

УДК 620.179.14

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
НАМАГНИЧЕННОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ МЕТАЛЛА**

В. С. Безкорвайный, Ю. В. Ливцов, О. В. Тарасенко, В. В. Яковенко

Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля
кварт. Молодежный, 20А, г. Луганск, 91034, Украина. E-mail: volk_7@ukr.net

Рассмотрены особенности деталей, подвергаемых накатке, конструкция магнитной системы датчика контроля структуры поверхностного слоя металла. Определена необходимость разработки методов и приборов для проведения качественных измерений параметров поверхностного накатанного слоя металла колесной оси. Предложены две математические модели векторного поля намагниченности в контролируемой оси колесной пары подвижного состава и в магнитопроводе датчика. Одна модель предназначена для расчета и анализа плоскопараллельного поля в двухслойном ферромагнитном материале и в сердечнике П-образного намагничивающего устройства, вторая – для анализа трехмерного магнитного поля. Задачи по расчету полей вычисляются посредством численного решения интегральных векторных уравнений. Приведены аналитические зависимости для расчета коэффициентов систем алгебраических уравнений. Предложены формулы для расчета напряженности поля, создаваемого катушками с током.

Ключевые слова: намагничивание, катушка, интегральное уравнение, датчик.

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НАМАГНИЧЕНОГО
ПОВЕРХНЕВОГО ШАРУ МЕТАЛУ**

В. С. Безкорвайный, Ю. В. Лівцов, О. В. Тарасенко, В. В. Яковенко

Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля
кварт. Молодіжний, 20А, м. Луганськ, 91034, Україна. E-mail: volk_7@ukr.net

Розглянуті особливості деталей, що підлягають накатці та конструкція магнітної системи датчика контролю структури поверхневого шару металу. Визначена необхідність розробки методів і приладів для проведення якісних вимірювань параметрів поверхневого накатаного шару металу колісної осі. Запропоновано дві математичні моделі векторного поля намагніченості в контрольованій осі колісної пари рухомого складу й в магнітопроводі датчика. Одна модель призначена для розрахунку й аналізу плоскопараллельного поля в двошаровому ферромагнітному матеріалі й в осерді П-образного намагнічуючого пристрою, друга – для аналізу тривимірного магнітного поля. Задачі з розрахунку полів розв'язуються за допомогою чисельного рішення інтегральних векторних рівнянь. Наведено аналітичні залежності для розрахунку коефіцієнтів систем алгебраїчних рівнянь. Запропоновано формули для розрахунку напруженості поля, що створюється катушками зі струмом.

Ключові слова: намагнічення, катушка, інтегральне рівняння, датчик.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Особенностью деталей, подвергаемых накатке, являются различные виды материала, различная геометрическая форма и размеры. Так, например, для изготовления тепловозной оси колесной пары применяются стали марок Ст40, Ст45 с шестью различными диаметрами на одной оси и четырьмя галтельными переходами, а также различного диаметра и твердостью в упрочненном состоянии – HV 170МПа.

На основе проведенного анализа существующих приборов и методик можно сделать вывод, что в данный момент нет прибора, который мог бы провести качественные измерения параметров поверхностного накатанного слоя металла, таких как твердость и толщина упрочненного слоя, а также то, что наиболее подходящими для этих целей являются магнитные методы.

Определение магнитных параметров в условиях производства осложнено тем, что, кроме сложности геометрической формы изделия и различных размеров, измерения могут проводиться в запыленной и увлажненной среде, а это является еще одним необходимым условием, которое необходимо учесть при проектировании прибора.

Целью исследования является разработка математической модели магнитной системы датчика контроля структуры поверхностного слоя металла.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.

Конструкция магнитной системы датчика

Упрощенная модель магнитной системы с П-образным приставным электромагнитом приведена на рис. 1.

На магнитопроводе 3 расположены две катушки 4. Ядро магнитопровода и основание полюсов используются для размещения магниточувствительных элементов, в качестве которых применяются преобразователи Холла и феррозонд. Поскольку колесная ось тепловоза (вагона) ступенчатая и имеет несколько участков различного диаметра, то используются несколько датчиков с различными геометрическими параметрами.

Упрощенная модель плоскопараллельного магнитного поля вектора намагниченности датчика

Линейные размеры датчика (40×60 мм) меньше радиуса контролируемой оси колесной пары (240 мм), и задача рассматривается в прямоугольной системе координат.

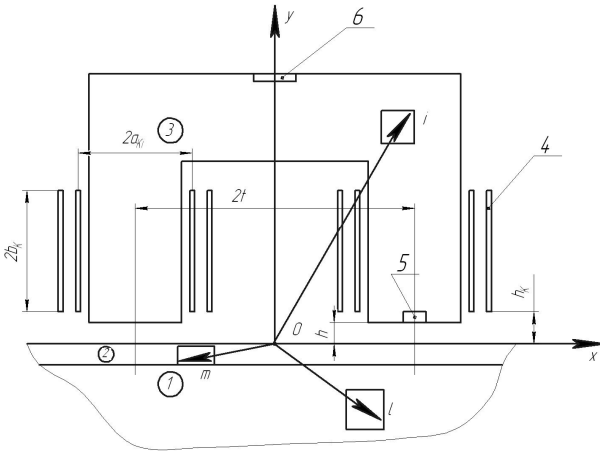


Рисунок 1 – Модель магнитної системи
вимірювального преобразувача:

- 1 – сердцевина; 2 – накатаний (упрочнений) слой; 3 – магнітопровід; 4 – катушка; 5 – вимірювач магнітної індукції; 6 – вимірювач напруженності магнітного поля; b_K – висота катушки (10 мм); a_{Ki} – внутрішній діаметр (7,25 мм); t – міжосеве відстання (22,5 мм); h – відстань між контролюваною поверхністю і магнітопроводом (0,06–0,15 мм); h_K – відстань між контролюваною поверхністю і катушкою

Поскольку магнитоизмерительные преобразователи расположены на средней линии сердечника, то можно решить задачу по расчету магнитного поля в плоскости R^2 , где R в данном случае – это расстояние между точками источника и наблюдения (плоскопараллельное поле), что значительно сократит время и объем вычислений.

