

УДК 621.311.001.57:622.012.2

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРОМЕРЕЖІ ШАХТИ ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

В. Ф. Сивокобыленко, С. В. Василець

Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет»
пл. Шибанкова, 2, м. Красноармійськ, 85300, Україна. E-mail: svyat.vasilets@gmail.com

Актуальність аналізу перехідних процесів в електричній мережі вугільної шахти математичними методами обумовлена необхідністю проектування сучасних електротехнічних комплексів із підвищеними техніко-економічними показниками роботи. Відомі методи, що використовуються для розрахунку показників перехідних процесів шахтних електромереж, не забезпечують необхідної точності. Метою роботи є обґрунтування комплексної математичної моделі електротехнічних комплексів шахтної електричної мережі. З використанням метода змінних стану отримано матричне диференціальне рівняння, що описує перехідні процеси в електромережі довільної конфігурації, яка включає трансформатори, кабелі, комутаційні апарати та електродвигуни. Для його чисельного розв'язання запропоновано використовувати жорстко-стійкий метод Гіра із застосуванням вектора Нордсіка. Математична модель реалізована у вигляді прикладної комп'ютерної програми MinePowerNet з графічним інтерфейсом, застосування якої під час проектування дозволить підвищити точність розрахунків, зменшити тривалість проектування, знизити вимоги до рівня підготовки проектувальників, підвищити точність налаштування захисних апаратів.

Ключові слова: шахта, електромережа, двигун, моделювання, схема заміщення.

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОСЕТИ ШАХТЫ СРЕДСТВАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В. Ф. Сивокобыленко, С. В. Василець

Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический университет»
пл. Шибанкова, 2, г. Красноармейск, 85300, Украина, E-mail: svyat.vasilets@gmail.com

Актуальность анализа переходных процессов в электрической сети угольной шахты математическими методами обусловлена необходимостью проектирования современных электротехнических комплексов с повышенными технико-экономическими показателями работы. Известные методы, которые используются для расчета показателей переходных процессов шахтных электросетей, не обеспечивают необходимой точности. Целью работы является обоснование комплексной математической модели электротехнических комплексов шахтной электрической сети. С использованием метода переменных состояния получено матричное дифференциальное уравнение, описывающее переходные процессы в электросети произвольной конфигурации, которая включает трансформаторы, кабели, коммутационные аппараты и электродвигатели. Для его численного решения предложено использовать жестко-устойчивый метод Гира с привлечением вектора Нордсика. Математическая модель реализована в виде прикладной компьютерной программы MinePowerNet с графическим интерфейсом, использование которой при проектировании позволит повысить точность расчетов, уменьшить продолжительность проектирования, снизить требования к уровню подготовки проектировщиков, повысить точность настройки защитных аппаратов.

Ключевые слова: шахта, электросеть, двигатель, моделирование, схема замещения.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Основою енергетичної незалежності України є кам'яне вугілля, яке на сьогодні та в перспективі може повністю забезпечити потреби економіки України: у структурі вітчизняних запасів органічного палива вугілля складає 95,4 %, у світі – 67 % [1].

Концепцією розвитку вугільної промисловості України та Енергетичною стратегією України на період до 2030 р. передбачено збільшення обсягів власного видобутку вугілля шляхом будівництва нових шахт, реконструкції та модернізації діючих вугільних підприємств. Це передбачає проектування електротехнічних комплексів шахтної електричної мережі з урахуванням необхідності економії фінансових ресурсів, вимог до енерго- та ресурсозбереження, що можливо тільки на основі математичного аналізу перехідних процесів у системі. Вагомий внесок у розробку методів аналізу перехідних процесів в електротехнічних комплексах промислових під-

приємств, у тому числі й шахт, внесли С.А. Волотовський, М.І. Озерной, В.І. Щуцький, Р.М. Лейбов, В.С. Перхач, К.С. Демірчян, Г.Г. Півняк, В.С. Дзюбан, Ф.П. Шкрабець, С.І. Випанасенко, В.П. Колосяк, Hermann W. Dommel (США, Канада), Leon O. Chua, Pen-Min Lin (США), Jos Arrillaga (Нова Зеландія), Fabio Saccomanno (Італія), Juan A. Martinez-Velasco (Іспанія), Yonghua Song, Malcolm Irving (Великобританія) та багато інших учених, а також наукові колективи Інституту електродинаміки Національної академії наук (ІЕД НАН) України, Український науково-дослідний, проектно-конструкторський та технологічний інститут вибухозахисного та рудникового електрообладнання з дослідно-експериментальним виробництвом, Макіївський державний науково-дослідний інститут з безпеки робіт у гірничій промисловості (МакНДІ), Національний гірничий університет (НГУ), Інститут гірничої справи (ІГС) імені Олександра Скочинського,

