

doi:<https://doi.org/10.15407/emodel.40.04.029>

УДК 681.518.5:004.052.32

**Д.В. Ефанов**, д-р техн. наук  
Российский университет транспорта (МИИТ)  
(Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9,  
тел. (+7) 9117092164, (+7) (915) 4809191, e-mail: efanov@ieee.org),

**В.В. Сапожников**, д-р техн. наук,  
**Вл.В. Сапожников**, д-р техн. наук  
Петербургский государственный университет путей  
сообщения Императора Александра I  
(Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9,  
тел. (+7) 9117092164, (+7) (812) 4578579, e-mail: port.at.pgups@gmail.com)

### **Исследование двухмодульных кодов с суммированием единичных разрядов со счетом по модулю четыре**

Проанализированы способы построения кодов с суммированием единичных информационных разрядов. Кроме классического кода с суммированием (кода Бергера) существует семейство модифицированных кодов, построение которых осуществляется посредством выделения контролируемых подмножеств разрядов информационного вектора. Установлена связь между способами модификации классического кода Бергера и предложены новые двухмодульные коды с суммированием единичных информационных разрядов. Проанализированы также способы построения двухмодульных кодов с суммированием, описаны их особенности и характеристики. Приведена общая структурная схема генераторов двухмодульных кодов с суммированием.

*Ключевые слова:* техническая диагностика, код с суммированием, модифицированный код Бергера, двухмодульный код с суммированием, необнаруживаемая ошибка.

Методы теории кодирования и информации широко применяются при построении надежных и безопасных систем автоматического управления на транспорте и в промышленности [1—5]. Выбор варианта кодирования зависит от типа решаемой задачи. Например, при передаче данных на железнодорожном транспорте между стационарными устройствами автоматики и подвижными единицами в формирователях сигналов используют классические коды Хэмминга, позволяющие обнаруживать и корректировать ошибки [6]. Эти коды успешно применяются и на уровне архитектуры микропроцессорных и микроэлектронных систем в компонентах памяти [7].

© Д.В. Ефанов, В.В. Сапожников, Вл.В. Сапожников, 2018

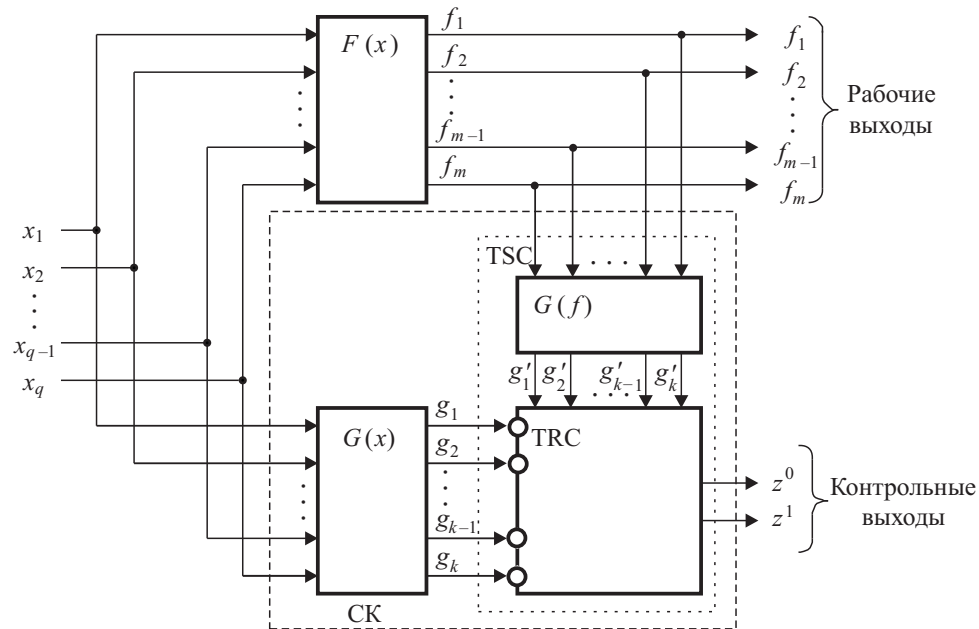


Рис. 1. Структурная схема системы диагностирования

Кодирование используют при выборе тестового обеспечения систем и их компонентов [8—14], в частности для идентификации отказавшего узла или для проверки правильности его функционирования [15, 16]. Специфика построения технических средств диагностирования позволяет разработчику в качестве основы выбирать разделимый код, ориентированный не на исправление ошибок в разрядах, а на их обнаружение [17, 18]. Эта особенность кодов с обнаружением ошибок объясняется меньшей избыточностью, чем у корректирующих кодов, и связана с уменьшением структурной избыточности, вносимой в конечное дискретное устройство [8, 10].

На рис. 1 представлена структурная схема системы с обнаружением отказов (по которой наиболее часто реализуются самопроверяемые схемы встроенного контроля [10]). В ней объектом диагностирования является блок  $F(x)$ , а технические средства диагностирования представляют собой специализированную схему контроля (СК), имеющую блок контрольной логики  $G(x)$  и самопроверяемый тестер ТSC. Схема контроля позволяет косвенно контролировать возникновение неисправностей внутри блока  $F(x)$  посредством фиксации неверных результатов вычислений рабочих функций  $f_1, f_2, \dots, f_m$  [19].

При построении СК используются разделимые коды с обнаружением ошибок, или  $(m, k)$ -коды, где  $m$  и  $k$  — число информационных и контрольных разрядов. Выходы объекта диагностирования отождествляются с информационным вектором  $\langle f_m f_{m-1} \dots f_2 f_1 \rangle$  длиной  $m$ , а выходы блока контрольной логики формируют значения разрядов контрольного вектора  $\langle g_k g_{k-1} \dots g_2 g_1 \rangle$  длиной  $k$ . Тестер в СК выполняет функцию проверки соответствия поступающего на его входы кодового слова заранее выбранному  $(m, k)$ -коду. Наиболее просто тестер реализуется посредством каскадного подключения блока генератора контрольных разрядов  $G(f)$  и блока компаратора сигналов TRC. Генератор формирует значения разрядов контрольного вектора по значениям информационных разрядов  $\langle g'_k g'_{k-1} \dots g'_2 g'_1 \rangle$ , а компаратор сравнивает одноименные разряды, вырабатывая контрольный парафазный сигнал  $\langle z^0 z^1 \rangle$  [20].

Характеристики системы диагностирования напрямую определяются выбранным при ее реализации  $(m, k)$ -кодом. Часто при построении систем диагностирования применяют коды с суммированием единичных информационных разрядов, к которым относятся классические коды Бергера и их модификации [21, 22].

Предлагается принципиально новый подход к построению кодов, основанный на разбиении множества разрядов информационного вектора на два подмножества с отдельным контролем разрядов каждого из них. Новый класс кодов с суммированием назовем двухмодульными кодами с суммированием единичных информационных разрядов.

**Способы построения кодов с суммированием единичных информационных разрядов.** Известно множество разделимых блочных кодов, используемых при построении надежных дискретных систем. Среди них выделяется класс кодов с суммированием. Рассмотрим основные способы их формирования и основные свойства обнаружения ошибок в информационных векторах.

Классический код с суммированием, или код Бергера [23], представляет собой разделимый код, в котором разряды контрольного вектора соответствуют суммарному числу единичных информационных разрядов, т.е. весу  $r$  информационного вектора (рис. 2, а). Обозначим код Бергера как  $S(m, k)$ -код, где  $m$  и  $k$  — число информационных и контрольных разрядов. Избыточность  $S(m, k)$ -кода определяется величиной  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$ , где  $\lceil \dots \rceil$  — целое сверху от вычисляемого значения.

В работе [24], где проанализированы свойства кодов Бергера по обнаружению ошибок в информационных векторах, упомянуто, что так как все информационные векторы с одинаковым весом будут иметь одинаковые