В качестве исходного выбирается интегральное уравнение [1]

$$\begin{aligned} \bar{H}(Q) = & \\ = -\frac{1}{2\pi} \text{grad}_Q \int_S \bar{M}(P) \text{grad}_P \left(\ln \frac{1}{r_{PQ}} \right) dS_P + \bar{H}_{CT}, \end{aligned} \quad (1)$$

где Q, P – точки источника и наблюдения $P \in S$; $Q \in S$; $\bar{M}(P)$ – вектор намагниченности; r_{PQ} – модуль вектора, проведенного из точки P в точку Q ; \bar{H}_{CT} – вектор напряженности стороннего магнитного поля; S – общая рассматриваемая площадь; S_p – площадь области решения.

Намагниченность \bar{M} является функцией напряженности магнитного поля $\bar{M} = M(H)$.

Если использовать равенство

$$\text{div}(\varphi \cdot \bar{M}) = \varphi \text{div} \bar{M} + \bar{M} \text{grad} \varphi,$$

где φ – угол между линиями векторов, то уравнение (1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{H}(Q) = & -\frac{1}{2\pi} \text{grad}_Q \int_S \bar{M}(P) \text{grad}_P \left(\ln \frac{1}{r_{PQ}} \right) dS_P + \\ + \bar{H}_{CT} = & -\frac{1}{2\pi} \text{grad}_Q \int_S \text{div} \bar{M}(P) \ln \frac{1}{r_{PQ}} dS_P + \\ + \frac{1}{2\pi} \text{grad}_Q \int_S \ln \frac{1}{r_{PQ}} \text{div} \bar{M}(P) dS_P = & \\ = -\frac{1}{2\pi} \text{grad}_Q \oint_L M_n(T) \ln \frac{1}{r_{PQ}} dl_T + & \\ + \frac{1}{2\pi} \int_S \ln \frac{1}{r_{PQ}} \text{div} \bar{M}(P) dS_P + \bar{H}_{CT}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $M_n(T)$ – нормальная составляющая вектора \bar{M} к линии, ограничивающей площадь S ; T – точка на линии L ; dl_T – бесконечно малый магнитный элемент линии L .

При разбиении площади S на элементарные площадки (ЭП), в пределе которых $\bar{M} = \text{const}$, $\text{div} \bar{M}(P) = 0$, выражение (2) переписывается так:

$$\begin{aligned} \bar{H}(Q) = & -\frac{1}{2\pi} \text{grad}_Q \oint_L M_n(T) \ln \frac{1}{r_{PQ}} dl_T + \bar{H}_{CT}(Q) = \\ = \frac{1}{2\pi} \oint_L M_n(T) \ln \frac{1}{r_{PQ}} dl_T + \bar{H}_{CT}(Q). \end{aligned} \quad (3)$$

При разбиении площади S на элементарные площадки, выражение (3) сведется к следующему алгебраическому уравнению:

$$\bar{H} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \oint_{L_i} \frac{(\bar{M}_j \cdot \bar{l}_n) \bar{l}_{ji}}{r_{ji}} dl_j + \bar{H}_{CT}, \quad (4)$$

где i, j – точки наблюдения и источника; \bar{l}_{ji} – единичный вектор, направленный из точки j в точку i ; \bar{l}_n – нормаль к контуру ЭП; N – число ЭП; L_i – длина контура площади решения; r_{ji} – расстояние между точками наблюдения и точками источника.

Интегралы, входящие в уравнение (4), не имеют особенностей, т.к. точка наблюдения находится в центре ЭП, а интегрирование ведется по контуру ЭП.

Модель магнитной системы измерительного преобразувача показана на рис. 1.

Напряженность, создаваемая слоем тока \bar{j} , рассчитывается по формуле Био-Савара [2]:

$$\bar{H} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\bar{j} \times \bar{l}_R}{R} dy, \quad (5)$$

где \bar{j} – вектор плотности тока; \bar{l}_R – единичный вектор; R – расстояние между точкой источника и точкой наблюдения.

При інтегруванні (5) проекції вектора будуть мати вид для одного i -того токового слоя:

$$H_{xi} = \frac{j}{4\pi} \left[\ln \frac{(x_Q - t - a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K - 2b_K)^2}{(x_Q - t - a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K)^2} - \ln \frac{(x_Q - t + a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K - 2b_K)^2}{(x_Q - t + a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K)^2} - \ln \frac{(x_Q + t - a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K - 2b_K)^2}{(x_Q + t - a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K)^2} + \ln \frac{(x_Q + t + a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K - 2b_K)^2}{(x_Q + t + a_{Ki})^2 + (y_Q - h_K)^2} \right];$$

$$H_{yi} = \frac{j}{2\pi} \left(-\text{arctg} \frac{y_Q - h_K - 2b_K}{x_Q - t - a_{Ki}} + \text{arctg} \frac{y_Q - h_K}{x_Q - t - a_{Ki}} + \text{arctg} \frac{y_Q - h_K - 2b_K}{x_Q - t + a_{Ki}} - \text{arctg} \frac{y_Q - h_K}{x_Q - t + a_{Ki}} + \text{arctg} \frac{y_Q - h_K - 2b_K}{x_Q + t - a_{Ki}} - \text{arctg} \frac{y_Q - h_K}{x_Q + t - a_{Ki}} - \text{arctg} \frac{y_Q - h_K - 2b_K}{x_Q + t + a_{Ki}} + \text{arctg} \frac{y_Q - h_K}{x_Q + t + a_{Ki}} \right),$$

где x_Q, y_Q – координаты точки Q .

Модуль вектора напряженности намагничивающего магнитного поля рассчитывается по следующему уравнению:

$$\bar{H}_{CT} = \sum_{i=1}^F (\bar{I}_x H_{xi} + \bar{I}_y H_{yi}),$$

где F – число слоев тока, количество которых выбирается согласно следующему разделу; H_{xi}, H_{yi} – проекции вектора H ; \bar{I}_x, \bar{I}_y – единичный вектор.

