

УДК 681.5:62-83

**ИНВАРИАНТНЫЙ К ВАРИАЦИЯМ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ РОТОРА  
АЛГОРИТМ ПРЯМОГО ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ  
ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИСТОЧНИКА ТОКА**

**С. М. Пересада, С. Н. Ковбаса, В. Н. Трандафилов**

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»  
просп. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина. E-mail: sergei.peresada@gmail.com

Представлено решение задачи инвариантного к вариациям активного сопротивления ротора векторного управления асинхронными двигателями, полученное для токового управления при использовании информации об угловой скорости и токах статора машины. Синтезированный алгоритм гарантирует локальную асимптотическую отработку заданных траекторий угловой скорости и потока при асимптотической прямой ориентации по вектору потокосцепления ротора с асимптотической развязкой подсистем управления угловой скоростью и потоком. Подсистема управления потоком благодаря использованию инвариантного наблюдателя со скользящим режимом впервые обладает свойством инвариантности к ограниченным вариациям активного сопротивления роторной цепи. Работоспособность предложенного решения подтверждена экспериментальными исследованиями и математическим моделированием, в результате которых были продемонстрированы не зависящие от скорости вращения ротора сильные свойства робастности к рассматриваемому возмущению.

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель, прямое полеориентирование, токовое управление, инвариантный наблюдатель, вариации активного сопротивления ротора.

**ИНВАРИАНТНИЙ ДО ВАРІАЦІЙ АКТИВНОГО ОПОРУ РОТОРА АЛГОРИТМ  
ПРЯМОГО ВЕКТОРНОГО КЕРУВАННЯ АСИНХРОННИМИ ДВИГУНАМИ  
ПРИ ЖИВЛЕННІ ВІД ДЖЕРЕЛА СТРУМУ**

**С. М. Пересада, С. М. Ковбаса, В. М. Трандафілов**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»  
просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна. E-mail: sergei.peresada@gmail.com

Надано рішення задачі інваріантного до варіацій активного опору ротора векторного керування асинхронними двигунами, яке отримано для струмового керування при використанні інформації про кутову швидкість та струми статора машини. Синтезований алгоритм гарантує локальне асимптотичне відпрацьовування заданих траекторій кутової швидкості та потоку при асимптотичній прямій орієнтації за вектором потокосцеплення ротора з асимптотичною розв'язкою підсистем керування кутовою швидкістю та потоком. Підсистема керування потоком завдяки використанню інваріантного спостерігача з ковзним режимом уперше має властивість інваріантності до обмежених варіацій активного опору роторного кола. Працездатність запропонованого рішення підтверджена експериментальними дослідженнями та математичним моделюванням, у результаті яких були продемонстровані не залежні від швидкості обертання ротора сильні властивості робастності до розглянутого збурення.

**Ключові слова:** асинхронний двигун, пряме полеорієнтування, струмове керування, інваріантний спостерігач, варіації активного опору ротора.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Электромеханические системы на основе асинхронных двигателей (АД) с полеориентированным векторным управлением обеспечивают высокие показатели качества регулирования в статических и динамических режимах при точной информации о параметрах электрической машины. Наиболее критическим параметром является активное сопротивление ротора, которое в АД с короткозамкнутым ротором недоступно для непосредственного измерения и в процессе работы машины под нагрузкой может изменяться в 1,5–2 раза. Вариации активного сопротивления ротора приводят к нарушению условий полеориентирования, что вызывает ухудшение качества регулирования механических координат электропривода, а также снижение энергетической эффективности процесса электромеханического преобразования энергии [1].

При прямой ориентации по полю машины [2] используется информация о векторе потокосцепления ротора, полученная с помощью наблюдателя магнитного потока [3, 4]. При этом робастность подсистемы управления потоком определяется свой-

ствами робастности наблюдателя, поскольку он формирует обратные связи по модулю вектора потокосцепления ротора и его угловому положению.

Из существующих наблюдателей выделяют адаптивные и робастные решения. Адаптивные наблюдатели обеспечивают асимптотическое оценивание вектора потокосцепления ротора в условиях вариаций активного сопротивления роторной цепи, однако требуют точной информации об активном сопротивлении статора. В свою очередь, одновременная идентификация активных сопротивлений является сложной задачей: наблюдатель [5] имеет 11-й порядок, а [6] – 13-й. Известные робастные наблюдатели являются относительно простыми, однако не сохраняют свойство робастности в диапазоне малых скоростей вращения АД, что вызвано ослаблением влияния зависящих от скорости корректирующих сигналов [7]. В [8] разработан и экспериментально исследован инвариантный к вариациям активного сопротивления ротора наблюдатель магнитного потока, работающий в скользящем режиме. Однако асимптотичность оценивания наблюдателя [8] существенно зависит от величины остаточного намагничивания

АД. В [9, 10] авторами пропонується спостерігач з ковзним режимом, інваріантний до варіацій активного опору ротора. Структура спостерігача гарантує глобальну експоненціальну стійкість оцінювання вектора потокозчеплення при відомому активному опорі ротора, а при обмежених варіаціях даного параметра – локальну експоненціальну стійкість і інваріантність до цих варіацій, що підтверджено теоретично і експериментально в [9, 10].

Метою даної роботи є розробка локально експоненціально стійкого алгоритму, який вирішує задачу інваріантності до варіацій активного опору ротора векторного управління кутовою швидкістю і потоком асинхронних двигачів, а також підтвердження робастності синтезованого алгоритму результатами експериментальних досліджень і математичним моделюванням.

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.**  
*Формулювання проблеми управління.* Стандартна двохфазна математична модель АД в системі координат  $(d-q)$ , яка обертається з довільною кутовою швидкістю  $\omega_0$ , задана наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= \mu(\psi_d i_q - \psi_q i_d) - M_c / J; \\ \dot{\psi}_d &= -\alpha_n \psi_d + \omega_2 \psi_q + \alpha_n L_m i_d - \Delta\alpha(\psi_d - L_m i_d); \\ \dot{\psi}_q &= -\alpha_n \psi_q - \omega_2 \psi_d + \alpha_n L_m i_q - \Delta\alpha(\psi_q - L_m i_q); \\ \dot{i}_d &= -\gamma_n i_d + \omega_0 i_q + \alpha_n \beta \psi_d + \beta \omega \psi_q + \\ &\quad + \sigma^{-1} u_d + \Delta\alpha \beta (\psi_d - L_m i_d); \\ \dot{i}_q &= -\gamma_n i_q - \omega_0 i_d + \alpha_n \beta \psi_q - \beta \omega \psi_d + \\ &\quad + \sigma^{-1} u_q + \Delta\alpha \beta (\psi_q - L_m i_q); \\ \dot{\varepsilon}_0 &= \omega_0; \quad \varepsilon_0(0) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $(i_d, i_q)^T$  – вектор струму статора;  $(u_d, u_q)^T$  – вектор керуючого напруги статора;  $(\psi_d, \psi_q)^T$  – вектор потокозчеплення ротора;  $M_c$  – момент навантаження;  $\omega$  – кутова швидкість ротора;  $\omega_2 = \omega_0 - \omega$  – частота ковзання;  $\varepsilon_0$  – кутове положення системи координат  $(d-q)$  відносно стаціонарної системи координат  $(a-b)$ ;  $L_m$  – індуктивність намагнічуючого контуру;  $J$  – момент інерції привода. Позитивні константи в (1), пов'язані з електричними і механічними параметрами АД, визначені наступним чином:

$$\begin{aligned} \alpha &= \left( \frac{R_{2n}}{L_2} + \frac{\Delta R_2}{L_2} \right) \triangleq \alpha_n + \Delta\alpha > 0; \quad \beta = \frac{L_m}{\sigma L_2}; \\ \gamma_n &= R_1 / \sigma + \alpha_n L_m \beta; \quad \sigma = L_1 - L_m^2 / L_2; \quad \mu = 3L_m / (2L_2 J), \end{aligned}$$

де  $R_1, L_1$  – активний опір і індуктивність статора відповідно;  $L_2$  – індуктивність ротора;  $R_{2n}, \Delta R_2$  – номінальне значення і відхилення активного опору ротора. Без втрати загальності в моделі АД (1) прийнята одна пара полюсів.