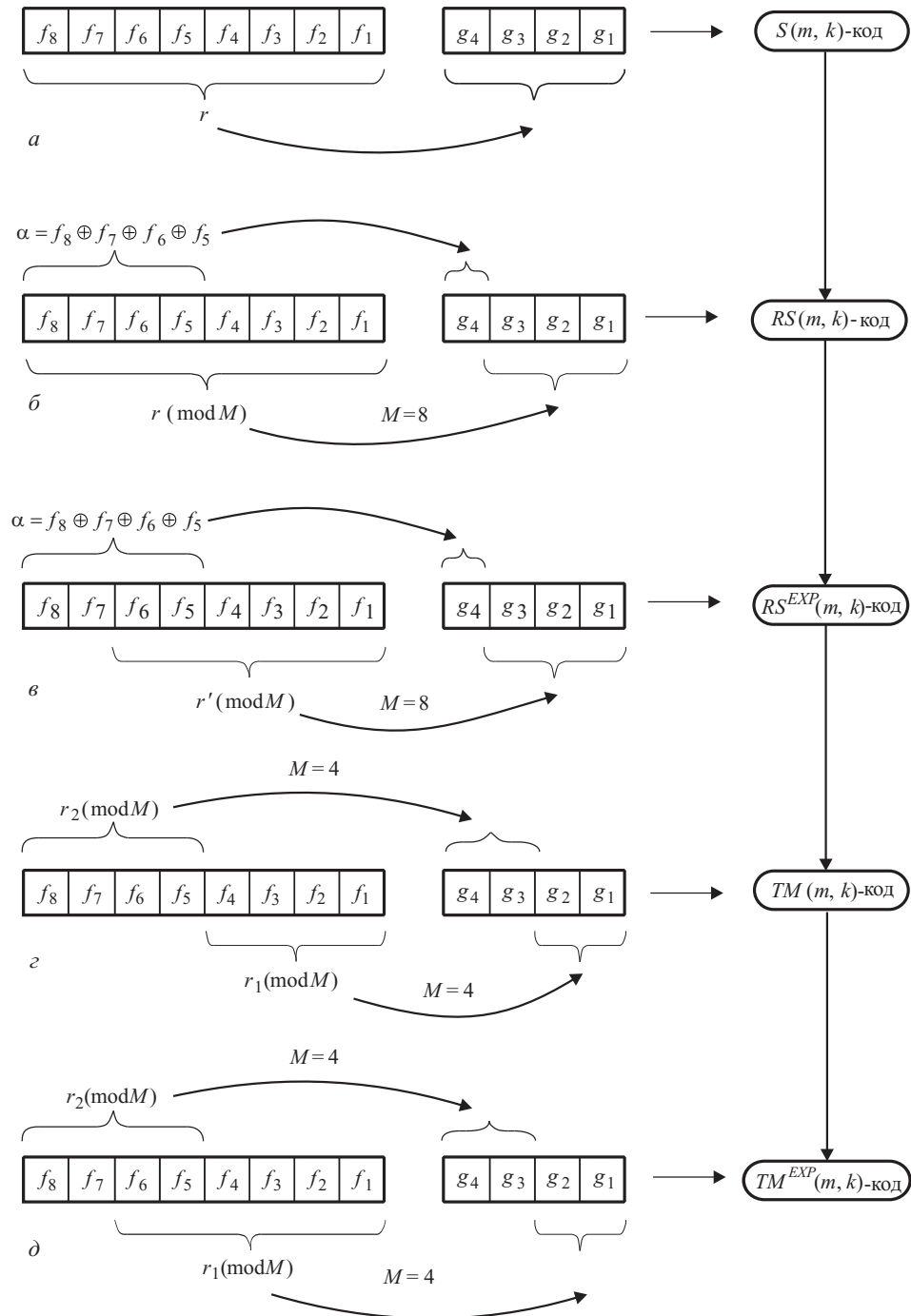


Рис. 2. Принципы построения  $(m, k)$ -кодов

контрольные векторы в кодовых словах  $S(m, k)$ -кода, ими не будет обнаруживаться любая симметричная ошибка\* в информационном векторе. Поскольку число информационных векторов возрастает при увеличении значения веса  $r$  до величины  $\lfloor m/2 \rfloor$ , а при дальнейшем увеличении веса до  $r = m$  — уменьшается, общее число необнаруживаемых  $S(m, k)$ -кодами ошибок велико. При этом в классе необнаруживаемых оказывается 50 % двукратных и 37,5 % четырехкратных ошибок в информационных векторах. Указанное обстоятельство следует учитывать при синтезе самопроверяемых структур дискретных устройств.

$S(m, k)$ -кодами не обнаруживается 100 % симметричных ошибок в информационных векторах, однако обнаруживаются любые другие виды ошибок — монотонные и асимметричные. Подобное свойство используется при построении дискретных систем с обнаружением отказов. Например, в [26, 27] описан способ модификации структуры объекта диагностирования комбинационного типа в контролепригодную по коду Бергера структуру, допускающую на выходах только монотонные проявления неисправностей. В [28] указано, что при подобной реализации конечных автоматов возможно решение задачи тестирования возникающих в их элементах дефектов.

Использование алгоритмов модификации структур схем в некоторые контролепригодные структуры связано с внесением избыточности и их усложнением. Наличие в классе необнаруживаемых  $S(m, k)$ -кодами 100 % симметричных ошибок определяет существенную избыточность, вносимую в устройство. Однако в среднем величина усложнения структуры устройства при модификации в контролепригодную структуру составляет 16 % [26]. Использование свойства обнаружения и любых асимметричных ошибок  $S(m, k)$ -кодами позволяет уменьшить эту величину [29]. Известно множество способов модификации  $S(m, k)$ -кодов в коды с уменьшенным числом необнаруживаемых ошибок [21]. При этом большинство из них носят частный характер и применимы только для определенных значений длин информационных векторов.

В [30, 31] предложен способ построения семейства модифицированных кодов Бергера, обозначенных как  $RS(m, k)$ -коды. Их строят, выполняя подсчет модифицированного веса информационного вектора и записывая

---

\* Ошибки в информационных векторах классифицируются согласно [25] на одиночные, монотонные, симметричные и асимметричные. Одиночная ошибка связана с искажением только одного разряда информационного вектора. К монотонным ошибкам относятся такие, при возникновении которых искажаются либо только нулевые, либо только единичные разряды. Симметричной является ошибка, которая содержит одинаковое число искажений  $0 \rightarrow 1$  и  $1 \rightarrow 0$ . Асимметричные ошибки возникают при наличии искажений и нулевых и единичных разрядов, но не при равном их количестве.

полученное число в разряды контрольного вектора (рис. 2, б). Модифицированный вес определяют по формуле  $W = \alpha M + r \pmod{M}$ , где  $r \pmod{M}$  — значение наименьшего неотрицательного вычета веса информационного вектора по модулю  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ ;  $\alpha$  — специальный поправочный коэффициент, вычисляемый как сумма по модулю два заранее выбранных разрядов информационного вектора. Избыточность  $RS(m, k)$ -кода аналогична избыточности  $S(m, k)$ -кода.

Коды  $RS(m, k)$  практически вдвое эффективнее обнаруживают ошибки в информационных векторах, чем  $S(m, k)$ -коды. При этом существенно улучшены характеристики обнаружения ошибок с малыми кратностями. Ценой этого улучшения, однако, является наличие в классе необнаруживаемых монотонных ошибок с кратностями  $d = M$  и асимметричных ошибок с кратностями  $d = M + 2j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ). Кратности необнаруживаемых  $RS(m, k)$ -кодами монотонных и асимметричных ошибок велики (всегда превышают половину длины информационного вектора) и определяются непосредственно значением модуля. Такое свойство следует учитывать при использовании данных кодов.

Для заданного значения  $m$  может быть построено  $\sum_{i=1}^{m-1} C_m^i = 2^m - 2$

$RS(m, k)$ -кодов, что определяется числом вариантов подсчета поправочного коэффициента  $\alpha$  [32, 33]. Тем не менее, коды с одинаковым числом информационных разрядов в сумме поправочного коэффициента будут обладать одинаковыми характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах. Более того, коды с  $t$  и  $m - t$  разрядами в сумме поправочного коэффициента будут также обладать одинаковыми свойствами.

В [34] класс  $RS(m, k)$ -кодов расширен до класса  $RS^{EXP}(m, k)$ -кодов, в которых модифицированный вес информационного вектора подсчитывается аналогично весу для  $RS(m, k)$ -кодов, за тем лишь исключением, что при формировании значения наименьшего неотрицательного вычета веса используется не полный информационный вектор, а только часть его разрядов (определяется число  $r' \pmod{M}$ ) (рис. 2, в). Там же показано, что для ряда  $RS^{EXP}(m, k)$ -кодов достигается улучшение характеристик обнаружения двукратных ошибок по сравнению с  $RS(m, k)$ -кодами при той же избыточности.

Принцип построения  $RS(m, k)$ -кода фактически подразумевает контроль информационных векторов в двух группах контрольных разрядов. Первая группа — контроль веса информационного вектора по модулю  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ , а вторая — контроль дополнительных разрядов по модулю  $M = 2$ . Обобщая алгоритм построения кодов  $RS(m, k)$  и  $RS^{EXP}(m, k)$ ,

можно заметить их принадлежность к классу так называемых двухмодульных кодов с суммированием, т.е. таких, у которых используется отдельный контроль по заранее установленным значениям модулей части разрядов [35].

В [36, 37] предложен способ построения двухмодульного  $TM(m, k)$ -кода, обладающего улучшенными характеристиками по сравнению с описанными выше модифицированными кодами Бергера и такой же избыточностью в диапазоне длин информационных векторов  $m \in \{8; 15\}$ . Код  $TM(m, k)$  строится путем выделения двух подмножеств разрядов информационного вектора с контролем каждого из них по модулю  $M = 4$  (рис. 2,  $\varepsilon$ ). Расширяя класс  $TM(m, k)$ -кодов по аналогии с расширением класса  $RS(m, k)$ -кодов получаем класс расширенных  $TM^{EXP}(m, k)$ -кодов (рис. 2,  $\delta$ ).