Для определения составляющих вектора напряженности магнитного поля, индуцированного намагниченностью \bar{M} (рис. 2), получены следующие выражения:

$$H_{xi} = \frac{M_x}{2\pi} \left(\text{arctg} \frac{y_i - y_j - \Delta y}{x_i - x_j - \Delta x} - \text{arctg} \frac{y_i - y_j + \Delta y}{x_i - x_j - \Delta x} - \text{arctg} \frac{y_i - y_j - \Delta y}{x_i - x_j + \Delta x} + \text{arctg} \frac{y_i - y_j + \Delta y}{x_i - x_j + \Delta x} \right) + \frac{M_y}{4\pi} \left[\ln \frac{(x_j - x_i - \Delta x)^2 + (y_i - y_j - \Delta y)^2}{(x_j - x_i + \Delta x)^2 + (y_i - y_j - \Delta y)^2} - \ln \frac{(x_i - x_j - \Delta x)^2 + (y_i - y_j + \Delta y)^2}{(x_i - x_j + \Delta x)^2 + (y_i - y_j + \Delta y)^2} \right];$$

$$H_{yi} = \frac{M_x}{4\pi} \left[\ln \frac{(x_i - x_j - \Delta x)^2 + (y_i - y_j - \Delta y)^2}{(x_i - x_j - \Delta x)^2 + (y_i - y_j - \Delta y)^2} - \ln \frac{(x_i - x_j + \Delta x)^2 + (y_i - y_j - \Delta y)^2}{(x_i - x_j + \Delta x)^2 + (y_i - y_j + \Delta y)^2} \right] + \left(\text{arctg} \frac{x_i - x_j - \Delta x}{y_i - y_j - \Delta y} - \text{arctg} \frac{x_i - x_j + \Delta x}{y_i - y_j - \Delta y} - \text{arctg} \frac{x_i - x_j - \Delta x}{y_i - y_j + \Delta y} + \text{arctg} \frac{x_i - x_j + \Delta x}{y_i - y_j + \Delta y} \right),$$

где x_i, y_i – координаты точки i ; x_j, y_j – координаты точки j .

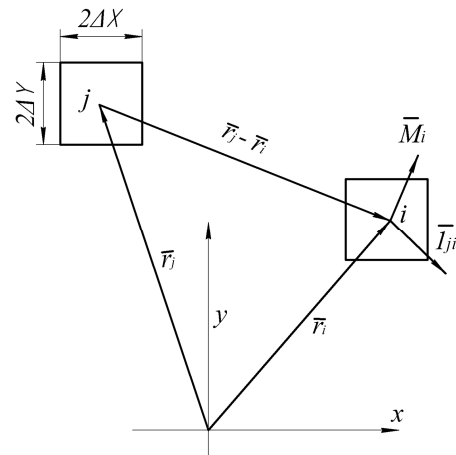


Рисунок 2 – К расчету коэффициентов системы алгебраических уравнений

Поскольку рассматриваемое пространство действия измерительного преобразователя состоит из трех областей, то задача расчета магнитного поля сводится к решению системы трех интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{H}_i &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_1} \oint \frac{(\bar{M}_j \bar{I}_{nj}) \bar{I}_{ji}}{r_{ji}} dl_j + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{N_2} \oint \frac{(\bar{M}_k \bar{I}_{nk}) \bar{I}_{ji}}{r_{ji}} dl_k + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \sum_{l=1}^{N_3} \oint \frac{(\bar{M}_l \bar{I}_{nl}) \bar{I}_{ji}}{r_{ji}} dl_l + \bar{H}_{CT,i}; \\ \bar{H}_m &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_1} \oint \frac{(\bar{M}_j \bar{I}_{nj}) \bar{I}_{ji}}{r_{ji}} dl_j + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{N_2} \oint \frac{(\bar{M}_k \bar{I}_{nk}) \bar{I}_{ji}}{r_{jm}} dl_k + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \sum_{l=1}^{N_3} \oint \frac{(\bar{M}_l \bar{I}_{nl}) \bar{I}_{ji}}{r_{jm}} dl_l + \bar{H}_{CT,i}; \\ \bar{H}_l &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_1} \oint \frac{(\bar{M}_j \bar{I}_{nj}) \bar{I}_{ji}}{r_{jp}} dl_j + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{N_2} \oint \frac{(\bar{M}_k \bar{I}_{nk}) \bar{I}_{kp}}{r_{jp}} dl_k + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \sum_{l=1}^{N_3} \oint \frac{(\bar{M}_l \bar{I}_{nl}) \bar{I}_{kp}}{r_{lp}} dl_l + \bar{H}_{CT,i}; \end{aligned} \quad (6)$$

где N_1 – число ЭП в области магнитопровода намагничивающего устройства; N_2 – число ЭП в упрочняемом слое металла; N_3 – число ЭП в области сердцевины; p, l – точки источника и наблюдения в сердцевине оси; k, m – точки источника и наблюдения в упрочненном металле; j, i – точки источника и наблюдения в сердечнике датчика.

При разбиении области решения интегральных уравнений на ЭП система интегральных уравнений (6) редуцируется к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
 H_{ix} &= \sum_{j=1}^{N_1} (C_{xx}(j,i)M_{xj} + C_{xy}(j,i)M_{yj}) + \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_2} (C_{xx}(k,i)M_{xk} + C_{xy}(k,i)M_{yk}) + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_3} (C_{xx}(l,i)M_{xl} + C_{xy}(l,i)M_{yl}) + H_{CT,ix}; \\
 H_{iy} &= \sum_{j=1}^{N_1} (C_{yx}(j,i)M_{xj} + C_{yy}(j,i)M_{yj}) + \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_2} (C_{yx}(k,i)M_{xk} + C_{yy}(k,i)M_{yk}) + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_3} (C_{yx}(l,i)M_{xl} + C_{yy}(l,i)M_{yl}) + H_{CT,iy}; \\
 H_{mx} &= \sum_{j=1}^{N_1} (C_{xx}(j,m)M_{xj} + C_{xy}(j,m)M_{yj}) + \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_2} (C_{xx}(k,m)M_{xk} + C_{xy}(k,m)M_{yk}) + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_3} (C_{xx}(l,m)M_{xl} + C_{xy}(l,m)M_{yl}) + H_{CT,mx}; \\
 H_{my} &= \sum_{j=1}^{N_1} (C_{yx}(j,m)M_{xj} + C_{yy}(j,m)M_{yj}) + \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_2} (C_{yx}(k,m)M_{xk} + C_{yy}(k,m)M_{yk}) + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_3} (C_{yx}(l,m)M_{xl} + C_{yy}(l,m)M_{yl}) + H_{CT,my}; \\
 H_{px} &= \sum_{j=1}^{N_1} (C_{xx}(j,p)M_{xj} + C_{xy}(j,p)M_{yj}) + \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_2} (C_{xx}(k,p)M_{xk} + C_{xy}(k,p)M_{yk}) + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_3} (C_{xx}(l,p)M_{xl} + C_{xy}(l,p)M_{yl}) + H_{CT,px};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{py} &= \sum_{j=1}^{N_1} (C_{yx}(j,p)M_{xj} + C_{yy}(j,p)M_{yj}) + \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_2} (C_{yx}(k,p)M_{xk} + C_{yy}(k,p)M_{yk}) + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_3} (C_{yx}(l,p)M_{xl} + C_{yy}(l,p)M_{yl}) + H_{CT,py}.
 \end{aligned}$$

Модель трехмерного магнитного векторного поля намагниченности датчика

При построении модели принимаются следующие допущения: магнитный материал колесной оси считается изотропным; процесс определения характеристик считается статическим, т.е. не учитываются магнитная вязкость материала и действие вихревых токов.