Преобразовані змінні в (1) задані

$$\begin{aligned} x_{(d-q)} &= e^{-J\varepsilon_0} x_{(a-b)}; \quad e^{-J\varepsilon_0} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_0 & \sin \varepsilon_0 \\ -\sin \varepsilon_0 & \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix}, \\ x_{(a-b)} &= e^{J\varepsilon_0} x_{(d-q)}; \end{aligned} \quad (2)$$

де  $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $x_{(y-z)}$  – визначає двовимірні вектори напружень, струмів і потокозчеплень.

Пряма орієнтація по полю машини передбачає, що кутове положення  $\varepsilon_0$  системи координат  $(d-q)$  в преобразованні (2) задається за допомогою спостерігача вектора потокозчеплення.

При струмовому управлінні машиною, яке досягається за рахунок «великих» коефіцієнтів посилення регуляторів струму, модель АД пониженого порядку має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= \mu(\psi_d i_q - \psi_q i_d) - M_c / J; \\ \dot{\psi}_d &= -\alpha_n \psi_d + \omega_2 \psi_q + \alpha_n L_m i_d - \Delta\alpha(\psi_d - L_m i_d); \\ \dot{\psi}_q &= -\alpha_n \psi_q - \omega_2 \psi_d + \alpha_n L_m i_q - \Delta\alpha(\psi_q - L_m i_q); \\ \dot{\varepsilon}_0 &= \omega_0; \quad \varepsilon_0(0) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де струми  $(i_d, i_q)$  є керуючими впливами. При управлінні кутовою швидкістю і модулем вектора потокозчеплення ротора вихідні змінні, які повинні оброблятися, визначаються наступним чином:

$$y = \begin{pmatrix} \omega \\ \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2} \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \omega \\ |\psi| \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Нехай  $\omega^*$  і  $\psi^* > 0$  – задані траєкторії зміни кутової швидкості і модуля вектора потокозчеплення ротора, які формують вектор

$$y^* = (\omega^*, \psi^*)^T, \quad (5)$$

тоді вектор помилок обробки визначається наступним чином:

$$\tilde{y} = y - y^* = \begin{pmatrix} \omega - \omega^* \\ |\psi| - \psi^* \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \tilde{\omega} \\ \tilde{\psi} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Припустимо, що для моделі АД (3) виконуються наступні допущення:

А.1. Задані траєкторії зміни кутової швидкості  $\omega^*$  і струму  $\psi^* > 0$  є обмеженими функціями з обмеженою першою похідною по часу.

А.2. Струми статора  $(i_d, i_q)$  і кутова швидкість  $\omega$  АД доступні для вимірювання.

А.3. Момент навантаження  $M_c$  постійний і обмежений, але невідомий.

А.4. Параметри моделі АД відомі і постійні, а відхилення  $\Delta R_2$  обмежене, але невідоме.

При виконанні допущень А.1–А.4 необхідно синтезувати алгоритм управління (закон зміни струмів  $i_d, i_q$ ), який гарантує досягнення наступних цілей управління:

О.1. Асимптотическую обработку выходных переменных, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega} = 0; \quad (7)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = 0 \quad (8)$$

при асимптотической ориентации по вектору потокоцепления ротора, заданной условием

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi_q = 0, \quad (9)$$

и ограниченности всех внутренних сигналов.

О.2. Асимптотическую развязку подсистемы управления угловой скоростью и подсистемы управления модулем вектора потокоцепления ротора.

О.3. Асимптотическую линеаризацию подсистемы управления угловой скоростью.

О.4. Асимптотическое оценивание вектора потокоцепления ротора

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi}_d = 0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi}_q = 0, \quad (10)$$

где  $\tilde{\psi}_d = \psi_d - |\hat{\psi}|$ ,  $\tilde{\psi}_q = \psi_q -$  ошибки оценивания;  $|\hat{\psi}|$  – оценка модуля вектора потокоцепления ротора.

О.5. Инвариантность по отношению к ограниченному вариациям активного сопротивления ротора  $\Delta R_2$ .

*Синтез подсистемы управления потоком.* Рассмотрим наблюдатель магнитного потока АД [9, 10], заданный в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{i}}_d &= -\gamma_n \hat{i}_d + \omega_0 i_q + \alpha_n \beta |\hat{\psi}| + \sigma^{-1} u_d + k_{ed1} e_d; \\ \dot{\hat{i}}_q &= -\gamma_n \hat{i}_q - \omega_0 i_d - \beta \omega |\hat{\psi}| + \sigma^{-1} u_q + \delta \text{sign}(e_q); \\ |\dot{\hat{\psi}}| &= -\alpha_n |\hat{\psi}| + \alpha_n L_m \hat{i}_d, \quad |\hat{\psi}| > 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{\hat{e}}_0 = \omega_0 = \omega + (\alpha_n L_m \hat{i}_q - \beta^{-1} \delta \text{sign}(e_q) + v_\varepsilon) / |\hat{\psi}|,$$

где  $\hat{i}_d, \hat{i}_q, e_d = i_d - \hat{i}_d, e_q = i_q - \hat{i}_q$  – оцененные значения и ошибки оценивания токов статора ( $i_d, i_q$ );  $v_\varepsilon = e_d (\omega_0 + \gamma_1 \omega) / \beta$ ;  $\gamma_1 = (R_1 / \sigma + k_{ed1}) / \alpha_n > 0$ ;  $k_{ed1}, \delta > 0$  – настроечные коэффициенты наблюдателя.

При  $\delta > \max\{|\alpha_n \beta \tilde{\psi}_q - \beta \omega \tilde{\psi}_d|\}$  наблюдатель (11) работает в скользящем режиме [11], т.е. с  $e_q \equiv de_q / dt \equiv 0$ . Возникновение скользящего режима понижает порядок наблюдателя, а разрывная компонента при этом будет иметь эквивалентное значение  $[\delta \text{sign}(e_q)]_{e_q} = \alpha_n \beta \tilde{\psi}_q - \beta \omega \tilde{\psi}_d$ . С учетом этого, при  $\Delta R_2 = 0$  уравнения динамики ошибок оценивания из (1) и (11) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= -k_{ed} e_d + \alpha_n \beta \tilde{\psi}_d + \beta \omega \tilde{\psi}_q; \\ \dot{\tilde{\psi}}_d &= -\alpha_n \tilde{\psi}_d + (\omega_0 - \omega) \tilde{\psi}_q + \alpha_n L_m e_d; \\ \dot{\tilde{\psi}}_q &= -\omega_0 \tilde{\psi}_d - e_d (\omega_0 + \gamma_1 \omega) / \beta, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $k_{ed} = \gamma_n + k_{ed1} > 0$ .