Таким образом, на рис. 2 представлена «эволюция» кодов с суммированием единичных информационных разрядов. Каждый из кодов имеет избыточность  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$  и обнаруживает любые ошибки с нечетными кратностями. Другие свойства обнаружения ошибок с четными кратностями различных видов (монотонных, симметричных и асимметричных) — различны. Следует учесть тот факт, что классификация кодов с суммированием единичных информационных разрядов может быть расширена для больших значений  $m$ , так как возможен контроль не двух групп информационных разрядов, а произвольного их количества (могут быть образованы многомодульные коды [22]).

Рассмотрим далее особенности кодов  $TM(m, k)$  и  $TM^{EXP}(m, k)$ .

**Многообразие двухмодульных кодов с суммированием и их свойства.** Двухмодульные коды с суммированием единичных разрядов, обозначенные выше как коды  $TM(m, k)$  и  $TM^{EXP}(m, k)$ , строятся по следующему алгоритму [35]:

1. Из множества разрядов информационного вектора  $\{D\}$  выделяется два подмножества разрядов  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$  такие, что

$$\{D_i^1\} \cup \{D_i^2\} = \{D\}. \quad (1)$$

2. Разряды каждого из полученных подмножеств  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$  объединяются, образуя два вектора,  $\langle V_1 \rangle$  и  $\langle V_2 \rangle$ , длинами  $m_1 \leq m$  и  $m_2 \leq m$ .

3. Выбираются и фиксируются значения модулей  $M_1 \in \{2, 4, \dots, 2^{\lceil \log_2(m_1+1) \rceil}\}$  и  $M_2 \in \{2, 4, \dots, 2^{\lceil \log_2(m_2+1) \rceil}\}$ .

4. Определяются веса векторов  $\langle V_1 \rangle$  и  $\langle V_2 \rangle$  по установленным модулям  $M_1$  и  $M_2$  (наименьшие неотрицательные вычеты чисел  $r_1$  и  $r_2$ ):  $r_1 \pmod{M_1}$  и  $r_2 \pmod{M_2}$ .

5. Числа  $r_1 \pmod{M_1}$  и  $r_2 \pmod{M_2}$  представляются в двоичном виде и записываются в разряды контрольного вектора: первое число вносится в

$k_1 = \log_2 M_1$  младших разрядов контрольного вектора, а второе — в  $k_2 = \log_2 M_2$  старших разрядов контрольного вектора.

Представленный алгоритм позволяет получать двухмодульные коды с суммированием с числом контрольных разрядов  $k = k_1 + k_2$ . Значение  $k$  определяется значениями выбранных на этапе построения кода модулей  $M_1$  и  $M_2$ . Например при  $M_1 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$  и  $M_2 = 2$  получаем описанный выше  $RS(m, k)$ -код. Выбирая только часть разрядов из информационного вектора, число  $m_1 < m$ , и фиксируя значения модулей  $M_1 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$  и  $M_2 = 2$ , получаем  $RS^{EXP}(m, k)$ -код.

Перспективной модификацией данного кода является модификация кода Бергера в двухмодульный код, у которого  $M_1 = M_2 = 4$  [36, 37]. Такой двухмодульный код может быть построен для значения  $m > 4$  и при условии, что в каждом из подмножеств разрядов информационного вектора будет не менее двух информационных разрядов. Указанное ограничение позволяет построить целое семейство кодов  $TM(m, k)$  и  $TM^{EXP}(m, k)$  для каждого значения  $m$ . Далее в обозначениях рассматриваемого кода будем использовать только  $TM(m, k)$ -код, подразумевая под ним любые способы построения двухмодульного кода, у которого  $M_1 = M_2 = 4$ . Представленный двухмодульный код с суммированием будет иметь  $k = 4$  разряда для любых значений  $m$ . По данному показателю его можно сравнить с классическим и модифицированными кодами Бергера в диапазоне длин информационных векторов  $m = 8 \div 15$ .

Рассмотрим особенности обнаружения ошибок  $TM(m, k)$ -кодами.

На рис. 3 представлено в виде матрицы семейство  $TM(8, 4)$ -кодов [37]. Для того чтобы  $TM(m, k)$ -код был помехоустойчивым, необходимо выполнение условия (1). Знаком « $\leftrightarrow$ » в матрице обозначены  $TM(m, k)$ -коды, не удовлетворяющие поставленному условию. Код, расположенный на пересечении строки 8 и столбца 8 матрицы, имеет две одинаковые проверки в контрольных разрядах и фактически является избыточным. По своим характеристикам он соответствует известному модульному коду с суммированием  $S4(m, k)$ , где 4 — значение модуля, также как и коды, соответствующие парам строка/столбец (8/0) и (0/8) [38]. Коды, соответствующие парам (7/2), (2/7), (8/2) и (2/8) аналогичны известным модульно модифицированным  $RS4(m, k)$ -кодам [33]. Заметим также, что ввиду равнозначности разрядов каждого из подмножеств  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$  коды, расположенные в матрице на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца, а также  $j$ -й строки и  $i$ -го столбца, имеют одинаковые характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах.

Таким образом, множество  $TM(8, 4)$ -кодов с различными характеристиками обнаружения ошибок сокращается с 38 до 21 кода. Более того, сре-



		Число разрядов в подмножестве $D_2$								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
Число разрядов в подмножестве $D_1$	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	TM	TM	TM
	3	-	-	-	-	-	TM	TM	TM	TM
	4	-	-	-	-	TM	TM	TM	TM	TM
	5	-	-	-	TM	TM	TM	TM	TM	TM
	6	-	-	TM	TM	TM	TM	TM	TM	TM
	7	-	-	TM	TM	TM	TM	TM	TM	TM
	8	-	-	TM	TM	TM	TM	TM	TM	-

Рис. 3. Многообразие  $TM(8,4)$ -кодов [37]

ди оставшихся кодов имеются коды, совпадающие по своим характеристикам. Для примера в табл. 1 приведены значения общего числа необнаруживаемых ошибок  $N_m$  для всех помехоустойчивых  $TM(8,4)$ -кодов (для кодов с одинаковыми значениями  $N_m$  распределения по видам и кратностям могут отличаться). Указанная тенденция характерна для любых  $TM(m,k)$ -кодов. Общее число необнаруживаемых ошибок  $TM(m,k)$ -кодами с разнообразными подмножествами разрядов информационного вектора  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$  может быть определено по формулам, представленным в [37].

Показатель  $N_m$  не очень удобен для сравнения кодов между собой, поэтому целесообразно использовать показатель доли необнаруживаемых кодом ошибок от общего числа возможных ошибок в информационных векторах:

$$\gamma_m = \frac{N_m}{2^m(2^m - 1)} 100\%, \quad (2)$$

где величина в знаменателе определяет число возможных ошибок в информационном векторе длиной  $m$  [33]. Показатель  $\gamma_m$  гораздо нагляднее позволяет судить о свойствах обнаружения кодом ошибок (см. табл. 1). Проанализируем данный показатель для  $TM(8,4)$ -кодов. Сравним его с аналогичным показателем для кодов  $S(8,4)$  и  $RS(8,4)$ : для  $S(8,4)$ -кода  $\gamma_m = 19,323\%$ , для  $RS(8,4)$ -кода  $\gamma_m = 9,522\%$ . Таким образом, для всех  $TM(8,4)$ -кодов показатель  $\gamma_m$  значительно ниже аналогичного показателя

для  $S(8,4)$ -кода и практически для всех  $TM(8,4)$ -кодов, за исключением кода с семью и восемью разрядами в каждом из подмножеств, ниже, чем для  $RS(8,4)$ -кода. Следует заметить, что  $TM(m,k)$ -коды с  $m$  и  $m - 1$  разрядами в каждом из подмножеств  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$  обладают худшими свойствами среди всех  $TM(m,k)$ -кодов для заданного значения  $m$ .

Как известно [26—29], важным вопросом при использовании разделенных кодов на практике являются их свойства по обнаружению ошибок как различных кратностей, так и различных видов.  $TM(m,k)$ -коды, расположенные на диагонали матрицы и под ней, несмотря на то что общее число ошибок может повторяться, обладают различными характеристиками обнаружения ошибок по видам и кратностям, что определяется составом множеств  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$ .

В табл. 2 представлены рассчитанные числа необнаруживаемых ошибок по кратностям  $d$  для 21  $TM(8,4)$ -кода с установленными значениями количества разрядов в первом и во втором подмножествах ( $m_1/m_2$ ). По представленным результатам можно выявить коды с наилучшими характеристиками обнаружения ошибок: как в целом, так и в области малых кратностей. Например, минимум необнаруживаемых ошибок среди всех

Таблица 1. Значения величин  $N_m$  и  $\gamma_m$  для различных  $TM(8,4)$ -кодов

Число разрядов в подмножестве $\{D_i^1\}$	Число разрядов в подмножестве $\{D_i^2\}$						
	2	3	4	5	6	7	8
Значения $N_m$							
2	—	—	—	—	6080	6016	6080
3	—	—	—	5184	5056	5056	5184
4	—	—	4928	4672	4608	4672	4928
5	—	5184	4672	4480	4480	4672	5184
6	6080	5056	4608	4480	4608	5056	6080
7	6016	5056	4672	4672	5056	6016	8064
8	6080	5184	4928	5184	6080	8064	—
Значения $\gamma_m$							
2	—	—	—	—	9,314	9,216	9,314
3	—	—	—	7,941	7,745	7,745	7,941
4	—	—	7,549	7,157	7,059	7,157	7,549
5	—	7,941	7,157	6,863	6,863	7,157	7,941
6	9,314	7,745	7,059	6,863	7,059	7,745	9,314
7	9,216	7,745	7,157	7,157	7,745	9,216	12,353
8	9,314	7,941	7,549	7,941	9,314	12,353	—

ТМ(8,4)-кодов наблюдается у кодов с соотношениями разрядов  $m_1/m_2 = 6/5$  и  $m_1/m_2 = 5/5 - 4480$ . Эти же коды обнаруживают максимальное число двукратных ошибок, а именно в классе необнаруживаемых 896 двукратных ошибок.