МЕІ, Донецький державний науково-дослідний вугільний інститут (ДонВугІ), Донецький національний технічний університет (ДонНТУ), IEEE (м. Піскетевей, штат Нью-Джерсі, США), IET (Лондон, Великобританія) та ін.

Більшість відомих методів аналізу перехідних процесів розроблялися для електротехнічних комплексів загальнопромислових підприємств та не враховувала особливості побудови та функціонування шахтних електромереж [2]. Відомі методи аналізу перехідних процесів у шахтних електромережах задовольняли потреби вугільної промисловості на відповідному етапі розвитку електротехнічних комплексів шахт та через недостатню точність можуть слугувати тільки для приблизного вибору електрообладнання. Це обумовлює актуальність аналізу перехідних процесів в електромережі шахти засобами математичного моделювання.

Відомо про наявність методик для аналізу перехідних та усталених процесів в окремих режимах, які використовуються під час проектування шахтних електромереж, більшість з яких базується на ідеалізуючих спрощеннях та оперує приблизними коефіцієнтами, що знижує точність розрахунків та може призвести до вибору електрообладнання, параметри якого не відповідають реальним умовам, що, у свою чергу, знижує показники надійності функціонування електромережі або невиправдано збільшує матеріальні витрати.

Зокрема, при розрахунку струмів короткого замикання в шахтних електромережах вважають, що потужність живлячої мережі є безкінечною, всі електрорушійні сили (ЕРС) співпадають за фазою, ЕРС віддалених від місця короткого замикання джерел живлення лишаються незмінними, не враховуються струми намагнічування трансформаторів, не беруться до уваги перехідні процеси в електродвигунах та генераторах (навантаження замінюють сталими індуктивними опорами або взагалі не враховують), не береться до уваги можлива несиметрія системи, перехідні опори комутаційних апаратів та місця короткого замикання вважаються нульовими, не враховуються кола захисних апаратів та ін. [3]. Досвід розрахунків перехідних процесів при короткому замиканні в електроустановках напругою до 1 кВ з використанням практичних способів показує, що похибки в розрахунку початкових значень струмів короткого замикання становлять близько 5 %, а усталених аварійних струмів – від 10 до 15 %. Під час розрахунку електричних навантажень широко використовується метод коефіцієнта попиту, який характеризується суттєвими похибками: для умов шахт західного Донбасу середня похибка визначення максимуму навантаження для головної знижувальної підстанції становить 55 %, для споживачів центральної підземної підстанції – 89 %, для трансформаторних підстанцій напругою 6/0,4 кВ – 129 % [4].

Розвиток методів аналізу перехідних процесів в електротехнічних комплексах промислових електромереж тісно пов'язаний із розвитком засобів мо-

делювання. Теоретичний аналіз процесів в електромережі передбачає формування схеми заміщення, яка відображає реальний об'єкт із задовільною точністю, та складання диференціальних рівнянь електричної та механічної рівноваги у фазних чи перетворених координатах на основі законів Ома та Кірхгофа з використанням методів вузлових напруг, контурних струмів та ін. [5]. Використання цифрових обчислювальних машин для розв'язання таких рівнянь обумовило необхідність формалізації методів аналізу електричних кіл, що забезпечують машинне формування та розв'язання чисельними методами рівнянь стану електротехнічних комплексів електромереж [6]. Необхідність автоматизації процесу введення схеми заміщення мережі до обчислювальної машини вплинула на розвиток матрично-топологічних методів аналізу, які, зображуючи структуру електричного кола за допомогою графів, дозволяють описувати схему заміщення мережі матрицями. Аналіз перехідних процесів в електромережах, що описані топологічними матрицями, найчастіше проводять із використанням метода змінних стану, який передбачає машинне формування системи диференціальних рівнянь першого порядку відносно змінних стану незалежних накопичувачів енергії (струмів індуктивностей та напруг ємностей) та їх розв'язання одним з явних або неявних методів чисельного інтегрування, часто – з використанням схеми «предиктор–коректор» [7].