Для доказательства устойчивости системы (12) введем линейное преобразование координат

$$z_d = e_d + \beta \tilde{\psi}_d; \quad z_q = \beta \tilde{\psi}_q, \quad (13)$$

тогда в новых координатах (13) система (12) запишется:

$$\dot{e}_d = -(\alpha_n + k_{ed}) e_d + \Gamma^T(t) z_{(d-q)}; \quad (14)$$

$$\dot{z}_{(d-q)} = -\gamma_1 \Gamma(t) e_d + S(t) z_{(d-q)},$$

$$\text{где } S(t) = -S^T(t) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Gamma(t) = (\alpha_n, \omega)^T;$$

$$z_{(d-q)} = (z_d, z_q)^T.$$

С учетом (2) уравнения (14) в системе координат  $(a-b)$  примут вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_d \\ \dot{z}_a \\ \dot{z}_b \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -(\alpha_n + k_{ed}) & w_a(t) & w_b(t) \\ -\gamma_1 w_a(t) & 0 & 0 \\ -\gamma_1 w_b(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_d \\ z_a \\ z_b \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\text{где } W(t) = \begin{pmatrix} w_a(t) \\ w_b(t) \end{pmatrix} = e^{J \varepsilon_0} \Gamma(t) \triangleq \begin{pmatrix} \alpha_n \cos \varepsilon_0 - \omega \sin \varepsilon_0 \\ \alpha_n \sin \varepsilon_0 + \omega \cos \varepsilon_0 \end{pmatrix}.$$

Пусть  $\omega, \dot{\omega}$  являются ограниченными, тогда  $\|W(t)\|$  и  $\|\dot{W}(t)\|$  также будут равномерно ограничены, где  $\|\bullet\|$  – Эвклидова норма ( $\bullet$ ). Поскольку структура уравнений (15) является стандартной для адаптивных систем [12], то положение равновесия  $(e_d, z_a, z_b)^T = 0$  будет глобально экспоненциально устойчивым при  $(\alpha_n + k_{ed}) > 0$  и выполнении условий персистности возбуждения

$$\int_t^{t+T} W(\tau) W^T(\tau) d\tau \geq kI > 0 \quad \text{для } \forall t > 0, \quad (16)$$

где  $T > 0$ ;  $I = \text{diag}(1, 1)$ . Следовательно, ошибки оценивания компонент вектора потокоцепления ротора будут экспоненциально затухать в ноль. Это означает, что положение равновесия  $(e_d, \tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q)^T = 0$  системы (12) является глобально экспоненциально устойчивым.

*Примечание 1.* В [10] показано, что при ограниченных вариациях активного сопротивления ротора  $\Delta R_2 \neq 0$  наблюдатель потока (11) будет локально экспоненциально устойчивым и инвариантным к этим вариациям.

*Примечание 2.* В общем случае аналитическое исследование условий (16) является затруднительным. Однако упрощенный анализ, базирующийся на физических свойствах АД, свидетельствует о том, что условия персистности возбуждения выполняются во всех режимах работы АД за исключением возбуждения постоянным током, т.е. при  $\omega_0 = 0$ .

Определив ошибку обработки оцененного модуля вектора потокоцепления ротора в виде

$$\tilde{\psi} = |\hat{\psi}| - \psi^*, \quad (17)$$

запишем третье уравнение (11) в форме ошибок обработки

$$\dot{\tilde{\psi}} = -\alpha_n \tilde{\psi} - \alpha_n L_m e_d - \alpha_n \psi^* - \dot{\psi}^* + \alpha_n L_m i_d. \quad (18)$$

Для линейного объекта первого порядка (18) пропорционально-интегральный регулятор потока конструируется в таком виде:

$$i_d = \frac{1}{\alpha_n L_m} (\alpha_n \psi^* + \dot{\psi}^* - k_{\psi} \tilde{\psi} - x_{\psi}); \quad (19)$$

$$\dot{x}_{\psi} = k_{\psi i} \tilde{\psi},$$

где  $k_{\psi}, k_{\psi i} > 0$  – коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регулятора потока.

Подставив (19) в (18), получим следующие уравнения динамики ошибок обработки оцененного потока:

$$\dot{x}_{\psi} = k_{\psi i} \tilde{\psi}; \quad (20)$$

$$\dot{\tilde{\psi}} = -(\alpha_n + k_{\psi}) \tilde{\psi} - \alpha_n L_m e_d - x_{\psi}.$$

Глобально экспоненциально устойчивые подсистемы (20) и (12) включены последовательно, поэтому композитная система (20), (12) является глобально экспоненциально устойчивой при любых  $k_{\psi}, k_{\psi i} > 0$ , т.е. переменные  $\tilde{\psi}, x_{\psi}$  затухают в ноль.

Из условия устойчивости положения равновесия  $(e_d, e_q, \tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q, \tilde{\psi})^T = 0$  следует:

1) асимптотичность оценивания вектора потокосцепления ротора (цель О.4), поскольку

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q) = 0;$$

2) асимптотичность обработки заданной траектории изменения модуля вектора потокосцепления, поскольку из условия  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = 0$  следует  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = 0$ ,

т.к.  $\tilde{\psi} = \tilde{\psi}_d + \tilde{\psi}$  (условие (8) цели О.1);

3) асимптотическая ориентация по вектору потокосцепления ротора  $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi_q = 0$  (условие (9) цели О.1).

*Примечание 3.* Невырожденность алгоритма управления потоком (19) и (11) обеспечивается при  $|\dot{\psi}(t)| > 0$ . Для достижения этого условия инициализацию наблюдателя необходимо выполнять при  $|\dot{\psi}(0)| = \dot{\psi}^*(0) > 0$ , т.е. при  $\tilde{\psi}(0) = 0$ . Из уравнений (20) устанавливаем, что при  $e_d(0) = 0$  модуль  $|\tilde{\psi}(t)|$  может быть сделан сколь угодно малым за счет увеличения коэффициентов регулятора потока  $k_{\psi}, k_{\psi i}$ . Таким образом, условие  $|\dot{\psi}(t)| < \dot{\psi}^*(0)$ , необходимое для  $|\dot{\psi}(t)| > 0$ , всегда может быть обеспечено.

*Примечание 4.* При ограниченных вариациях активного сопротивления ротора  $\Delta R_2 \neq 0$  наблюдатель потока (11), а, следовательно, и подсистема потока будут локально экспоненциально устойчивыми и инвариантными к этому возмущению. Причем, в отличие от существующих робастных алгоритмов, данное свойство сохраняется во всем рабочем диапазоне скоростей вращения АД, включая малые скорости.

*Синтез подсистемы управления скоростью.* Ал-

горитм управления потоком (19) с наблюдателем (11) гарантирует подсистеме регулирования вектора потокосцепления ротора свойство глобальной асимптотической экспоненциальной устойчивости для всех ограниченных траекторий движения электромеханической подсистемы АД, которая задана первым уравнением в (3). В то же время проблема управления объектом, заданного первым уравнением в (3), представляет собой нелинейную задачу управления с измеряемым выходом при действии (согласно А.3) постоянного неизвестного возмущения  $M_c/J$ . Определив

$$M_c/J = \tilde{M}_c + \hat{M}_c, \quad (21)$$

где  $\hat{M}_c, \tilde{M}_c$  – оцененное значение и ошибка оценивания моментной компоненты нагрузки, первое уравнение (3) в форме ошибок запишется следующим образом:

$$\dot{\omega} = \mu \psi^* i_q + \mu [(\tilde{\psi}_d + \tilde{\psi}) i_q - \tilde{\psi}_q i_d] - \tilde{M}_c - \hat{M}_c - \dot{\omega}^*. \quad (22)$$

Заметим, что  $\tilde{\psi} = \tilde{\psi}_d + \tilde{\psi}$ , причем две последние компоненты в соответствии с анализом предыдущего подраздела экспоненциально затухают в ноль вне зависимости от поведения электромеханической подсистемы (22). Рассматривая для объекта (22) в качестве управляющего воздействия ток  $i_q$ , сформируем пропорционально-интегральный регулятор угловой скорости в следующем виде:

$$i_q = \frac{1}{\mu \psi^*} (-k_{\omega} \tilde{\omega} + \hat{M}_c + \dot{\omega}^*); \quad (23)$$

$$\dot{\hat{M}}_c = -\dot{\tilde{M}}_c = -k_{\omega i} \tilde{\omega},$$

где  $k_{\omega}, k_{\omega i} > 0$  – коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регулятора скорости.