На рис. 4, а, представлены графики распределения необнаруживаемых ошибок по видам в долях необнаруживаемых ошибок каждого вида от общего числа необнаруживаемых ошибок. Как видим, в классе необнаруживаемых преимущественно симметричные ошибки. Следует заметить, что для кодов с обнаружением любых ошибок с нечетными кратностями наибольший вклад в число необнаруживаемых составляют симметричные ошибки, тогда как ошибок других видов гораздо меньше. Для кодов, не обладающих свойством 100%-ного обнаружения ошибок с нечетными

Таблица 2. Характеристики обнаружения ошибок ТМ(8,4)-кодами

Номер кода	$m_1/m_2$	Распределение необнаруживаемых ошибок по кратностям $d$							$N_m$
		2	3	4	5	6	7	8	
1	8/2	2048	0	2880	0	1088	0	64	6080
2	8/3	1664	0	2560	0	960	0	0	5184
3	8/4	1536	0	2560	0	768	0	64	4928
4	8/5	1664	0	2560	0	960	0	0	5184
5	8/6	2048	0	2880	0	1088	0	64	6080
6	8/7	2688	0	4480	0	896	0	0	8064
7	7/2	1920	384	1920	1280	128	384	0	6016
8	7/3	1408	640	1280	1280	320	128	0	5056
9	7/4	1152	768	1280	1024	192	256	0	4672
10	7/5	1152	768	1280	1024	192	256	0	4672
11	7/6	1408	640	1280	1280	320	128	0	5056
12	7/7	1920	384	1920	1280	128	384	0	6016
13	6/2	2048	0	2880	0	1088	0	64	6080
14	6/3	1408	640	1280	1280	320	128	0	5056
15	6/4	1024	1024	960	1024	512	0	64	4608
16	6/5	896	1152	960	768	576	128	0	4480
17	6/6	1024	1024	960	1024	512	0	64	4608
18	5/3	1664	0	2560	0	960	0	0	5184
19	5/4	1152	768	1280	1024	192	256	0	4672
20	5/5	896	1152	960	768	576	128	0	4480
21	4/4	1536	0	2560	0	768	0	64	4928

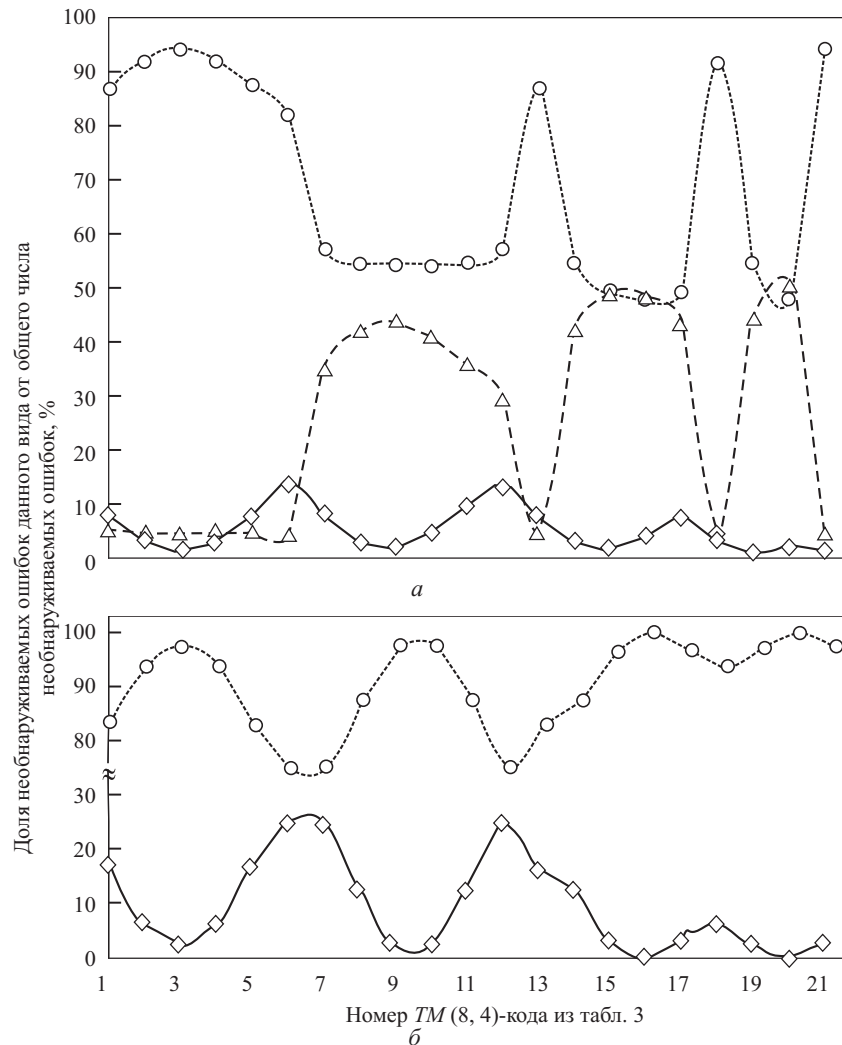


Рис. 4. Графики распределения необнаруживаемых  $TM(8,4)$ -кодами любых ошибок (а) и четырехкратных ошибок (б) по видам:  $\diamond$  — монотонные;  $\circ$  — симметричные;  $\nabla$  — асимметричные

кратностями, доля симметричных ошибок в классе необнаруживаемых несколько меньше и приблизительно равна доле асимметричных ошибок. Доля монотонных ошибок в классе необнаруживаемых минимальна и для большинства кодов составляет менее 10 %.

Рассматривая необнаруживаемые ошибки по кратностям и видам, можно заметить, что двукратные необнаруживаемые ошибки все являются симметричными, а трехкратные — асимметричными. При  $d = 4$  кодами  $TM(8,4)$

обнаруживаются любые асимметричные ошибки, но остаются необнаруживаемые монотонные и симметричные ошибки.

На рис. 4, б, дана графическая интерпретация распределения симметричных и монотонных четырехкратных ошибок  $TM(8,4)$ -кодами. Как видим, монотонные четырехкратные ошибки практически для всех двухмодульных кодов не превышают 20 % общего числа четырехкратных необнаруживаемых ошибок. Таким образом, симметричные ошибки представляют собой большинство четырехкратных ошибок, необнаруживаемых двухмодульными кодами.

Описанные закономерности характерны и для двухмодульных кодов с большей длиной информационного вектора. Анализируя таблицы, аналогичные табл. 1 и 2 при больших значениях  $m$ , можно заметить закономерности, присущие различным  $TM(m, k)$ -кодам.

Перечислим общие свойства  $TM(m, k)$ -кодов, характерные для любых двухмодульных кодов со значениями  $M_1 = M_2 = 4$  при любых множествах  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$ :

1.  $TM(m, k)$ -кодами обнаруживаются любые монотонные ошибки с кратностями  $d < 4$ .

2.  $TM(m, k)$ -коды, для которых одно из множеств содержит все информационные разряды, и  $TM(m, k)$ -коды, для которых выполнены условия  $\{D_i^1\} \cap \{D_i^2\} = \emptyset$ ,  $\{D_i^1\} \cup \{D_i^2\} = \{D\}$ , обнаруживают любые асимметричные ошибки с кратностями  $d < 6$ , а также все ошибки с нечетными кратностями; остальные  $TM(m, k)$ -коды обнаруживают любые асимметричные ошибки кратностью  $d = 4$ , однако содержат в классе необнаруживаемых часть асимметричных ошибок других кратностей.

3.  $TM(m, k)$ -коды в классе необнаруживаемых имеют симметричные ошибки любых четных кратностей.

4. 100 % двукратных необнаруживаемых  $TM(m, k)$ -кодами ошибок являются симметричными.

5. 100 % трехкратных необнаруживаемых  $TM(m, k)$ -кодами ошибок являются асимметричными.

Следует также указать способы построения  $TM(m, k)$ -кодов с наименьшим общим числом необнаруживаемых ошибок. В табл. 3 представлены варианты соотношений  $m_1/m_2$ , соответствующие таким двухмодульным кодам.