Поскольку процедура расчета поля должна производиться неоднократно, математическая модель должна быть достаточно простой и обеспечивать максимальную точность расчета. Основой математической модели трехмерного поля является пространственное интегральное векторное уравнение [3]:

$$\bar{H}(Q) = \frac{1}{4\pi} \left(\int_{S_p} \frac{(\bar{M} \cdot \bar{n}) \cdot \bar{r}_{pQ}}{r_{pQ}^3} dS_p - \int_{V_p} \frac{\text{div} \bar{M} \cdot \bar{r}_{pQ}}{r_{pQ}^3} dV_p \right) + \bar{H}_{cm}(Q), \quad (7)$$

где $\bar{H}(Q)$ – напряженность магнитного поля внутри металла; $\bar{H}_{cm}(Q)$ – напряженность намагничивающего поля; \bar{M} – вектор намагниченности; \bar{n} – нормаль к поверхности ферромагнитного материала.

При разбиении области намагничивания на элементарные объекты (ЭО) [3] интегральное уравнение (7) редуцируется в выражение

$$\bar{H} = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 (\bar{M}_j \cdot \bar{n}_{jk}) \int_{S_{kj}} \frac{\bar{r}_{jk}}{R_{ij}^3} dS_{pj} + \bar{H}_{cm}, \quad (8)$$

где N – число ЭО.

В качестве ЭО берется параллелепипед. Намагниченность является функцией H , т.е. $M = f(H)$. Эта зависимость может задаваться в аналитической форме. Наиболее удачной аппроксимацией является выражение, предложенное в [4]:

$$\begin{aligned}
 M &= \chi_H \frac{H_{cs} H}{H^2 + H_{cs}^2} + \frac{M_s}{\pi} \cdot \frac{H_m^2}{(H^2 + \nu H_{cs}^2)} \times \\
 &\times \left(\text{arctg} \frac{H_{cs} + H_m}{H_o} - \text{arctg} \frac{H_{cs} - H}{H_o} \right),
 \end{aligned}$$

где

$$H_o = \frac{H_{cs}}{\text{tg} \left(\frac{M_{rs} \cdot \pi}{M_s} \right)}; \quad \nu = \frac{M_s}{\pi} \cdot \frac{\text{arctg} \left(2 \frac{H_{cs}}{H_o} \right)}{M_s - \chi_H \cdot \frac{H_c}{2}} - 1,$$

χ_H – начальная восприимчивость; M_s – намагниченность насыщения; M_r – остаточная намагниченность; M_c – намагниченность при $H = H_c$; H_c – коэрцитивная сила; H – напряженность магнитного поля в ферромагнитном материале; H_{cs} – напряженность при $M=M_s$; M_s – намагниченность зеркального изображения поля; H_m – максимальная напряженность; M_{rs} – остаточная намагниченность по предельной петле.

Кривая возврата описывается уравнением

$$M = \frac{M_s}{\pi} \left(\arctg \frac{H_c - H}{H_o} - \arctg \frac{H_c}{H_o} \right) + \left(\arctg \frac{\pi H + H_c}{2 H_o} - \arctg \frac{\pi H - H_c}{2 H_o} \right).$$

Общее выражение для петли гистерезиса:

$$M^\pm = \frac{M_s}{\pi} \left[\left(2 \arctg \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(H \pm H_c)}{H_s} \right) \pm \left(\arctg \frac{\pi}{2} \cdot \frac{H + H_c}{H_s} - \arctg \frac{\pi}{2} \cdot \frac{H - H_c}{H_s} \right) \right], \quad (9)$$

где H_s – напряженность насыщения.

Верхние знаки в (9) относятся к восходящей, а нижние – к нисходящей ветви петли гистерезиса.

При расчете поля \vec{M} внутри ферромагнитного материала следует учитывать все магнитные параметры материала, в том числе нелинейную зависимость $M(H)$, поэтому в системе алгебраических уравнений (9) $M = M(H)$.

Модель магнитной системы датчика магнитных характеристик верхнего упрочненного слоя магнитного материала колесной оси показана на рис. 3. Межполюсное расстояние П-образного магнитопровода меньше радиуса колесной оси, поэтому расчет магнитного поля целесообразно проводить в прямоугольной системе координат.

При этом $x_i = \rho_i \sin \alpha_{ij}$; $y_i = -\rho_i \cos \alpha_i$; $z_i = z_i$;

$$\vec{l}_{nai} = \vec{l}_x \sin \alpha_i + \vec{l}_y \cos \alpha_i; \vec{l}_{nbi} = \vec{l}_x \cos \alpha_i + \vec{l}_y \sin \alpha_i,$$

где $\vec{l}_{nai}, \vec{l}_{nbi}$ – единичные векторы, нормальные к граням ЭО; ρ_i – цилиндрическая координата; α_{ij} – угол между точками источника и наблюдения i, j .

Сердечник намагничивающего электромагнита разбивается на ЭО, представляющие собой параллелепипеды.

Источником стороннего магнитного поля являются катушки, расположенные на стержнях П-образного сердечника. Размещение на них катушек вызвано двумя причинами: во-первых, согласно [4], это наиболее рационально, во-вторых, на ярме будут располагаться магнитоизмерительные преобразователи.