Подставив (23) в (22), получим следующие уравнения динамики ошибок обработки угловой скорости:

$$\dot{\tilde{M}}_c = k_{\omega i} \tilde{\omega}; \quad (24)$$

$$\dot{\tilde{\omega}} = -k_{\omega} \tilde{\omega} + \mu [(\tilde{\psi}_d + \tilde{\psi}) i_q - \tilde{\psi}_q i_d] - \tilde{M}_c.$$

Если  $(\tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q, \tilde{\psi})^T = 0$ , то система (24) является глобально экспоненциально устойчивой при любых  $k_{\omega}, k_{\omega i} > 0$ , т.е. переменные  $\tilde{\omega}, \tilde{M}_c$  затухают в ноль, а значит условие (7) цели О.1 достигается.

*Доказательство устойчивости композитной системы.* Композитная система, состоящая из электромеханической подсистемы (24) и электромагнитной подсистемы (20), (12), имеет вид каскадного соединения в контуре обратной связи двух подсистем, заданных в следующей форме:

$$\dot{x}_1 = A_{11} x_1 + A_{12}(x_2, t) x_1 + B_1(t) x_2 + B_2(x_2) x_2; \quad (25)$$

$$x_2 = C x_2;$$

$$\dot{x}'_2 = A_2(x_1, t) x'_2, \quad (26)$$

где  $x_1 = (\tilde{M}_c, \tilde{\omega})^T$ ;  $x_2 = (x_{\psi}, \tilde{\psi}, e_d, \tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q)^T$ ;  $x'_2 = (x_{\psi}, \tilde{\psi}, e_d, z_d, z_q)^T$ ; матрицы  $A_{11}, A_{12}(x_2, t), B_1(t), B_2(x_2), C, A_2(x_1, t)$ , непрерывные относи-

тельно  $t$  и  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T)^T$ , имеют соответствующие размерности и даны в приложении.

Структура композитной системы (25), (26) соответствует стандартной форме теоремы, представленной в [13]. Если матрицы  $\mathbf{A}_{11}$ ,  $\mathbf{A}_{12}(\mathbf{x}_2, t)$ ,  $\mathbf{B}_1(t)$ ,  $\mathbf{B}_2(\mathbf{x}_2)$ ,  $\mathbf{A}_2(\mathbf{x}_1, t)$  удовлетворяют следующим условиям: матрица  $\mathbf{A}_{11}$  является Гурвицевой;  $\|\mathbf{A}_{12}(\mathbf{x}_2, t)\| \leq a_1 \|\mathbf{x}_2\|$ ,  $0 \leq a_1 < \infty$  при  $\forall t \geq t_0$ ;  $\|\mathbf{B}_1(t) + \mathbf{B}_2(\mathbf{x}_2)\| \leq b_1 + b_2 \|\mathbf{x}_2\|$ ,  $0 \leq (b_1, b_2) < \infty$  при  $\forall t \geq t_0$ ; подсистема (26) является глобально экспоненциально асимптотически устойчивой, т.е. матрица  $\mathbf{A}_2(\mathbf{x}_1, t)$  удовлетворяет решению уравнения Ляпунова  $\mathbf{A}_2^T(\mathbf{x}_1, t)\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_2(\mathbf{x}_1, t) = -\mathbf{Q}$ , где  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$ ,  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$  – постоянные матрицы, тогда положение равновесия  $\mathbf{x} = 0$  будет глобально экспоненциально устойчивым при  $\Delta R_2 = 0$  и выполнении условий персистентности возбуждения (16).

Свойство экспоненциальной устойчивости подсистемы потока (26) было доказано в предположении об ограниченности угловой скорости. Для устранения этого ограничения представим подсистему (26) в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{x}}'_2 = \mathbf{A}_{21}(\omega^*, t)\mathbf{x}'_2 + \mathbf{A}_{22}(\mathbf{x}_1, t)\mathbf{x}'_2, \quad (27)$$

где  $\mathbf{A}_2(\mathbf{x}_1, t) \triangleq \mathbf{A}_{21}(\omega^*, t) + \mathbf{A}_{22}(\mathbf{x}_1, t)$ . Подсистема потока (27) при частичной линеаризации, т.е. при  $\mathbf{A}_{22}(\mathbf{x}_1, t)\mathbf{x}'_2 = 0$ , запишется в виде

$$\dot{\mathbf{x}}'_2 = \mathbf{A}_{21}(\omega^*, t)\mathbf{x}'_2 \quad (28)$$

с матрицей  $\mathbf{A}_{21}(\omega^*, t)$ , которая в силу допущений А.1 и А.4 будет ограниченной, поэтому при ограниченном  $\Delta R_2$  и выполнении условий персистентности возбуждения (16) подсистема (28) будет локально экспоненциально устойчивой, откуда следует, что положение равновесия  $\mathbf{x} = 0$  будет локально экспоненциально устойчивым. При этом достигаются асимптотическая развязка подсистем регулирования угловой скорости и потока (цель О.2), а также асимптотическая линеаризация подсистемы регулирования скорости (цель О.3).

Алгоритм прямого векторного управления АД, структурная схема которого представлена на рис. 1, включает: наблюдатель магнитного потока АД (11), регулятор потока (19), регулятор скорости (23). Токковое управление машиной реализовано за счет использования двух пропорционально-интегральных:

– регулятора тока по оси  $d$

$$u_d = \sigma(-\omega_0 i_d + \gamma_n i_d^* - \alpha_n \beta |\dot{\psi}| - k_i \tilde{i}_d - z_d); \quad (29)$$

$$\dot{z}_d = k_{ii} \tilde{i}_d,$$

– регулятора тока по оси  $q$

$$u_q = \sigma(\omega_0 i_d + \gamma_n i_q^* + \beta \omega |\dot{\psi}| - k_i \tilde{i}_q - z_q); \quad (30)$$

$$\dot{z}_q = k_{ii} \tilde{i}_q,$$

где  $\tilde{i}_d = i_d - i_d^*$ ,  $\tilde{i}_q = i_q - i_q^*$  – ошибки обработки задан-

ных токов статора ( $i_d^*$ ,  $i_q^*$ ), формируемых регуляторами потока (19) и скорости (23) соответственно;  $k_i, k_{ii} > 0$  – коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регуляторов тока, которые должны быть достаточно «большими» для реализации токового управления.

*Результаты экспериментального тестирования.*

Экспериментальные исследования выполнялись на станции быстрого прототипного тестирования, функциональная схема которой изображена на рис. 2. Экспериментальная установка включает: управляющий контроллер на основе 32-разрядного цифрового сигнального процессора с плавающей точкой, в котором реализуются исследуемые алгоритмы; трехфазный инвертор 25А/380В с несущей частотой ШИМ 10 кГц; персональный компьютер, который предназначен для программирования, отладки и визуализации переходных процессов необходимых переменных; исследуемый АД типа 4АО80В2 мощностью 0,75 кВт. В качестве нагрузки использовался токовый управляемый двигатель постоянного тока (ДПТ). Для измерения скорости используется фотоимпульсный датчик инкрементального типа с разрешающей способностью 1000 имп/об. Измерение токов производится с помощью двух гальванически развязанных датчиков тока (ДТ1 и ДТ2), работающих на эффекте Холла.