При построении контролепригодных дискретных систем на основе  $TM(m, k)$ -кодов могут быть использованы указанные выше свойства. Например, так как минимальная кратность необнаруживаемой монотонной ошибки в информационном векторе любого  $TM(m, k)$ -кода —  $d = 4$ , при условии, что схема объекта диагностирования имеет топологию, допускающую только монотонные проявления неисправностей, можно использовать следующий подход для контроля.

Выходы объекта диагностирования разбиваются на группы, в которых допустимы одиночные и монотонные ошибки с кратностями  $d = 2$  и  $d = 3$ . Каждая такая группа контролируется на основе  $TM(m, k)$ -кода с использованием отдельной СК, выходы каждой из которых объединяются на входах самопроверяемого компаратора для получения одного контрольного парафазного выхода. При этом, с учетом значительного уменьшения числа симметричных необнаруживаемых ошибок в  $TM(m, k)$ -кодах по сравнению с классическими кодами Бергера, вносимая в структуру устройства избыточность при ее преобразовании в контролепригодную структуру будет гораздо меньшей.

**Синтез контрольного оборудования для систем диагностирования по двухмодульным кодам с суммированием.** Коды  $TM(m, k)$  и  $TM^{EXP}(m, k)$  относятся к классу кодов с суммированием, а значит, удобным способом синтеза контрольного оборудования для них является использование стандартной элементной базы в виде сумматоров по модулю два, сумматоров и полусумматоров единиц [21]. Структурные схемы данных элементов представлены на рис. 5.

Полусумматор  $HA$ , имеющий два входа, и сумматор  $FA$ , имеющий три входа, предназначены для подсчета числа единичных разрядов на входах и снабжены двумя выходами, на которых формируется соответствующее двоичное число. Первый выход — это выход суммы  $S$ , а второй — выход переноса  $C$ . Сумматор по модулю два, имеющий два входа и один выход, реализует только операцию суммы без переноса значения в старший разряд. Данная элементная база удобна для реализации генераторов любых кодов с суммированием.

На рис. 6 представлена типовая структурная схема генераторов двухмодульных кодов с суммированием, включающая два сумматора единиц по модулю  $M = 4$ , а именно сумматоры  $\Sigma^1$  и  $\Sigma^2$ . Сумматор  $\Sigma^1$  подсчитывает наименьший неотрицательный вычет числа единичных разрядов в подмножестве  $\{D_i^1\}$ , формируя значения контрольных разрядов  $g_1$  и  $g_2$ .

Таблица 3. Варианты  $TM(m, k)$ -кодов с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок

Соотношение $m_1/m_2$ для $m$							
8	9	10	11	12	13	14	15
5/5	6/6	6/7	7/7	8/8	8/9	9/9	10/10
5/6		7/6	7/8		9/8	9/10	
6/5		7/7	8/7		9/9	10/9	

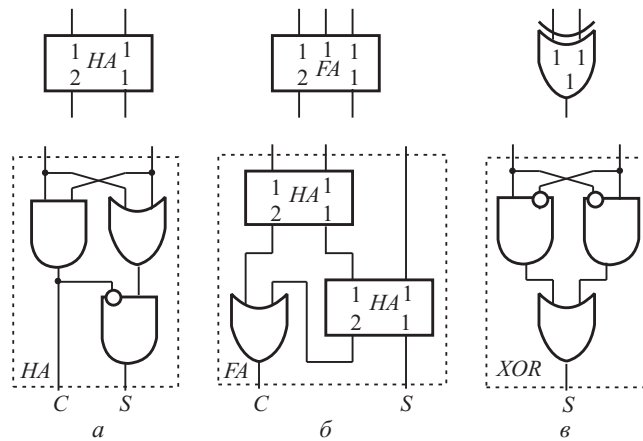


Рис. 5. Элементная база для реализации генераторов двухмодульных кодов (на входах и выходах каждого элемента указаны веса соответствующих разрядов двоичных чисел): *a* — полусумматор; *б* — полный сумматор; *в* — сумматор по модулю два

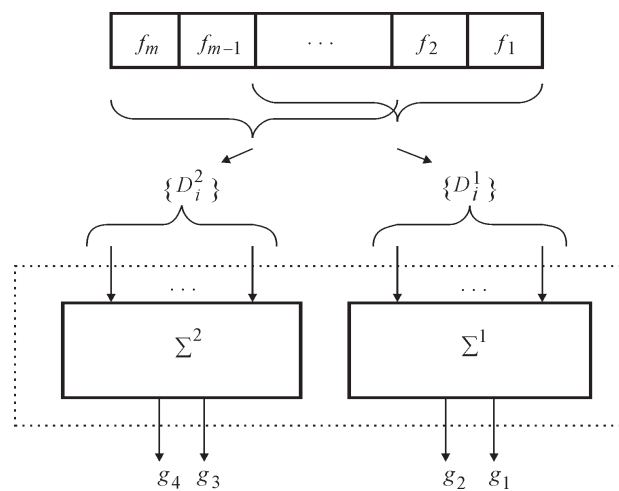


Рис. 6. Структурная схема генераторов двухмодульных кодов

Сумматор  $\Sigma^2$  выполняет аналогичную функцию для разрядов подмножества  $\{D_i^2\}$ , формируя значения контрольных разрядов  $g_3$  и  $g_4$ .

Сложность технической реализации генераторов кодов  $TM(m, k)$  и  $TM^{EXP}(m, k)$  определяется мощностью каждого подмножества разрядов информационного вектора  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$ . Фактически генератор двухмодульного кода с длиной информационного вектора  $m$  представляет собой два генератора более простых кодов с суммированием по модулю  $M=4$  с  $m_1$  и  $m_2$  информационными разрядами. Генераторы кодов  $TM(m, k)$  и  $TM^{EXP}(m, k)$ ,

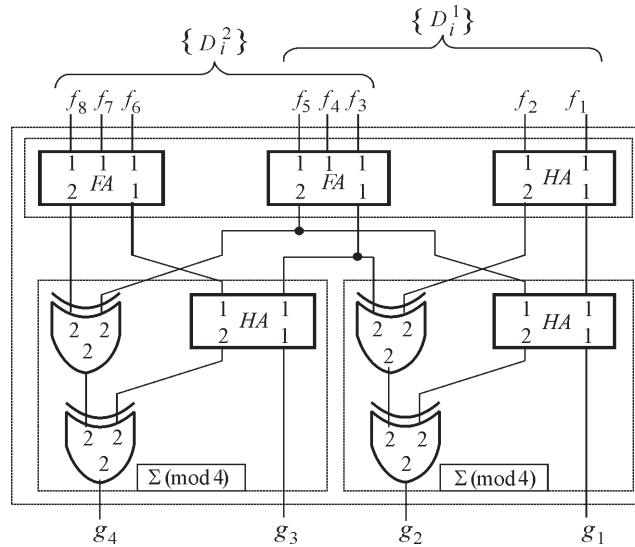


Рис. 7. Структурная схема генератора ТМ (8,4)-кода

как правило, гораздо более простые, чем генераторы классических  $S(m, k)$ -кодов. Генераторы двухмодульных кодов удобно синтезировать по следующему алгоритму:

1. Схема генератора реализуется в виде каскадного подключения двух блоков:  $B_1$  — формирователя первичных двухразрядных чисел и  $B_2$  — сумматора двухразрядных чисел в кольце вычетов по модулю  $M = 4$  двоичных чисел, полученных из разрядов отдельно для каждого подмножества  $\{D_i^1\}$  и  $\{D_i^2\}$ .

2. Определяется подмножество  $\{D_i^1\} \cap \{D_i^2\}$ .

3. Для разрядов из подмножества  $\{D_i^1\} \cap \{D_i^2\}$  с использованием  $HA$  и  $FA$  реализуются формирователи двухразрядных чисел.

4. Для разрядов из подмножеств  $\{D\} \setminus \{D_i^1\}$  и  $\{D\} \setminus \{D_i^2\}$  с использованием  $HA$  и  $FA$  также реализуются формирователи двухразрядных чисел.

5. Реализуется сумматор в кольце вычетов по модулю  $M = 4$   $h_1$  двухразрядных чисел, сформированных из разрядов подмножества  $\{D_i^1\}$ , для чего используется  $h_1 - 1$  стандартный сумматор по модулю  $M = 4$  ( $\Sigma \pmod{4}$ ) [39].

6. Реализуется сумматор в кольце вычетов по модулю  $M = 4$   $h_2$  двухразрядных чисел, сформированных из разрядов подмножества  $\{D_i^2\}$ , для чего используется  $h_2 - 1$  элемент  $\Sigma \pmod{4}$ .