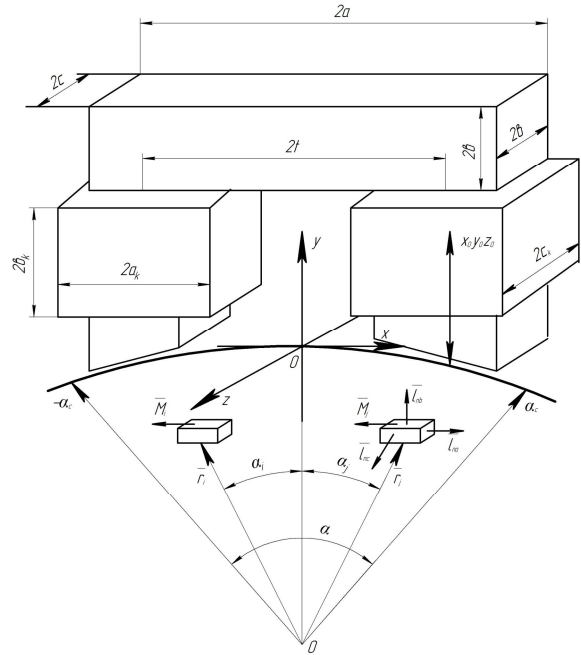


Рисунок 3 – Модель датчика магнитных характеристик контролируемого материала

Количество токовых слоев катушки, представленной на рис. 4, определяются по следующей формуле [4]:

$$F \geq \frac{40 \Delta l}{p_1 + p_2}, \quad (10)$$

где Δl – расстояние между слоями; p_1, p_2 – параметр катушки и сердечника.

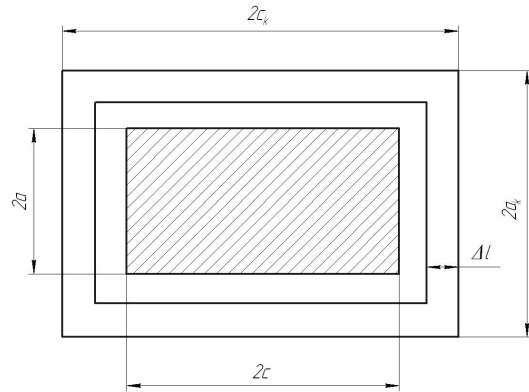


Рисунок 4 – Представление катушки слоями с током

Очевидно, что

$$F \geq \frac{10 \Delta l}{a + c + a_k + c_k},$$

где a, c – размеры сердечника; a_k, c_k – размеры катушки.

Напряженность магнитного поля, индуцированного одной катушкой, представляется в виде

$$\bar{H}_{cm} = \frac{I}{4\pi} \sum_{i=1}^F \delta_i \bar{\alpha}_i(M),$$

где $\delta_i = \frac{IW}{2b_k F}$ – плотность тока в слое; I – ток в катушке; W – количество витков; $\bar{\alpha}_i(M)$ – векторная функция, зависящая от геометрии катушек и местоположения точки наблюдения.

Элемент тока $\tau d\bar{l}$, согласно закону Био-Савара, создает напряженность поля:

$$d\bar{H}_i = \frac{\delta_i}{4\pi} \frac{d\bar{l} \cdot \bar{r}_{PQ}}{r_{PQ}^3} dS,$$

где dS – элементарная площадка; $d\bar{l}$ – элемент длины, совпадающий с направлением тока.

В результате $\bar{\alpha}_i$ имеет следующий вид:

$$\bar{\alpha}_i = \left(\int_{S_1} \int \frac{\bar{l}_x \bar{r}}{r^3} d_x d_y + \int_{S_2} \int \frac{\bar{l}_y \bar{r}}{r^3} d_x d_y + \int_{S_3} \int \frac{\bar{l}_z \bar{r}}{r^3} d_z d_y + \int \frac{\bar{l}_z \bar{r}}{r^3} d_z d_y \right),$$

где $\bar{l}_x, \bar{l}_y, \bar{l}_z$ – базисные векторы прямоугольной системы координат; S_1, S_2, S_3 – поверхности слоев катушек.

На рис. 5 изображена трехмерная модель рассматриваемой катушки.

После интегрирования для одной катушки имеем

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_i = \bar{l}_x \frac{I}{2} & \left[-\ln|c_k - z'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_x - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} + \ln|-c_k - z'_m + \right. \\ & \left. + \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_x - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} \right] + \ln|c_k - z'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_x - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} - \\ & - \ln|-c_k - z'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_x + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} + \ln|c_k - z'_m + \sqrt{(-a_k + x'_m)^2 + (b_x - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} - \\ & - \ln|-c_k - z'_m + \sqrt{(-a_k + x'_m)^2 + (b_x - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} - \ln|c_k - z'_m + \sqrt{(-a_k + x'_m)^2 + (b_x + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} + \\ & \left. + \ln|-c_k - z'_m + \sqrt{(-a_k + x'_m)^2 + (b_x + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} \right] + \bar{l}_y \cdot \left[\arctg \frac{(a_k - x'_m)(b_k - y'_m)}{(c_k - z'_m) \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \right. \\ & + \arctg \frac{(a_k + x'_m)(b_k - y'_m)}{(c_k - z'_m) \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \arctg \frac{(a_k - x'_m)(b_k + y'_m)}{(c_k - z'_m) \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \\ & + \arctg \frac{(a_k + x'_m)(b_k + y'_m)}{(c_k - z'_m) \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \arctg \frac{(a_k - x'_m)(b_k - y'_m)}{(c_k + z'_m) \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} + \\ & \left. + \arctg \frac{(a_k + x'_m)(b_k - y'_m)}{(c_k + z'_m) \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} + \arctg \frac{(a_k - x'_m)(b_k + y'_m)}{(c_k + z'_m) \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

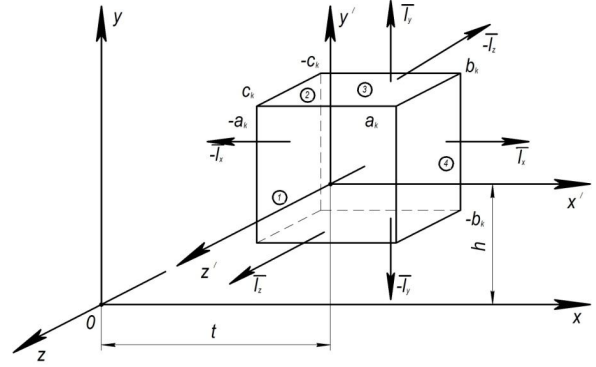


Рисунок 5 – Трехмерная модель катушки в прямоугольной системе координат:

$$z' = z; x' = x - t; y' = y - h$$

При выполнении векторного умножения получается:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_i = & \int_{S_1} \int \frac{\bar{l}_y (z' - z'_m)}{r^3} dx' dy' - \int_{S_1} \int \frac{\bar{l}_z (y' - y'_m)}{r^3} dx' dy' - \\ & - \int_{S_3} \int \frac{\bar{l}_y (z' - z'_m)}{r^3} dx' dy' + \int_{S_3} \int \frac{\bar{l}_z (y' - y'_m)}{r^3} dx' dy' - \\ & - \int_{S_2} \int \frac{\bar{l}_y (x' - x'_m)}{r^3} dy' dz' + \int_{S_2} \int \frac{\bar{l}_x (y' - y'_m)}{r^3} dy' dz' + \\ & + \int_{S_4} \int \frac{\bar{l}_y (x' - x'_m)}{r^3} dy' dz' - \int_{S_4} \int \frac{\bar{l}_x (y' - y'_m)}{r^3} dy' dz'. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \operatorname{arctg} \frac{(a_k + x'_m)(b_k + y'_m)}{(c_k + z'_m)\sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{(c_k - z'_m)(b_k - y'_m)}{(a_k + x'_m)\sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \\
 & + \operatorname{arctg} \frac{(c_k + z'_m)(b_k - y'_m)}{(a_k + x'_m)\sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{(c_k - z'_m)(b_k + y'_m)}{(a_k + x'_m)\sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \\
 & + \operatorname{arctg} \frac{(c_k + z'_m)(b_k + y'_m)}{(a_k + x'_m)\sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{(c_k - z'_m)(b_k - y'_m)}{(a_k - x'_m)\sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \\
 & + \operatorname{arctg} \frac{(c_k + z'_m)(b_k - y'_m)}{(a_k - x'_m)\sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{(c_k - z'_m)(b_k + y'_m)}{(a_k - x'_m)\sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2}} + \\
 & + \operatorname{arctg} \frac{(c_k + z'_m)(b_k + y'_m)}{(a_k - z'_m)\sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2}} \Bigg] + \bar{l}_z \frac{I}{2} \left[-\ln \left| a_k - x'_m + \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} \right| + \right. \\
 & \left. + \ln \left| -a_k - x'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} \right| + \ln \left| a_k - x'_m + \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} \right| - \right. \\
 & \left. - \ln \left| -a_k - x'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k - z'_m)^2} \right| + \ln \left| a_k - x'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} \right| - \right. \\
 & \left. - \ln \left| -a_k - x'_m + \sqrt{(a_k + x'_m)^2 + (b_k - y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} \right| - \ln \left| a_k - x'_m + \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} \right| + \right. \\
 & \left. + \ln \left| -a_k - x'_m + \sqrt{(a_k - x'_m)^2 + (b_k + y'_m)^2 + (c_k + z'_m)^2} \right| \right].
 \end{aligned}$$

Расчет поля левой катушки производится с помощью выражений (11), в которых $x' = x + t$, а знак перед α_i изменяется на противоположный. Таким образом, напряженность стороннего поля, создаваемого катушками, будет равна:

$$\bar{H}_{cm} = -\frac{I}{4\pi} \sum_{i=1}^F \delta_i [\bar{\alpha}_i(x-t) + \bar{\alpha}_i(x+t)].$$

Значение H_{cm} входит в выражение (8).

На рис. 6 показано разбиение области решения уравнения (8) на ЭО. Упрочненный слой металла 3 имеет магнитные характеристики, отличные от характеристик металла всей оси.

Уравнение (8) в развернутом виде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 H_{xi} &= \sum_{j=1}^N C_{xx} M_{xj} + \sum_{j=1}^N C_{xy} M_{yj} + \sum_{j=1}^N C_{xz} M_{zj} + H_{cmxi}; \\
 H_{yi} &= \sum_{j=1}^N C_{yx} M_{xj} + \sum_{j=1}^N C_{yy} M_{yj} + \sum_{j=1}^N C_{yz} M_{zj} + H_{cm yi}; \quad (12) \\
 H_{zi} &= \sum_{j=1}^N C_{zx} M_{xj} + \sum_{j=1}^N C_{zy} M_{yj} + \sum_{j=1}^N C_{zz} M_{zj} + H_{cmzi}.
 \end{aligned}$$

Если рассчитывается векторное поле намагниченности при отключении тока в обмотках катушки, то $H_{cm} = 0$.

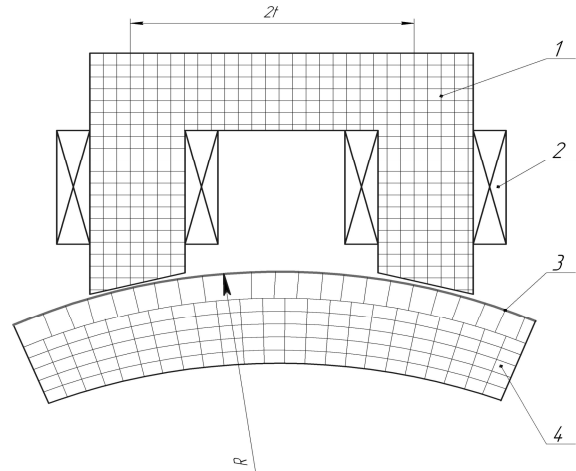


Рисунок 6 – Разбиение области решения системы уравнений на ЭО:

1 – сердечник; 2 – катушки; 3 – упрочненный слой; 4 – неупрочненный металл (сердцевина)

Число N определяется количеством ЭО, которые составляют сердечник, упрочненный слой металла и область неупрочненного металла, т.е.

$$N = N_c + N_{yn} + N_0,$$

где N_c – число ЭО, входящих в сердечник; N_{yn} – число ЭО, входящих в упрочненный слой; N_0 – число ЭО, входящих в неупрочненный слой металла.

Коэффициенты C рассчитываются по следующим уравнениям:

$$C_{xx} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{arctg} \frac{(z_j - z_i + z)(y_j - y_i + y)}{(x_j - x_i + x)R} \begin{vmatrix} \Delta_x & \Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_z \end{vmatrix};$$

$$C_{yy} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{arctg} \frac{(z_j - z_i + z)(x_j - x_i + x)}{(y_j - y_i + y)R} \begin{vmatrix} \Delta_x & \Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_z \end{vmatrix};$$

$$C_{zz} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{arctg} \frac{(x_j - x_i + x)(y_j - y_i + y)}{(z_j - z_i + z)R} \begin{vmatrix} \Delta_x & \Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_z \end{vmatrix};$$

$$C_{xy} = C_{yx} - \frac{1}{8\pi} \ln |z_j - z_i + z + R| \begin{vmatrix} \Delta_x & \Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_z \end{vmatrix};$$

$$C_{xz} = C_{zx} - \frac{1}{8\pi} \ln |y_j - y_i + y + R| \begin{vmatrix} \Delta_x & \Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_z \end{vmatrix};$$

$$C_{yx} = C_{xy} - \frac{1}{8\pi} \ln |x_j - x_i + x + R| \begin{vmatrix} \Delta_x & \Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_y \\ -\Delta_x & -\Delta_z \end{vmatrix};$$

$$R = \sqrt{(x_j - x_i + x)^2 + (y_j - y_i + y)^2 + (z_j - z_i + z)^2},$$

где $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ – геометрические параметры ЭО.