Параметры АД, который использовался в экспериментах, следующие: номинальная угловая скорость  $\omega_n = 300 \text{ рад/с}$ ; номинальный момент  $M_n = 2,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $R_1 = 11 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 5,51 \text{ Ом}$ ;  $L_1 = L_2 = 0,95 \text{ Гн}$ ;  $L_m = 0,91 \text{ Гн}$ ;  $J = 0,0036 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

С целью сравнительного анализа тестирование выполнялось для инвариантного алгоритма (19), (29), (11), (23), (30) и стандартного прямого векторного управления [14], являющегося промышленным стандартом. Алгоритмы были настроены следующим образом: коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регуляторов скорости –  $k_\omega = 150$ ,  $k_{\omega i} = 11250$ ; коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регуляторов потока –  $k_\psi = 100$ ,  $k_{\psi i} = 2500$ ; коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регуляторов тока  $k_i = 750$ ,  $k_{ii} = 281250$ ; параметры наблюдателя (11) –  $k_{ed1} = 0$ ,  $\delta = 330$ . Начальные условия для всех переменных устанавливались нулевыми, кроме  $|\dot{\psi}_2(0)| = 0,025$ . Поскольку исследуемый АД имеет короткозамкнутый ротор, то вариация  $\Delta R_2$  вводилась в исследуемых алгоритмах: вместо  $\alpha_n$  использовался параметр  $\hat{\alpha} = \rho \alpha_n$ .

Для оценивания реального модуля вектора потока сцепления во время экспериментальных исследований использовался дополнительный разомкнутый наблюдатель пониженного порядка [3] с корректными параметрами, что позволило косвенным путем получить ошибку регулирования потока  $\tilde{\psi} = \psi' - \psi^*$ , где  $\psi'$  – оцененное значение

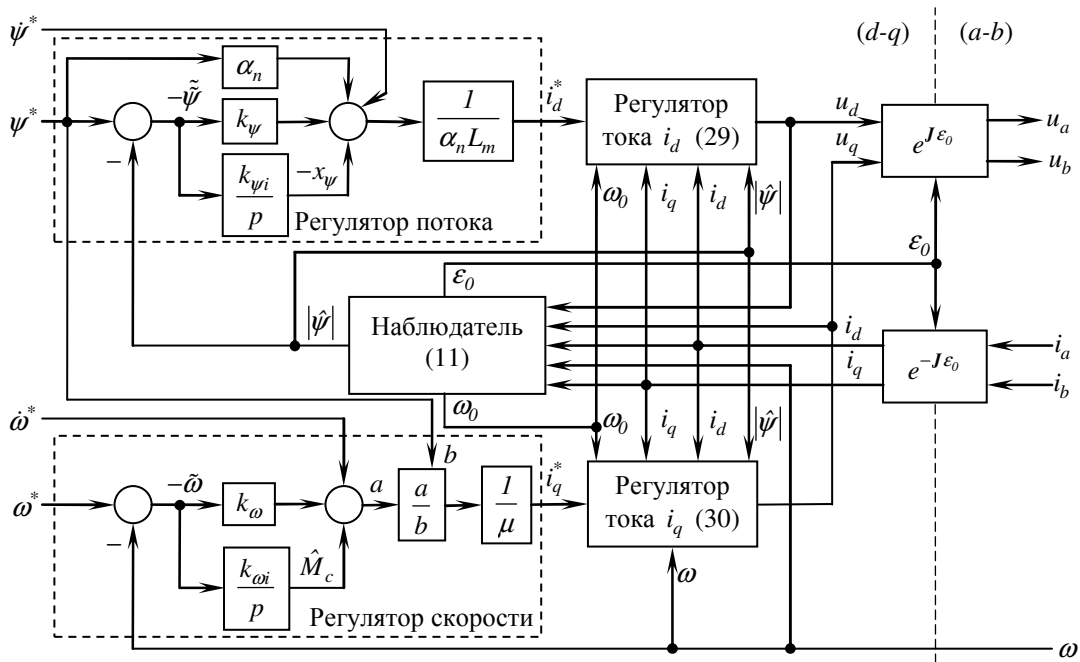


Рисунок 1 – Структурная схема алгоритма прямого векторного управления

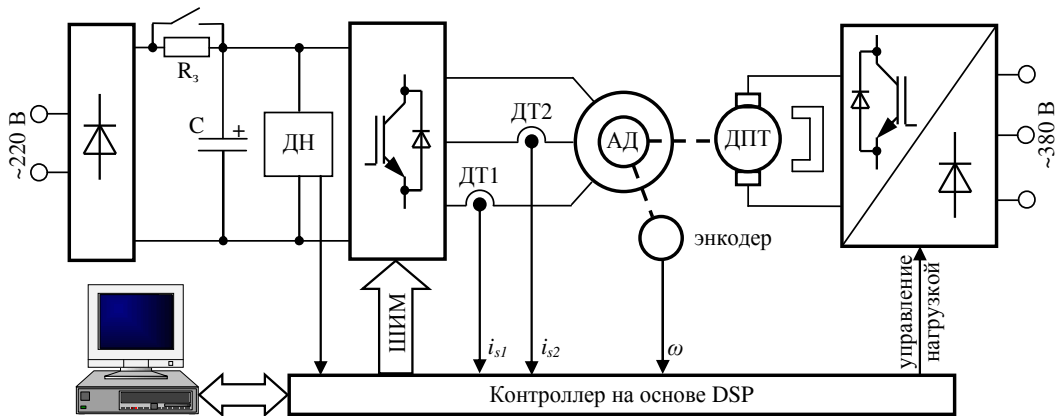


Рисунок 2 – Функциональная схема экспериментальной установки

модуля вектора потокосцепления ротора.

При проведении исследований использовался тест с однопериодной последовательностью операций управления, показанной на рис. 3:

- на интервале времени 0–0,25 с АД возбуждается, траектория заданного потока начинается с 0,025 Вб и достигает значения 0,9 Вб с ограниченными первой и второй производными;
- начиная с  $t = 0,6$  с, двигатель без нагрузки разгоняется по заданной траектории скорости, которая имеет нулевое начальное значение и достигает 100 рад/с (33,3 % от номинального значения) с ограниченными производными первого и второго порядка;

- в момент времени  $t = 1$  с к валу двигателя ступенчато прикладывается постоянный момент нагрузки, равный 90 % от номинального значения;
- в момент времени  $t = 1,8$  с начинается реверс до скорости  $-100$  рад/с с ограниченными первой и второй производными;
- в момент времени  $t = 2,8$  с момент нагрузки снимается.

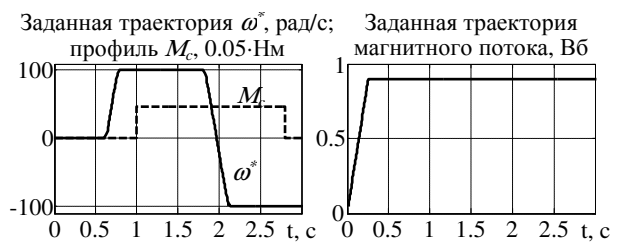


Рисунок 3 – Заданные траектории угловой скорости и потока, профиль момента нагрузки

На рис. 4,а,б показаны графики переходных процессов исследуемых алгоритмов при  $\rho = 1$  ( $\Delta R_2 = 0$ ), из которых следует, что по сравнению со стандартным динамические характеристики системы при использовании инвариантного алгоритма выше, т.к. ошибка отработки траектории изменения угловой скорости в момент разгона и при реверсе не превышает 0,5 рад/с (рис. 4,б), в то время как у стандартного алгоритма – 1,1 рад/с (рис. 4,а). При отработке постоянного момента нагрузки поведение алгоритмов одинаково, максимальные значе-

ния ошибки регулирования скорости при набросе и сбросе нагрузки составляет около 3,5 рад/с. Результаты математического моделирования инвариантного алгоритма, полученные в условиях того же теста, показаны на рис. 4,в. Сравнивая графики на рис. 4,б,в, устанавливаем, что динамические процессы инвариантного алгоритма, полученные экспериментально и методом математического моделирования, совпадают с достаточной степенью точности для систем такого уровня сложности.