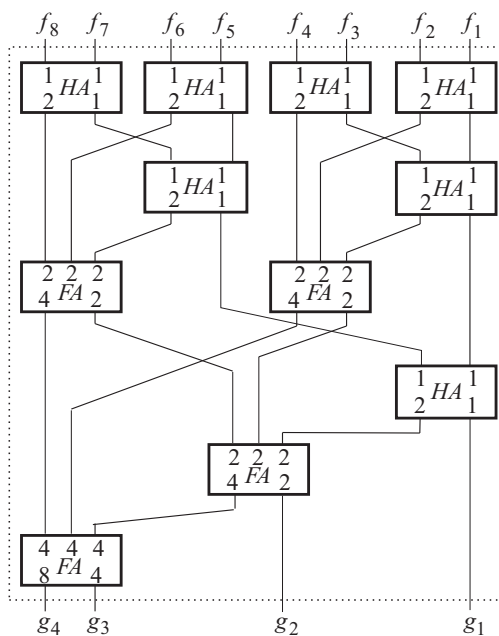
На рис. 7 представлена схема генератора ТМ (8, 4)-кода при соотношении  $m_1/m_2 = 5/6$ . Для такого кода подмножества разрядов информационного



Рис. 8. Структурная схема генератора  $S(8,4)$ -кода

вектора следующие:  $\{D_i^1\} = \{f_1; f_2; f_3; f_4; f_5\}$  и  $\{D_i^2\} = \{f_3; f_4; f_5; f_6; f_7; f_8\}$ . Пересечение подмножеств имеет вид  $\{D_i^1\} \cap \{D_i^2\} = \{f_3; f_4; f_5\}$ . Таким образом, при реализации первого каскада генератора формирователь суммы разрядов  $f_3, f_4$  и  $f_5$  является общим для обоих подмножеств разрядов и участвует в вычислении как контрольных разрядов  $g_1, g_2$ , так и контрольных разрядов  $g_3, g_4$ .

Для сравнения на рис. 8 приведена схема генератора  $S(8,4)$ -кода, который имеет гораздо бо-



лее сложную структуру. Генераторы кодов  $RS(m, k)$  и  $RS^{EXP}(m, k)$  практически сравнимы по сложности с генераторами  $S(m, k)$ -кодов, что следует из особенностей построения данных кодов [30, 31]. Фактически, генераторы модифицированных кодов Бергера строятся из генераторов  $S(m, k)$ -кодов посредством удаления из схемы всех элементов, реализующих старший контрольный разряд и замены его элементами реализации функции поправочного коэффициента  $\alpha$ . Поскольку последняя является сверткой по модулю два части разрядов информационного вектора, она может быть получена из промежуточных точек вывода в подсхеме формирования значения младшего контрольного разряда.

В табл. 4 приведены показатели сложности контрольного оборудования для кодов с суммированием единичных информационных разрядов с числом информационных разрядов  $m = 8 \div 15$  и указан состав генераторов в виде  $G(f) = n_1 \times FA + n_2 \times HA + n_3 \times XOR$ , где  $n_1, n_2, n_3$  — число стандартных функциональных элементов в генераторе. Приведены также данные для кодов  $TM(m, k)$  и  $S(m, k)$  при «половинном разбиении» разрядов информационного вектора [36, 37] и кода  $RS(m, k)$ , для которого поправочный коэффициент  $\alpha$  вычисляется как сумма по модулю два  $\lfloor m/2 \rfloor$  разрядов информационного вектора [30, 31]. В качестве базовых единиц измерения сложности принято число входов внутренних логических элементов  $L$  [20]: для сумматора  $XOR$   $L_{XOR} = 6$ , для  $HA$   $L_{HA} = 6$ , для  $FA$   $L_{FA} = 14$  (см. рис. 5).

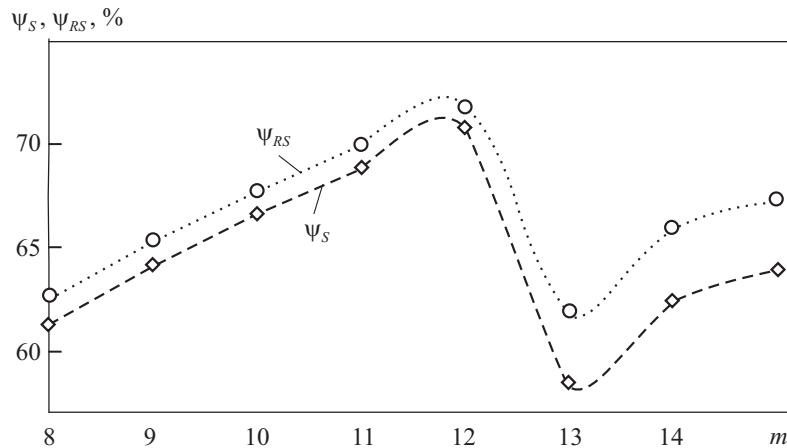
В двух последних столбцах табл. 4 указаны показатели сложности технической реализации генераторов двухмодульных кодов с суммированием единичных информационных разрядов, рассчитанные по формулам

$$\psi_S = \frac{L_{TM}}{L_S} 100\%, \quad \psi_{RS} = \frac{L_{TM}}{L_{RS}} 100\%,$$

где  $L_{TM}$ ,  $L_S$  и  $L_{RS}$  — показатели сложности технической реализации генераторов соответственно кодов  $TM(m, k)$ ,  $S(m, k)$  и  $RS(m, k)$ . Коэффициенты  $\psi_S$  и  $\psi_{RS}$  показывают долю сложности генераторов  $TM(m, k)$ -кодов по сравнению с генераторами кодов  $S(m, k)$  и  $RS(m, k)$ .

Таблица 4. Показатели сложности технической реализации генераторов кодов с суммированием

$m$	Состав генератора	$TM(m, k)$	$S(m, k)$	$RS(m, k)$	$\psi_S, \%$	$\psi_{RS}, \%$
8	$G(f)_{TM} = 6 \times HA + 4 \times XOR$ $G(f)_S = 6 \times FA + 7 \times HA$ $G(f)_{RS} = 3 \times FA + 7 \times HA + 2 \times XOR$	60	98	96	61,224	62,5
9	$G(f)_{TM} = 1 \times FA + 5 \times HA + 4 \times XOR$ $G(f)_S = 5 \times FA + 6 \times HA$ $G(f)_{RS} = 4 \times FA + 6 \times HA + 2 \times XOR$	68	106	104	64,151	65,385
10	$G(f)_{TM} = 2 \times FA + 4 \times HA + 4 \times XOR$ $G(f)_S = 6 \times FA + 5 \times HA$ $G(f)_{RS} = 5 \times FA + 5 \times HA + 2 \times XOR$	76	114	112	66,667	67,857
11	$G(f)_{TM} = 3 \times FA + 3 \times HA + 4 \times XOR$ $G(f)_S = 7 \times FA + 4 \times HA$ $G(f)_{RS} = 6 \times FA + 4 \times HA + 2 \times XOR$	84	122	120	68,852	70
12	$G(f)_{TM} = 4 \times FA + 2 \times HA + 4 \times XOR$ $G(f)_S = 8 \times FA + 3 \times HA$ $G(f)_{RS} = 7 \times FA + 3 \times HA + 2 \times XOR$	92	130	128	70,769	71,875
13	$G(f)_{TM} = 4 \times FA + 3 \times HA + 5 \times XOR$ $G(f)_S = 8 \times FA + 10 \times HA + 1 \times XOR$ $G(f)_{RS} = 6 \times FA + 10 \times HA + 4 \times XOR$	104	178	168	58,427	61,905
14	$G(f)_{TM} = 4 \times FA + 4 \times HA + 6 \times XOR$ $G(f)_S = 9 \times FA + 9 \times HA + 1 \times XOR$ $G(f)_{RS} = 7 \times FA + 9 \times HA + 4 \times XOR$	116	186	176	62,366	65,909
15	$G(f)_{TM} = 5 \times FA + 3 \times HA + 6 \times XOR$ $G(f)_S = 10 \times FA + 8 \times HA + 1 \times XOR$ $G(f)_{RS} = 8 \times FA + 8 \times HA + 4 \times XOR$	124	194	184	63,918	67,391

Рис. 9. Показатели  $\psi_S$  и  $\psi_{RS}$  для двухмодульных кодов с  $m = 8 \div 15$ 

Зависимости показателей  $\psi_S$  и  $\psi_{RS}$  от значения  $m$  графически представлены на рис. 9, из которого видно, что значения  $\psi_S$  и  $\psi_{RS}$  не превышают 75%. С увеличением значения  $m$  от  $m = 8$  до  $m = 12$  значения обоих показателей возрастают приблизительно от 60% до 75%, что связано с особенностью используемой элементной базы и ограничениями по числу входов в каждый из стандартных элементов. При  $m = 13$  сложность технической реализации генераторов каждого кода с суммированием существенно возрастает, так как требуется еще один каскад суммирования двоичных чисел по сравнению со структурами для  $m = 8 \div 12$ . Однако значения показателей  $\psi_S$  и  $\psi_{RS}$  существенно уменьшаются, почти достигая уровня своих значений при  $m = 8$ . Затем, при увеличении значения  $m$ , зависимость сохраняется, т.е. значения коэффициентов постепенно увеличиваются.

Таким образом, генераторы двухмодульных кодов с суммированием единичных информационных разрядов имеют более простые структуры, чем генераторы других известных кодов с суммированием единичных информационных разрядов.

## Выводы

Представленный способ построения кода с суммированием обобщает все известные методы модификации классических кодов с суммированием единичных информационных разрядов. Нетрудно установить последовательность действий при модификации и сформировать полную классификацию кодов с суммированием с числом контрольных разрядов  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$  (это избыточность классического кода Бергера). Уменьшая значения модулей

при построении кодов с суммированием, можно строить и коды с меньшей избыточностью:  $k < \lceil \log_2(m+1) \rceil$ .

