, а приводит к возрастанию амплитуды колебаний.

Увеличение силы импульсного воздействия может привести к динамике, представленной на рис. 3, б. В моменты $t = 3k, k \in \mathbb{N}_0$ фазовые скорости терпят разрыв первого рода, что оказывается достаточным для приведения к неустойчивости всей системы.

Следует заметить, что изменение какой-либо из величин θ и r приводит к рассмотренным механизмам потери устойчивости, а изменение величин P_{ij} и P_i посредством замены переменных приводит к рассмотренным случаям конфигурации параметров. Следует также обратить внимание на то, что при возрастании параметра θ происходит расширение областей устойчивости, построенных с помощью двух рассмотренных методов, эффективность которых оказывается сопоставимой.

Рис. 4. Область асимптотической устойчивости системы (1), (2) в пространстве параметров a , b при $r=0,1$, $\theta=30$, $M_i=1$, $P_i=P_{ij}=1$, $i=1,2,3$, $c_{1ik}=0,2$, $c_{2ik}=1$, $i,j=1,2,3$, $k \in \mathbb{N}$

На рис. 4 изображена область устойчивости системы при тех же параметрах, что и на рис. 2, б, за исключением значения θ , увеличенного в 10 раз. Из рис. 4 видно, что при сколь угодно большом возрастании значения θ оценки области устойчивости не приближаются сколь угодно близко к оценке области устойчивости непрерывной системы.



Выводы

Таким образом, стабилизация модели энергосистемы с импульсным воздействием, не нарушающим равновесия, может быть проведена с помощью запаздывающего пропорционально-дифференциального регулятора. При этом, как следует из численных расчетов, результаты исследований условий устойчивости на основе второго метода Ляпунова с использованием разрывных функций указывают на то, что при решении данной задачи из двух широко применяемых классов разрывных функций Ляпунова, таких как кусочно-экспоненциальные и кусочно-линейные, первый обладает большим потенциалом для применения.

С помощью численных примеров установлено, что в пространстве управляющих параметров область устойчивости данной энергосистемы является ограниченным множеством.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chiang H.D., Chu C.C., Cauley G. Direct stability analysis of electric power systems using energy functions: Theory, applications, and perspective // Proc. of the IEEE. — 1995. — Vol. 13. — P. 1497—1529.
2. Мартынюк А.А., Иванов И.Л. О связной устойчивости трехмашинной энергосистемы при импульсных возмущениях // Доп. НАН України. — 2013. — № 7. — С. 64—71.
3. Иванов И.Л. Устойчивость одной модели энергосистемы с запаздыванием и импульсным воздействием // Аналітична механіка та її застосування: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — 2012. — 9, № 1. — С. 114—127.
4. Jia H., Yu X., Yu Y., Wang C. Power system small signal stability region with time delay // Intern. J. of Electrical Power & Energy Systems. — 2008. — Vol. 30, № 1. — P. 16—22.

5. Ayasun S., Nwankpa C.O. Probability of small-signal stability of power systems in the presence of communication delays // Intern. Conf. on Electrical and Electronics Engineering, 2009, 5—8 Nov.— P. I-70—I-74.
6. Слынко В.И. Об условиях устойчивости движения линейных импульсных систем с запаздыванием // Прикладная механика. — 2005. — 41, № 6. — С. 130—138.
7. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. — М. : Наука. — 1967. — 472 с.

I.L. Ivanov

REGULATION OF POWER SYSTEMS UNDER IMPULSIVE PERTURBATIONS

Estimations of the region of asymptotic stability in the space of control parameters are found for a power system model with pulse effects and delayed control by applying Lyapunov discontinuous matrix functions and Razumikhin conditions. The piecewise exponential and piecewise linear functions were used as Lyapunov functions. Numerical estimations of stability regions in the space of control parameters were obtained by using each of these two types of Lyapunov functions. A comparison of the effectiveness of these two types of functions has been performed. The mechanisms of losing stability by the power system while varying its parameters are described.

Keywords: power system, Lyapunov method, delay, pulse effects, asymptotic stability.

REFERENCES

1. Chiang H.D., Chu C.C., Cauley G. Direct stability analysis of electric power systems using energy functions: Theory, applications, and perspective // Proc. of the IEEE. — 1995. — Vol. 13. — P. 1497—1529.
2. Martynyuk A.A., Ivanov I.L. On the connective stability of three-machine power system under impulsive perturbations // Reports NAS of Ukraine. — 2013. — №7. — P. 64—71 (in Russian).
3. Ivanov I.L. Stability of a model of a power system with delay and pulse effects // Analytical Mechanics and Its Applications: Proc. Institute of Mathematics of NAS of Ukraine. — 2012. — Vol. 9, № 1. — P. 114—127 (in Russian).
4. Jia H. et al. Power system small signal stability region with time delay // Int. J. Electrical Power & Energy Systems. — 2008. — Vol. 30, № 1. — P. 16—22.
5. Ayasun S., Nwanpka C.O. Probability of small-signal stability of power systems in the presence of communication delays // Int. Conf. on Electrical and Electronics Engineering. ELECO 2009. Bursa, Turkey, 2009 5—8 Nov. // IEEE, 2009. — P. I-70—I-74.
6. Slyn'ko V.I. Stability conditions for linear impulsive systems with delay // International Applied Mechanics. — 2005. — Vol. 41, № 6. — P. 130—138 (in Russian).
7. Demidovich B.P. Lectures on the Mathematical Theory of Stability. — Moscow: Nauka, 1967. — 472 p. (in Russian).

Поступила 04.07.14

ИВАНОВ Игорь Львович, канд. физ.-мат. наук, мл. науч. сотр. Ин-та механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины. В 2007 г. окончил Черкасский национальный университет им. Б. Хмельницкого, а в 2009 — Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко. Область научных исследований — устойчивость механических систем с запаздыванием и импульсным воздействием.