На рис. 5, 6 показаны переходные процессы при  $\rho = 0,6$  и  $\rho = 1,7$  соответственно. Из рис. 5,а и 6,а следует, что при стандартном алгоритме нарушается асимптотичность регулирования потока, что приводит: при  $\rho = 0,6$  – к некоторому замедлению переходного процесса тока по оси q и увеличению его значения; при  $\rho = 1,7$  – к значительному росту тока по оси q и к существенной деградации динамических показателей, что является недопустимым для высокодинамических применений. Из графиков на рис. 5,б и 6,б следует, что в тех же условиях при использовании инвариантного алгоритма не наблюдается существенных отличий по сравнению со случаем  $\rho = 1$ , показанным на рис. 4,б. Исключение составляет участок намагничивания, на котором поток обрабатывается с небольшой ошибкой, которая затухает в ноль. Результаты моделирования работы инвариантного алгоритма при тех же условиях, представленные на рис. 5,в и 6,в, с достаточной степенью точности совпадают с результатами экспери-

ментальных исследований (рис. 5,б и 6,б).

Энергетическая эффективность процесса электромеханического преобразования энергии исследуемых алгоритмов оценивалась по установившемуся значению модуля вектора тока статора ( $I = \sqrt{i_d^2 + i_q^2}$ ), рассчитанному при работе АД под нагрузкой на скоростях +100 и -100 рад/с. Результаты расчетов сведены в табл. 1, из которой видно, что при сохранении значения модуля тока в инвариантном алгоритме, в стандартном наблюдается явное увеличение модуля тока при вариациях (особенно при  $\rho = 1,7$  на скорости +100 рад/с), что свидетельствует о снижении энергетической эффективности системы при использовании стандартного алгоритма.

Таблица 1 – Установившееся значение модуля вектора тока статора под нагрузкой

$\rho$	Установившееся значение модуля вектора тока статора под нагрузкой, А			
	при стандартном алгоритме		при инвариантном алгоритме	
	+100, рад/с	-100, рад/с	+100, рад/с	-100, рад/с
1	2,15	1,43	2,15	1,43
0,6	2,24 (+4,2 %)	1,6 (+11,9 %)	2,14	1,42
1,7	3,1 (+44,2 %)	1,55 (+8,4 %)	2,15	1,44