Система уравнений (12) решается итерационным методом:

$$\begin{aligned} M_{ix}^{k+1} &= M_{ix}^k + \alpha(H_{ix}^k - H(M)_{ix}^k); \\ M_{iy}^{k+1} &= M_{iy}^k + \alpha(H_{iy}^k - H(M)_{iy}^k); \\ M_{iz}^{k+1} &= M_{iz}^k + \alpha(H_{iz}^k - H(M)_{iz}^k), \end{aligned} \quad (13)$$

где $1 < \alpha \leq 2$ подбирается численным экспериментом.

Предварительно рассчитываются величины M_x^o, M_y^o, M_z^o приближенным способом, а также определяется область намагничивания материала колесной оси под П-образным электромагнитом. Для упрощения расчета считается, что поверхность колесной оси плоская. Это справедливо при выполнении условия $R = (2,5 - 3,0)2t$ и погрешность расчета не превышает 4 % [3].

Поскольку П-образный электромагнит находится над ферромагнитным металлом, то для расчета магнитного потока в магнитопроводе можно использовать метод зеркальных изображений – метод Сирле (рис. 7).

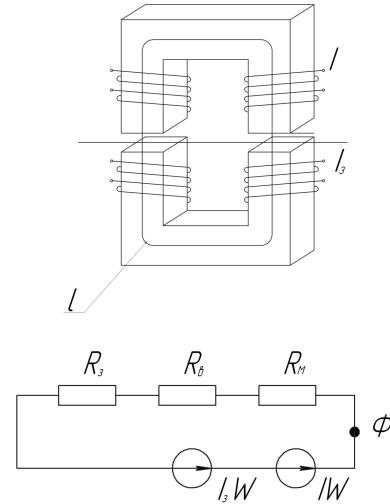


Рисунок 7 – Зеркальное изображение П-образного электромагнита и эквивалентная схема магнитной цепи: R_3 – магнитное сопротивление участка зеркального изображения; R_g – магнитное сопротивление воздушного зазора; R_m – магнитное сопротивление магнитопровода; I_3W – ампер/витков зеркального изображения; IW – ампер/витков катушки

Согласно методу Сирле, ток в обмотке зеркального изображения электромагнита равен:

$$I_3 = \frac{I(\mu - 1)}{\mu + 1},$$

где I – ток в обмотке электромагнита; μ – относительная магнитная проницаемость ферромагнитной среды.

Поскольку $\mu \gg 1$, можно считать, что $I_3 \approx I$.

Магнитное сопротивление сердечника и его зеркального изображения равно:

$$R_i = R_3 = \frac{l}{\mu_0 \mu(M) S_c},$$

где l – длина средней линии двух магнитопроводов; $\mu(M)$ – функция относительной магнитной проницаемости материала сердечника; M – намагниченность сердечника; μ_0 – магнитная постоянная; S_c – площадь сечения сердечника.

Индукция в сердечнике электромагнита равна:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{2IW}{(2R_m + 2R_g)S_c} = \frac{IW}{(R_m + R_g)S_c}.$$

Намагниченность в сердечнике рассчитывается следующим образом:

$$M = \frac{IW(\mu(M) - 1)}{\mu_0 S_c \left(\frac{l}{\mu_0 \mu(M) S_c} + \frac{l_g}{\mu_0 S_c} \right)} = \frac{IW(\mu(M) - 1)}{l + l_g \mu(M)}. \quad (14)$$

Поскольку имеется нелинейная зависимость $\mu(M)$, расчет по выражению (14) ведется итерационным методом:

$$M^{k+1} = \frac{IW(\mu(M)^{(k)} - 1)}{l + l_g \mu(M)^{(k)}}.$$

Результат получается при выполнении соотношения $(M^{(k+1)} - M^{(k)}) / M^{(k)} < \varepsilon_l$, где ε – выбранные числа $\varepsilon < 0,05$.

Расчет векторного поля намагниченности в ферромагнитном материале производится также методом Сирле. Величина вектора намагниченности в сердечнике П-образного электромагнита рассчитывается по уравнению [1]

$$M_n = \frac{2}{\mu - 1} M,$$

где μ – относительная магнитная проницаемость металла оси; M_n – нормальная составляющая вектора намагниченности на поверхности полюсов намагничивающего устройства.

Векторное поле напряженности в металле аппроксимируется полем двух полюсов П-образного электромагнита (рис. 8).