Рассмотренные двухмодульные коды с суммированием единичных информационных разрядов со счетом по модулю четыре обладают улучшенными характеристиками по сравнению с известными кодами  $S(m, k)$ ,  $RS(m, k)$  и  $RS^{EXP}(m, k)$ . При этом наблюдается существенное улучшение характеристик обнаружения двукратных ошибок по сравнению с классическими кодами Бергера и уменьшение общего числа необнаруживаемых ошибок по сравнению с кодами  $RS(m, k)$  и  $RS^{EXP}(m, k)$ . Установленные свойства двухмодульных кодов со счетом по модулю четыре позволяют сформулировать критерии их использования при синтезе систем с обнаружением ошибок.

Двухмодульные коды с суммированием единичных информационных разрядов являются классом  $(m, k)$ -кодов, использование которых перспективно при решении задач построения контролепригодных и надежных дискретных систем автоматики и вычислительной техники.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Христов Х.А., Гавзов Д.В. Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики. Под ред. Вл.В. Сапожникова. М.: Транспорт, 1995, 272 с.
2. Pradhan D.K. Fault-Tolerant Computer System Design. NY: Prentice Hall, 1996, 560 p.
3. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. NJ: John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
4. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
5. Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T. Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source). Information Science Reference. Hershey. NY, IGI Global, 2011, 578 p.
6. Системы управления движением поездов на перегонах: учеб. для вузов ж.-д. транспорта. Ч. 2, 3 / В.М. Лисенков, П.Ф. Бестемьянов, В.Б. Леушин и др. Под ред. В.М. Лисенкова. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2009, 324 с.
7. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, 2017. September 29 — October 2, p. 25—28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
8. Пархоменко П.П., Согомонян Е.С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства). М.: Энергоатомиздат, 1981, 320 с.
9. McCluskey E.J. Logic Design Principles: With Emphasis on Testable Semicustom Circuits. NJ: Prentice Hall PTR, 1986, 549 p.
10. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989, 208 с.

11. Nicolaidis M., Zorian Y. On-Line Testing for VLSI — A Compendium of Approaches // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. 1998, №12, p. 7—20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.
12. Matrosova A.Yu., Levin I., Ostanin S.A. Self-Checking Synchronous FSM Network Design with Low Overhead // VLSI Design. 2000, Vol. 11, Issue 1, p. 47—58. DOI: 10.1155/2000/46578.
13. Mitra S., McCluskey E.J. Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proc. of International Test Conference, 2000. USA, Atlantic City, NJ, 2000, October 03-05, p. 985—994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
14. Kubalik P., Kubátová H. Parity Codes Used for On-Line Testing in FPGA // Acta Polytechnica. 2005, Vol. 45, No. 6, p. 53—59.
15. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / А.В. Дрозд, В.С. Харченко, С.Г. Антошук и др. Под ред. А.В. Дрозда и В.С. Харченко. — Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», 2012, 614 с.
16. Kharchenko V., Kondratenko Yu., J. Kasprzyk J. Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures. / Springer Book series “Studies in Systems, Decision and Control”. 2017, Vol. 74, 305 p. DOI 10.1007/978-3-319-44162-7.
17. Hamming R.W. Coding and Information Theory: 2 Sub Edition. NY.: Prentice-Hall, 1986, 272 p.
18. Lala P.K. Principles of Modern Digital Design. NJ: John Wiley & Sons, 2007, 436 p.
19. Дрозд А.В. Нетрадиционный взгляд на рабочее диагностирование вычислительных устройств // Проблемы управления. 2008, №2, с. 48—56.
20. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Самопроверяемые дискретные устройства. — СПб: Энергоатомиздат, 1992, 224 с.
21. Piestrak S.J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
22. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov V.I. Generalized Algorithm of Building Summation Codes for the Tasks of Technical Diagnostics of Discrete Systems // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, September 29 — October 2, 2017, p. 365—371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
23. Berger J.M. A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. 1961, Vol. 4, Issue 1, p. 68—73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
24. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2010, №6, с. 155—162.
25. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // Изв. вузов. Приборостроение. 2015, 58, №5, с. 333—343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
26. Morosow A., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I.V., Goessel M. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs // VLSI Design. 1998, Vol. 5, Issue 4, p. 333—345. DOI: 10.1155/1998/20389.
27. Sapozhnikov V.V., Morosov A., Sapozhnikov V.I.V., Göessel M. A New Design Method for Self-Checking Unidirectional Combinational Circuits // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. 1998, Vol. 12, Issue 1-2, p. 41—53. DOI: 10.1023/A:1008257118423.
28. Ostanin S. Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, 2017, September 29 — October 2, p. 696—699. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
29. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Условия обнаружения неисправности логического элемента в комбинационном устройстве при функциональном контроле на основе кода Бергера // Автоматика и телемеханика. 2017, № 5, с. 152—165.

30. Blyudov A., Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. Properties of Code with Summation for Logical Circuit Test Organization // Proc. of 10th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2012). Kharkov, Ukraine, 2012, September 14-17, p. 114—117. DOI: 10.1109/EWDTS.2013.6673150.
31. Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов // Электрон. моделирование. 2012, **34**, № 6, с. 17—29.
32. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Blyudov A. On the Problem of Selection of Code with Summation for Combinational Circuit Test Organization // Proc. of 11th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2013). Rostov-on-Don, Russia, 2013, September 27-30, p. 261—266. DOI: 10.1109/EWDTS.2013.6673133.
33. Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2014, № 8, с. 131—145.
34. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Эффективный способ модификации кодов с суммированием единичных информационных разрядов // Изв. вузов. Приборостроение. 2017, **60**, № 11, с. 1020—1032. DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-11-1020-1032.
35. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. Generic Two-Modulus Sum Codes for Technical Diagnostics of Discrete Systems Problems // Proc. of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016). Yerevan, Armenia, 2016, October 14-17, p. 256—260. DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807713.
36. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Schagina V. The Analysis of Two-Modulus Codes Detection Ability with Summation of Unit Data Bits Compared to Classical and Modified Berger Codes // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, 2017, September 29 — October 2, p. 141—148. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110134.
37. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V. Two-Modulus Codes with Summation of One-Data Bits for Technical Diagnostics of Discrete Systems // Automatic Control and Computer Sciences. 2018, Vol. 52, Issue 1, p. 1—12. DOI: 10.3103/S0146411618010029.
38. Das D., Toubia N.A. Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. 1999, Vol. 15, Issue 1-2, p. 145—155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.
39. Ефанов Д.В. Способ синтеза генераторов взвешенных кодов с суммированием // Изв. вузов. Физика. 2016, **59**, № 8/2, с. 33—36.

Получена 28.11.17

## REFERENCES

1. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V., Khristov, H.A. and Gavzov, D.V. (1995), *Metody postroeniya bezopasnyh mikroelektronnyh sistem zheleznodorozhnoi avtomatiki* [Methods for constructing safety microelectronic systems for railway automation], Ed. Vl.V. Sapozhnikov, Transport, Moscow, Russia.
2. Pradhan, D.K. (1996), *Fault-tolerant computer system design*, Prentice Hall, New York, USA.
3. Fujiwara, E. (2006), *Code design for dependable systems: Theory and practical applications*, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.