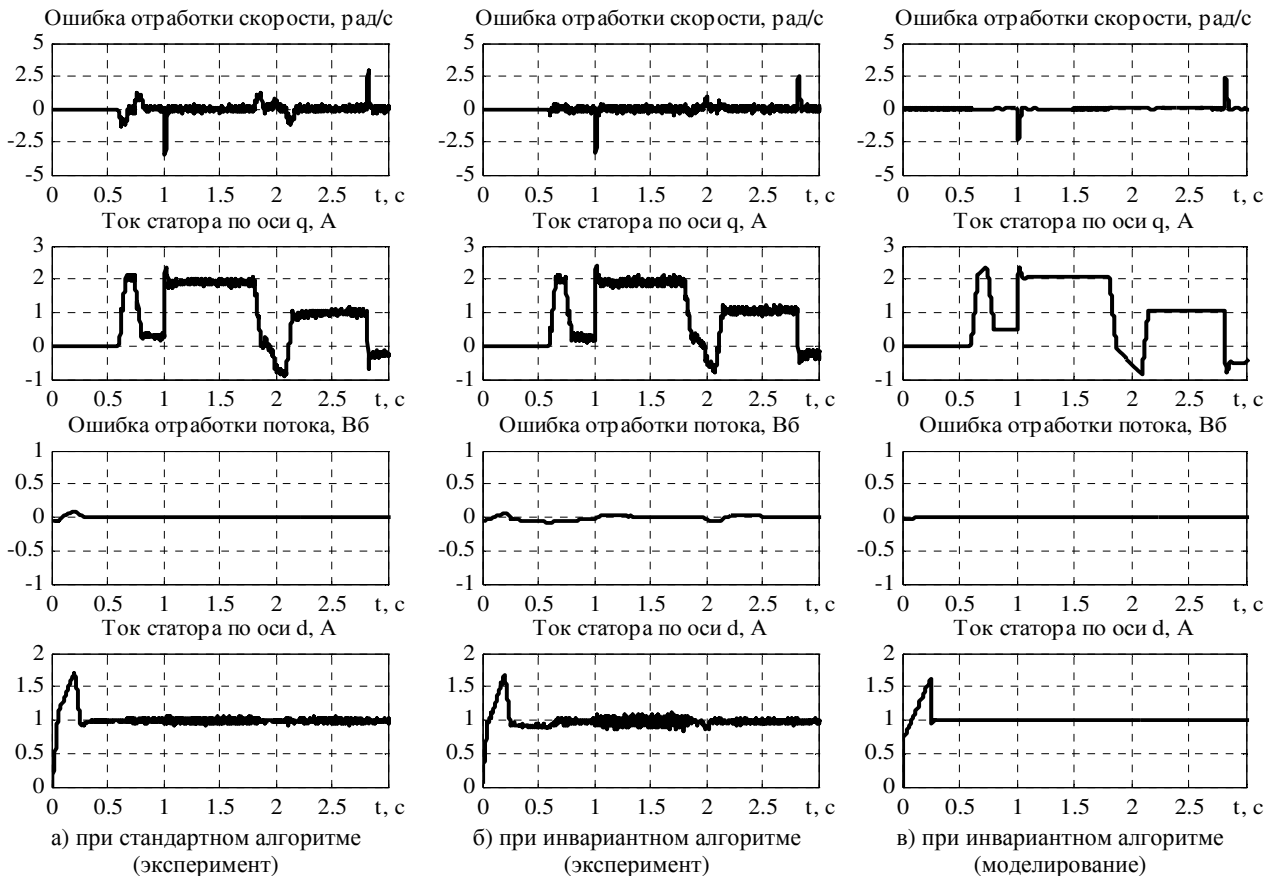


Рисунок 4 – Переходные процессы без вариации  $\Delta R_2$

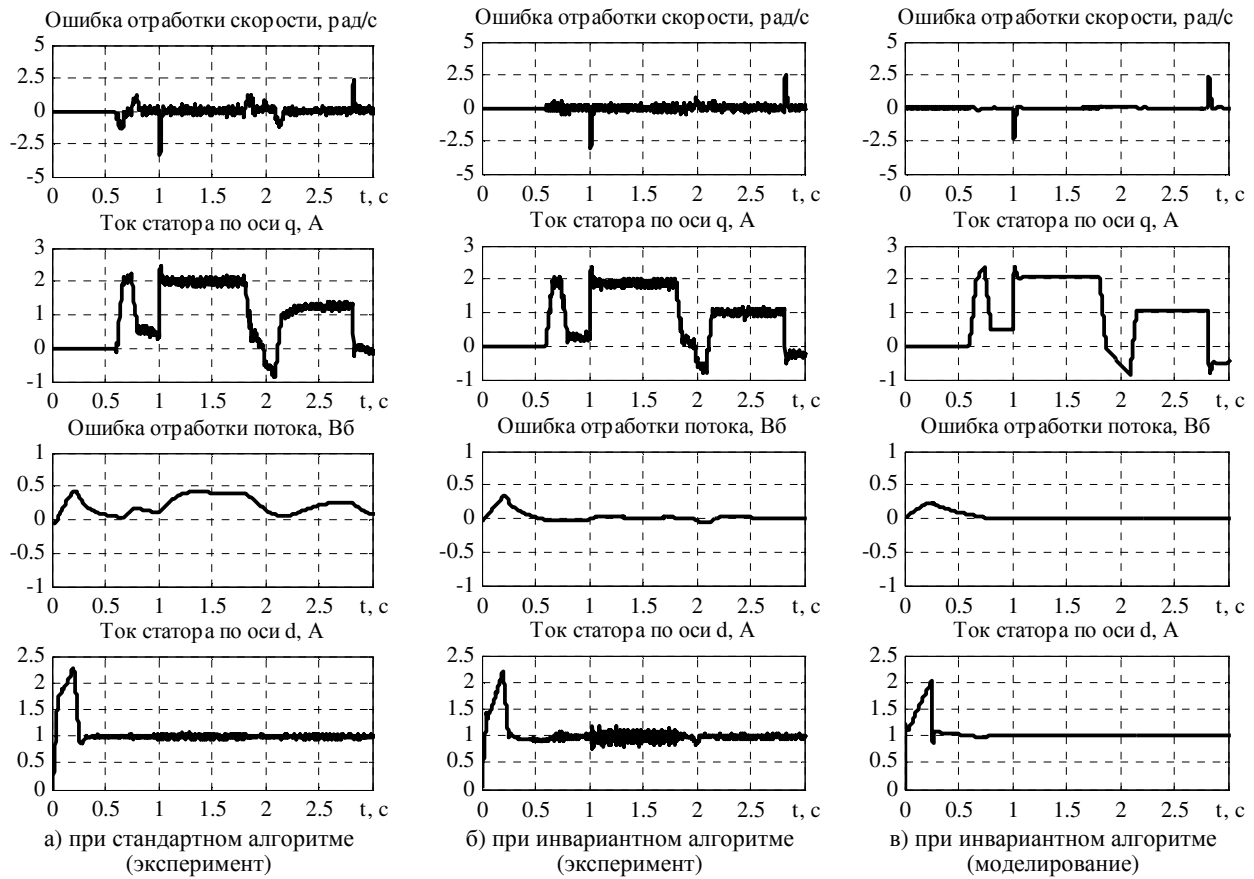


Рисунок 5 – Переходные процессы при  $\rho = 0,6$

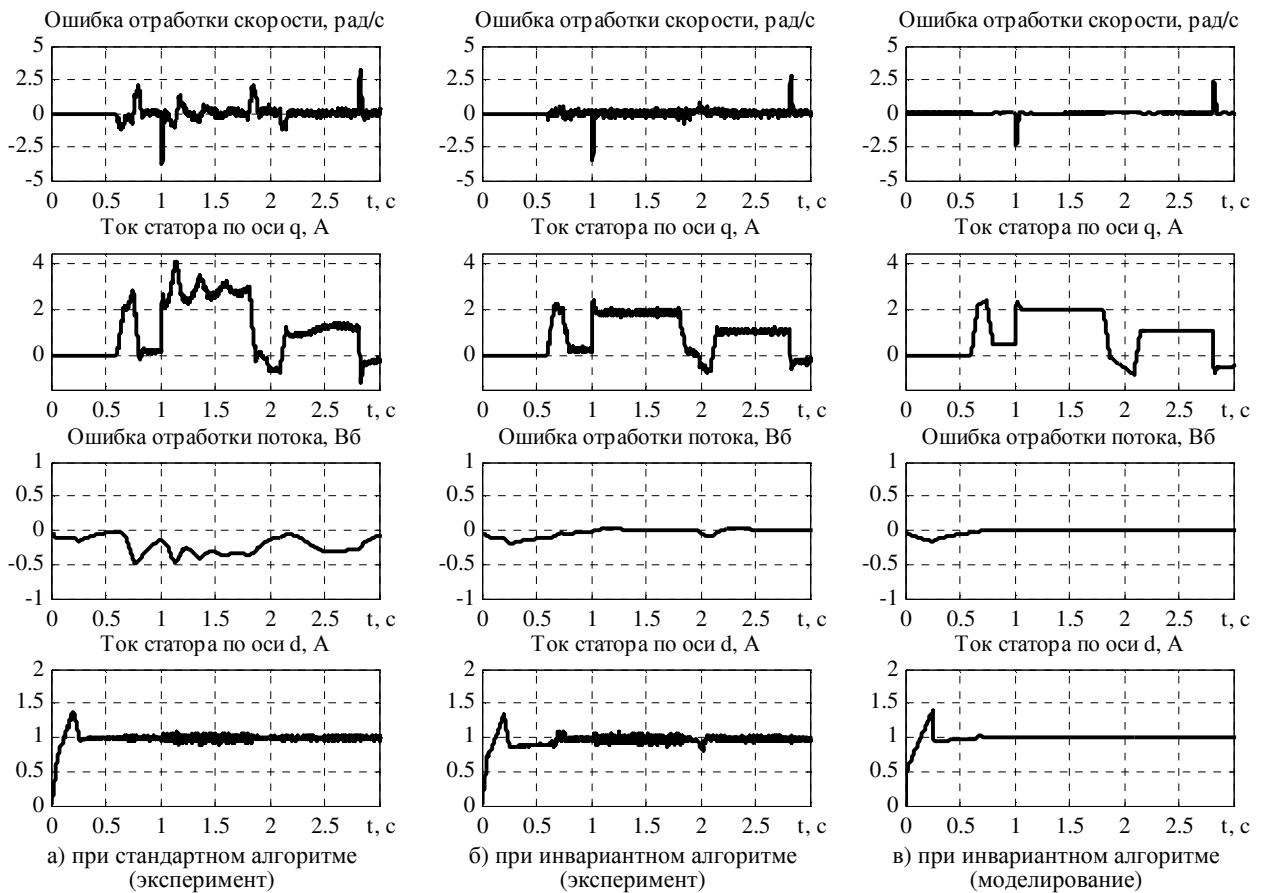


Рисунок 6 – Переходные процессы при  $\rho = 1,7$



**ВИВОДИ.** В умовах токового управління асинхронними двигателями синтезований алгоритм, гарантуючий локально експоненціально устійчиву обробку заданих траєкторій змінення кулової шкорути і потока, обладаючий своєю інваріантності к ограніченним варіаціям активного сопротивлення ротора. Інваріантність алгоритма досягнута за рахунок спеціальної структури наблюдателя магнітного потоку, працюючого в скользящем режимі. Ефективність запропонованого алгоритма підтверджена результатами експериментальних тестів і математичного моделювання, які незалежно від шкорути вращення ротора демонструють сильні властивості робастності при варіаціях активного сопротивлення роторної цепи в діапазоні (–40)–(+70) %.

*Приложение.* С учетом определения векторов  $x_1$  и  $x_2$ , матрицы, позволяющие представить композитную систему (24) и (20), (12) в форме каскадного соединения в контуре обратной связи двух подсистем (25), (26), имеют следующий вид:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & k_{oi} \\ -1 & -k_{\omega} \end{bmatrix};$$

$$A_{12}(x_2, t) = \frac{\tilde{\psi}_d + \tilde{\psi}}{\psi^*} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -k_{\omega} \end{bmatrix};$$

$$B_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & b_{24} & -\frac{\mu(\alpha_n \psi^* + \dot{\psi}^*)}{\alpha_n L_m} \end{bmatrix};$$

$$B_2(x_2) = \frac{\mu \tilde{\psi}_q}{\alpha_n L_m} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & k_{\psi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_2(x_1, t) = \left[ \begin{array}{cc|ccc} 0 & k_{\psi i} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -(\alpha_n + k_{\psi}) & -\alpha_n L_m & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -(\alpha_n + k_{ed}) & \alpha_n & \omega \\ 0 & 0 & -\gamma_1 \alpha_n & 0 & \omega_0 \\ 0 & 0 & -\gamma_1 \omega & -\omega_0 & 0 \end{array} \right],$$

где  $b_{22} = b_{24} = \frac{(M_c / J + \dot{\omega}^*)}{\psi^*}$ .