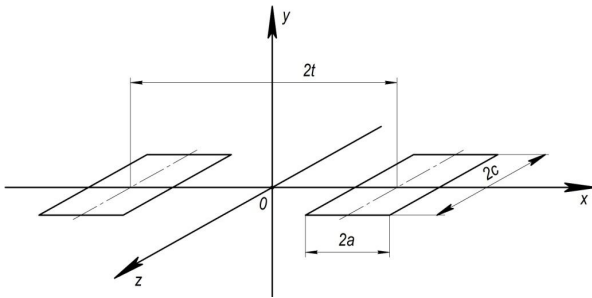


Рисунок 8 – Проекция полюса электромагнита

Составляющие вектора напряженности магнитного поля в металле контролируемой детали рассчитывается по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \bar{H}_{zi} &= \frac{M_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{(z_i - z_j) dz_j dx_j}{\left[(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \\ &- \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{(z_i - z_j) dz_j dx_j}{\left[(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{M_n}{8\pi} \ln |x_i - t - x_j + \\ &+ \sqrt{(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2} \Big|_{-c}^c \Big|_{-a}^a - \\ &- \frac{M_n}{8\pi} \ln |x_i + t - x_j + \\ &+ \sqrt{(x_i - x_j + t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2} \Big|_{-c}^c \Big|_{-a}^a ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{xi} &= \frac{M_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{(x_i - x_j - t) dz_j dx_j}{\left[(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \\ &- \frac{M_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{(x_i - x_j + t) dz_j dx_j}{\left[(x_i - x_j + t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{M_n}{8\pi} \ln |z_i - z_j + \\ &+ \sqrt{(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2} \Big|_{-c}^c \Big|_{-a}^a - \\ &- \frac{M_n}{8\pi} \ln |z_i - z_j + \\ &+ \sqrt{(x_i - x_j + t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2} \Big|_{-c}^c \Big|_{-a}^a ; \\ H_{yi} &= \frac{M_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{y_i dz_j dx_j}{\left[(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \\ &- \frac{M_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{y_i dz_j dx_j}{\left[(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{M_n}{4\pi} \operatorname{arctg} \frac{(z_i - z_j)(x_i - x_j - t)}{y_i \sqrt{(x_i - x_j - t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2}} \Big|_{-c}^c \Big|_{-a}^a - \\ &- \frac{M_n}{4\pi} \operatorname{arctg} \frac{(z_i - z_j)(x_i - x_j + t)}{y_i \sqrt{(x_i - x_j + t)^2 + y_i^2 + (z_i - z_j)^2}} \Big|_{-c}^c \Big|_{-a}^a , \end{aligned}$$

где x_i, y_i, z_i – точка наблюдения; x_j, y_j, z_j – точка источника.

Перед расчетом область ферромагнитного металла контролируемой детали разбивается на ЭО и в каждом ЭО определяется $M_x^{(o)} = (\mu - 1)H_x$; $M_y^{(o)} = (\mu - 1)H_y$; $M_z^{(o)} = (\mu - 1)H_z$, тем самым задаются для каждого ЭО начальные значения вектора \bar{M} и с этих значений начинается итерационный процесс решения системы уравнений.

Кроме того, находят ограниченную область в ферромагнитном материале, в которой определяются векторы \bar{M} . В область включаются только те ЭО, для которых $M > M_p$ (M_p – намагниченность меньше значений Релея).

В результате итерационного решения (13) рассчитываются модуль вектора намагниченности и модуль вектора напряженности:

$$H_i^k = \sqrt{(H_{i,x}^k)^2 + (H_{i,y}^k)^2 + (H_{i,z}^k)^2};$$

$$M_i^k = \sqrt{(M_{i,x}^k)^2 + (M_{i,y}^k)^2 + (M_{i,z}^k)^2},$$

где $i = \overline{I, N}$.

По модулю вектора намагниченности находится модуль вектора напряженности поля, при этом используется или кривая намагничивания, или петля гистерезиса контролируемого материала.

Определяются проекции вектора напряженности поля по следующим уравнениям:

$$H(M)_{i,x}^k = H(M)_i^k \frac{M_{i,x}^k}{M_i^k};$$

$$H(M)_{i,y}^k = H(M)_i^k \frac{M_{i,y}^k}{M_i^k};$$

$$H(M)_{i,z}^k = H(M)_i^k \frac{M_{i,z}^k}{M_i^k}.$$

Векторы $\overline{H}_i(M)$ и \overline{M}_i коллинеарные.

Итерационное решение (13) заканчивается при выполнении условия

$$(M_i^{k+1} - M_i^k) / M_i^k < \varepsilon_1,$$

где ε – погрешность расчета, $\varepsilon = 10^{-2} - 10^{-3}$.

ВЫВОДЫ. Получены математические модели для расчета и анализа параметров намагниченности

в области упроченного слоя ферромагнитного материала оси колесной пары. Математические модели представляют собой системы алгебраических уравнений, коэффициенты системы уравнений приведены в аналитической форме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарасенко О.В., Жученко Н.А. Расчет аппаратов локального намагничивания массивных ферромагнитных деталей. Техническая электродинамика // Проблемы сучасної електротехніки. – 2004. – Част. 3. – С. 12–15.
2. Дежирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. – М.: Высшая школа, 1986. – 240 с.
3. Курбатов П.А. Метод ограниченных областей для решения задач нелинейной магнитостатики // Сборник научных трудов «Электромагнитные поля и системы». – М., 1986. – № 118. – С. 31–37.
4. Яковенко В.В., Жученко Н.А., Романенко А.В. Модель магнитного поля намагниченного ферромагнетика // Вісник СНУ ім. В. Даля. – 2010. – № 3 (25). – С. 202–207.

MATHEMATICAL MODELS OF THE MAGNETIC FIELD IN THE SYSTEM OF SENSOR MONITORING SURFACE LAYER OF METAL

V. Bezkorovayniy, Yu. Livtsov, O. Tarasenko, V. Yakovenko

Volodymyr Dahl East Ukrainian National University

kvart. Molodizhny, 20a, Lugansk, 91034, Ukraine. E-mail: volk_7@ukr.net

The features of parts subjected knurled design magnetic sensor system control structure of the surface layer of metal are viewed. The necessity of developing methods and instruments for conducting high-quality measurements of the surface layer of metal knurled wheel axle are defined. Proposed two mathematical models of the magnetic field of the magnetization vector in a controlled axis of rolling stock and in the magnetic sensor. One model is designed for calculation and analysis of plane field in a two-layer ferromagnetic material and in the core of U-magnetizing device. The second model is for the analysis of three-dimensional magnetic field. The tasks for the calculation fields are modeled based on the numerical solution of integral equations of vector. Analytical dependences for calculation of coefficients of algebraic equations are given. The formulas for the calculation of the field strength generated by the coil with current are offered.

Key words: magnetization, coil, integral equation, sensor.

REFERENCES

1. Tarasenko, O.V. and Zhuchenko, N.A. (2004), "Calculating machines local magnetization of massive ferromagnetic parts. Technical Electrodynamics", *Problemy suchasnoy elektrotekhniki*, part 3, pp. 12–15. (in Russian)
2. Dezhirchyan, K.S. and Chechurin, V.L. (1986), *Mashinnye raschety elektromagnitnyh poley* [Machine calculations of electromagnetic fields], Vysshaya shkola, Moscow. (in Russian)
3. Kurbatov, P.A. (1986), "Method of bounded domains for solutions for solving nonlinear magnetostatic", *Sbornyk nauchnykh trudov Elektromagnitniye polya i sistemy*, no. 118, pp. 31–37. (in Russian)
4. Yakovenko, V.V., Zhuchenko, N.A. and Romanenko, A.V. (2010), "Model of the magnetic field of the magnetized ferromagnetic", *Visnik SNU im. V. Dallya*, no. 3, pp. 202–207. (in Russian)

Стаття надійшла 21.03.2014.