4. Göessel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E. and Marienfeld, D. (2008), New methods of concurrent checking, Edition 1, Springer Science+Business Media B.V., Dodrecht, Netherlands.
5. Ubar, R., Raik, J. and Vierhaus, H.-T. (2011), Design and test technology for dependable systems-on-chip (Premier Reference Source), Information Science Reference, IGI Global, Hershey-New York, USA.
6. Lisenkov, V.M., Bestemyanov, P.F., Leushin, V.B., et al. (2009), *Sistemy upravleniya dvizheniem poezdov na peregonakh: Uchebnik dlya VUZov Zh.-d. Transporta, Chast. 2, 3* [Traffic control systems on the trains: Manual for Inst. of Railway Transport, part 2, 3], Ed. V.M. Lisenkov, Uchebno-metodicheskiy tsentr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte, Moscow, Russia.
7. Tshagharyan, G., Harutyunyan, G., Shoukourian, S. and Zorian, Y. (2017), Experimental study on Hamming and Hsiao codes in the context of embedded applications, *Proceedings of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, Sept. 29-Oct. 2, 2017, pp. 25-28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
8. Parkhomenko, P.P. and Sogomonyan, E.S. (1981), *Osnovy tekhnicheskoi diagnostiki (optimizatsiya algoritmov diagnostirovaniya, apparaturnyye sredstva)* [Basics of technical diagnostics (optimization of diagnostic algorithms and equipment)], Energoatomizdat, Moscow, USSR.
9. McCluskey, E.J. (1986), Logic design principles: With emphasis on testable semicustom circuits, Prentice Hall PTR, New Jersey, USA.
10. Sogomonyan, E.S. and Slabakov, E.V. (1989), *Samoproveryaemye ustroystva i otkazostoichivyye sistemy* [Self-checking devices and failover systems], Radio i svyaz, Moscow, USSR.
11. Nicolaidis, M. and Zorian, Y. (1998), On-Line Testing for VLSI – A Compendium of Approaches, *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, no. 12, pp. 7-20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.
12. Matrosova, A.Yu., Levin, I. and Ostanin, S.A. (2000), Self-checking synchronous FSM network design with low overhead, *VLSI Design*, Vol. 11, Iss. 1, pp. 47-58. DOI: 10.1155/2000/46578.
13. Mitra, S. and McCluskey, E.J. (2000), Which concurrent error detection scheme to choose?, *Proceedings of International Test Conference*, USA, Atlantic City, NJ, October 03-05, 2000, pp. 985-994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
14. Kubalik, P. and Kubátová, H. (2005), Parity codes used for on-line testing in FPGA, *Acta Polytechnica*, Vol. 45, no. 6, pp. 53-59.
15. Drozd, A.V., Kharchenko, V.S., Antoschuk, S.G., et al. (2012), *Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayuschikh sistem* [On-line testing for safe instrumentation and control systems], Natsionalny Aerokosmicheskii Universitet «KhAI», Kharkov, Ukraine.
16. Kharchenko, V., Kondratenko, Yu. and Kacprzyk, J. (2017), Green IT engineering: Concepts, models, complex systems architectures, Springer Book Series Studies in Systems, Decision and Control, Vol. 74. DOI 10.1007/978-3-319-44162-7.
17. Hamming, R.W. (1986), Coding and information theory: 2 Sub-edition, Prentice-Hall, New York, USA.
18. Lala, P.K. (2007), Principles of modern digital design, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.
19. Drozd, A.V. (2008), “Untraditional view on operational diagnostics of computing devices”, *Problemy upravleniya*, no. 2, pp. 48-56.
20. Sapozhnikov, V.V., and Sapozhnikov, V.I. (1992), *Samoproveryaemye diskretnyye ustroystva* [Self-checking discrete devices], Energoatomizdat, St. Petersburg, Russia.

21. Piestrak, S.J. (1995), Design of self-testing checkers for unidirectional error detecting codes, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, Poland.
22. Efanov, D., Sapozhnikov, V. and Sapozhnikov, Vl. (2017), Generalized algorithm of building summation codes for the tasks of technical diagnostics of discrete systems, *Proceedings of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, Sept. 29-Oct. 2, 2017, pp. 365-371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
23. Berger, J.M. (1961), A note on error detection codes for asymmetric channels, *Information and Control*, Vol. 4, Iss. 1, pp. 68-73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
24. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, Vl.V. (2010), "On sum code properties in concurrent error detection systems", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 6, pp. 155-162.
25. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V. and Efanov, D.V. (2015), "Errors classification in information vectors of systematic codes", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, Vol. 58, no. 5, pp. 333-343. DOI 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
26. Morosow, A., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V. and Goessel, M. (1998), Self-checking combinational circuits with unidirectionally independent outputs, *VLSI Design*, Vol. 5, Iss. 4, pp. 333-345. DOI: 10.1155/1998/20389.
27. Saposhnikov, V.V., Morosov, A., Saposhnikov, Vl.V. and Göessel M. (1998), A new design method for self-checking unidirectional combinational circuits, *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, Vol. 12, Iss. 1-2, pp. 41-53. DOI: 10.1023/A:1008257118423.
28. Ostanin, S. (2017), Self-checking synchronous FSM network design for path delay faults, *Proceedings of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, Sept. 29-Oct. 2, 2017, pp. 696-699. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
29. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, Vl.V. (2017), "Conditions for detecting a logical element fault in a combination device under concurrent checking based on Berger's code", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 5, pp. 152-165.
30. Blyudov, A., Efanov, D., Sapozhnikov, V. and Sapozhnikov, Vl. (2012), Properties of code with summation for logical circuit test organization, *Proceedings of the 10th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2012)*, Kharkov, Ukraine, September 14-17, 2012, pp. 114-117. DOI: 10.1109/EWDTS.2013.6673150.
31. Blyudov, A.A., Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, Vl.V. (2012), "Formation of the Berger modified code with the minimum number of undetectable errors of data bits", *Electronnoe modelirovanie*, Vol. 34, no. 6, pp. 17-29.
32. Efanov, D., Sapozhnikov, V., Sapozhnikov, Vl. and Blyudov, A. (2013), On the problem of selection of code with summation for combinational circuit test organization, *Proceedings of the 11th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2013)*, Rostov-on-Don, Russia, September 27-30, 2013, pp. 261-266. DOI: 10.1109/EWDTS.2013.6673133.
33. Blyudov, A.A., Efanov, D.V. Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, Vl.V. (2014), "On codes with summation of data bits in concurrent error detection systems", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 8, pp. 113-145.
34. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V. and Efanov, D.V. (2017), "Effective method of modifying code with on-bits summation", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, Vol. 60, no. 11, pp. 1020-1032. DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-11-1020-1032.
35. Efanov, D., Sapozhnikov, V. and Sapozhnikov, Vl. (2016), Generic two-modulus sum codes for technical diagnostics of discrete systems problems, *Proceedings of the 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016)*, Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, pp. 256-260. DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807713.
36. Efanov, D., Sapozhnikov, V., Sapozhnikov, Vl. and Schagina, V. (2017), The analysis of two-modulus codes detection ability with summation of unit data bits compared to classical and modified Berger codes, *Proceedings of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, Sept. 29-Oct. 2, 2017, pp. 141-148. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110134.



37. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, VI.V. (2018), Two-modulus codes with summation of one-data bits for technical diagnostics of discrete systems, *Automatic Control and Computer Sciences*, Vol. 52, Iss. 1, pp. 1-12. DOI: 10.3103/S0146411618010029.
38. Das, D. and Touba, N.A. (1999), Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on Bose-Lin codes, *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, Vol. 15, Iss. 1-2, pp. 145-155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.
39. Efanov, D.V. (2016), "The method of weighted code with summation generator synthesis", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Physics*, Vol. 59, no. 8/2, pp. 33-36.

Received 28.11.17

*Д.В. Ефанов, В.В. Сапожников, Вл.В. Сапожников*

#### ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОМОДУЛЬНИХ КОДІВ З ПІДСУМОВУВАННЯМ ОДИНИЧНИХ РОЗРЯДІВ З ОБЧИСЛЕННЯМ ПО МОДУЛЮ ЧОТИРИ

Проаналізовано способи побудови кодів з підсумовуванням одиничних інформаційних розрядів. Окрім класичного коду з підсумовуванням (коду Бергера) існує сім'я модифікованих кодів, побудова яких здійснюється за допомогою виділення контрольованих підмножин розрядів інформаційного вектора. Встановлено зв'язок між способами модифікації класичного коду Бергера та запропоновані нові двомодульні коди з підсумовуванням одиничних інформаційних розрядів. Проаналізовано також способи побудови двомодульних кодів з підсумовуванням і описано їх особливості та характеристики. Наведено загальну структурну схему генераторів двомодульних кодів з підсумовуванням.

*Ключові слова: технічна діагностика, код з підсумовуванням, модифікований код Бергера, двомодульний код з підсумовуванням, помилка, що не виявляється.*

*D.V. Efanov, V.V. Sapozhnikov, VI.V. Sapozhnikov*

#### THE RESEARCH OF TWO-MODULUS CODES WITH SUMMATION OF UNIT BITS WITH CALCULATION BY MODULO "FOUR"

The methods of codes with summation of unit bits construction are analyzed. In addition to the classical sum code (Berger code), there is a family of modified codes, which are built through the allocation of controlled subsets of data vector's bits. The connection between the methods of the classical Berger code modification is determined and new two-module codes with summation of unit data bits are proposed. The methods of two-module sum codes construction are also analyzed; their features and characteristics are described. The general block diagram of two-module sum code generators is presented.

*Keywords: technical diagnostics, sum code, modified Berger code, two-module sum code, undetectable error.*

*ЕФАНОВ Дмитрий Викторович, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Российского университета транспорта (МИИТ), руководитель направления систем мониторинга и диагностики ООО «ЛокоТех-Сигнал». В 2007 г. окончил Петербургский государственный университет путей сообщения. Область научных исследований — дискретная математика, надежность и техническая диагностика дискретных систем.*

*САПОЖНИКОВ Валерий Владимирович, д-р техн. наук, профессор кафедры автоматики и телемеханики на железных дорогах Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. В 1963 г. окончил Ленинградский ин-т инженеров железнодорожного транспорта. Область научных исследований — надежность синтез дискретных устройств, синтез безопасных систем, синтез самопроверяемых схем, техническая диагностика дискретных систем.*

*САПОЖНИКОВ Владимир Владимирович, д-р техн. наук, профессор кафедры автоматики и телемеханики на железных дорогах Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. В 1963 г. окончил Ленинградский ин-т инженеров железнодорожного транспорта. Область научных исследований — надежность синтез дискретных устройств, синтез безопасных систем, синтез самопроверяемых схем, техническая диагностика дискретных систем.*