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Krishnan R. Electric Motor Drives. – New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001. – 626 p.  
 2. Novotny D.W., Lipo T.A. Vector Control and Dynamics of AC Drives. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 456 p.  
 3. Marino R., Tomei P., Verrelli C.M. Induction motor control design. – London: Springer, 2010. – 351 p.

4. Verghese G.C., Sanders S.R. Observers for flux estimation in induction machines // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 1988. – Iss. 35/1988 (1). – PP. 85–94.

5. Marino R., Peresada S., Tomei P. On-line stator and rotor resistance identification in induction motor // IEEE Transactions on Control System Technology. – 2000. – Iss. 8/2000 (3). – PP. 570–578.

6. Seok Ho Jeon, Kwang Kyo Oh, Jin Young Choi. Flux Observer With Online Tuning of Stator and Rotor Resistances for Induction Motors // IEEE Transaction on Industrial Electronics. – 2002. – Iss. 49/2002 (3). – PP. 653–664.

7. Пересада С.М., Трандафилов В.Н. Метод синтеза и робастность наблюдателей потокосцепления асинхронного двигателя, работающих в скользящих режимах // Електромеханічні і енергозберігаючі системи: щоквартальний науково-виробничий журнал. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С. 40–44.

8. Rehman H.U., Guven M.K., Derdiyok A., Xu L. A new current model flux observer insensitive to rotor time constant and rotor speed for DFO control of induction machine // in Proc. of the 32<sup>nd</sup> An. Conf. of the IEEE Power Electronics Specialists, PESC'01. – Vancouver, Canada. – June 2001. – Iss. 2. – PP. 1179–1184.

9. Пересада С.М., Трандафилов В.Н. Метод синтеза инвариантных к вариациям активного сопротивления ротора алгоритмов прямого векторного управления асинхронным двигателем // Вісник Національного технічного університету «ХПІ»: збір. наук. праць. Серія «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – 2013. – Вип. 36/2013 (1009). – С. 59–63.

10. Пересада С.М., Трандафилов В.Н. Инвариантность наблюдателей вектора потокосцепления ротора при прямом векторном управлении асинхронными двигателями // Технічна електродинаміка. – 2014. – Вип. 6. – С. 41–48.

11. Utkin V.I., Guldner J., Shi J. Sliding mode control in electromechanical systems. – Boca Raton, London: CRC Press, Taylor & Francis, 2009. – 485 p.

12. Narendra K.S., Annaswamy A.M. Stable adaptive systems. – New Jersey, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989. – 496 p.

13. Peresada S., Tonielli A. High-performance robust speed-flux tracking controller for induction motor // International journal of adaptive control and signal processing. – 2000. – Iss. 14. – PP. 177–200.

14. Leonhard W. Control of Electrical Drives, 3<sup>rd</sup> Ed. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2001. – 421 p.

## INVARIANT TO ROTOR RESISTANCE VARIATIONS ALGORITHM OF DIRECT FIELD-ORIENTED CONTROL OF CURRENT-FED INDUCTION MOTORS POWERED BY CURRENT SOURCE

S. Peresada, S. Kovbasa, V. Trandafilov

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

prosp. Pobedy, 37, Kiev, 03056, Ukraine. E-mail: sergei.peresada@gmail.com

Novel solution of the induction motor speed-flux tracking control problem has been developed and experimentally tested. Direct rotor flux field oriented controller is designed for current-fed induction motor model and uses full order sliding mode flux observer. Controller guarantees local asymptotic speed-flux tracking and asymptotic direct field-orientation under condition of unknown constant load torque. Asymptotic decoupling of speed and flux subsystems is achieved. Flux subsystem is invariant with respect to limited rotor resistance variations due to special structure of the sliding mode observer. The efficiency of the proposed solution confirmed by the results of experimental studies and simulation, which demonstrated strong robustness properties with respect to rotor resistance variations in all motor operating conditions including near by zero speeds.

**Key words:** induction motor, direct field-orientation, current-fed, invariant observer, rotor resistance variations.

## REFERENCES

1. Krishnan, R. (2001), *Electric Motor Drives*, Upper Saddle River, Prentice Hall, New Jersey, USA.
2. Novotny, D.W. and Lipo, T.A. (1996), *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford, Clarendon Press, Great Britain.
3. Marino, R., Tomei, P. and Verrelli, C.M. (2010), *Induction motor control design*, Springer, London, Great Britain.
4. Verghese, G.C. and Sanders, S.R. (1988), "Observers for flux estimation in induction machines", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 35, no. 1, pp. 85–94.
5. Marino, R., Peresada, S. and Tomei, P. (2000), "On-line stator and rotor resistance identification in induction motor", *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 8, no. 3, pp. 570–578.
6. Seok, Ho Jeon, Kwang, Kyo Oh and Jin, Young Choi (2002), "Flux Observer With Online Tuning of Stator and Rotor Resistances for Induction Motors", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 49, no. 3, pp. 653–664.
7. Peresada, S.M. and Trandafilov, V.N. (2012), "Synthesis method and robustness of sliding mode observers of induction motor's flux", *Elektromekhanichni i enerhozberihayuchi systemy: shchokvartalnyy naukovo-vyrobnychyy zhurnal. Tematychnyy vyputsk "Problemy avtomatyzovanoho elektropryvodu. Teoriya i praktyka"*, Vol. 3, no. 19, pp. 40–44. (in Russian)
8. Rehman, H.U., Guven, M.K., Derdiyok, A. and Xu, L. (2001), "A new current model flux observer insensitive to rotor time constant and rotor speed for DFO control of induction machine", in *Proc. of the 32<sup>nd</sup> An. Conf. of the IEEE Power Electronics Specialists, PESC'01, Vancouver, Canada, Vol. 2*, pp. 1179–1184.
9. Peresada, S.M. and Trandafilov, V.N. (2013), "Design method of direct field-oriented control algorithms of induction motor invariant to rotor resistance variations", *Visnyk natsionalnoho tekhnichnoho universytetu "Kharkiv Polytechnic Institute": zbirnyk naukovykh prats. Seriya «Problemy avtomatyzovanoho elektropryvodu. Teoriya i praktyka»*, Vol. 1009, no. 36, pp. 59–63. (in Russian)
10. Peresada, S.M. and Trandafilov, V.N. (2014), "Invariance of rotor flux observers in direct field-oriented control of induction motors", *Tekhnichna elektrodynamika*. Vol. 6, pp. 41–48. (in Russian)
11. Utkin, V.I., Guldner, J. and Shi, J. (2009), *Sliding mode control in electromechanical systems*, Boca Raton, CRC Press, Taylor & Francis, London, Great Britain.
12. Narendra, K.S. and Annaswamy, A.M. (1989), *Stable adaptive systems*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, New Jersey, USA.
13. Peresada, S. and Tonielli, A. (2000), "High-performance robust speed-flux tracking controller for induction motor", *International journal of adaptive control and signal processing*, Vol. 14, pp. 177–200.
14. Leonhard, W. (2001), *Control of Electrical Drives*, 3<sup>rd</sup> Ed., Heidelberg, Springer, Berlin, Germany.

Стаття надійшла 28.08.2014.