За необхідністю моделювання одно- та багатофазних електричних мереж із нелінійними елементами доцільно користуватися методом Г. Доммеля [8], що передбачає апроксимацію диференціальних рівнянь реактивних елементів резистивною схемою (дискретною схемною моделлю, моделлю супроводу), яка однозначно відповідає методу інтегрування.

Особливий інтерес при моделюванні електромереж становлять моделі електричних машин як основних споживачів енергії, оскільки точність розрахунку перехідних процесів електродвигунів суттєво впливає на точність моделювання електротехнічного комплексу в цілому. Процес електромеханічного перетворення енергії може бути проаналізований за допомогою теорії кіл, що базується на рівняннях Кірхгофа, та теорії поля, в основі якої – рівняння Максвелла [9].

При застосуванні положень теорії кіл вважають, що спектральні характеристики розподілення магнітного поля в повітряному зазорі відомі. У перехідних режимах кожній гармоніці магнітного поля відповідають звичайні диференціальні рівняння електричної рівноваги відносно часу, складені згідно із законами Кірхгофа. Розв'язуючи їх у сукупності з рівнянням механічної рівноваги електропривода, можна проаналізувати перехідний процес [9]. Підвищення точності моделювання електродвигунів досягається врахуванням ефектів витіснення струмів у роторі, насичення сталі, залежності активних опорів від температури, момента інерції від частоти обертання (для деяких механізмів) та ін., що вимагає

розв'язання системи диференціальних рівнянь із нелінійними коефіцієнтами [10]. Особливістю математичних моделей електричних машин, що базуються на теорії кіл, є необхідність обчислення значень параметрів схем заміщення. Для цього розроблені спеціальні методики [11–13], що використовують каталожні дані електричних машин, дані дослідів неробочого ходу та короткого замикання, миттєві значення робочих параметрів машини, алгоритми оптимізації, методи нечіткої логіки й т. ін.

Таким чином, методи, що використовуються для розрахунку показників перехідних процесів шахтних електромереж, не забезпечують необхідної точності. Відомі методи моделювання перехідних процесів, орієнтовані на розв'язання задач в умовах загальнопромислових підприємств, потребують узагальнення та доопрацювання для застосування під час аналізу перехідних процесів, що дозволить підвищити ефективність функціонування електротехнічних комплексів шахтних електричних мереж.

Метою роботи є обґрунтування комплексної математичної моделі електротехнічних комплексів шахтної електричної мережі.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.

Аналіз перехідних процесів в електромережі вугільної шахти проводитиметься з використанням метода змінних стану. Для кожного елемента електромережі задано схему заміщення. Схеми заміщення окремих елементів відповідно до схеми з'єднання останніх об'єднують у загальну схему заміщення електромережі. Для такої схеми складають граф, на якому виділяють дерево та доповнення дерева, після цього складають першу матрицю інцидентів, з якої, після перетворень, отримують матрицю головних перетинів, яка в загальному випадку має вигляд:

$$\bar{F}_1 = C_p \begin{matrix} C_x & R_x & L_x & I & I_y \\ U_y \begin{bmatrix} \bar{F}_2 & \bar{F}_3 & \bar{F}_4 & \bar{F}_5 & \bar{F}_6 \\ \bar{F}_7 & \bar{F}_8 & \bar{F}_9 & \bar{F}_{10} & \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \bar{F}_{15} & \bar{F}_{16} \\ \bar{F}_{17} & \bar{F}_{18} & \bar{F}_{19} & \bar{F}_{20} & \bar{F}_{21} \\ \bar{F}_{22} & \bar{F}_{23} & \bar{F}_{24} & \bar{F}_{25} & \bar{F}_{26} \end{bmatrix} \\ R_p \\ L_p \end{matrix}, \quad (1)$$

де підматриці $\bar{F}_2, \bar{F}_7, \bar{F}_{17}, \bar{F}_{22}, \bar{F}_{23}, \bar{F}_{25}, \bar{F}_{26}$ є нульовими через відсутність відповідних особливостей графа.

Резистивним елементам схеми заміщення відповідає матричне рівняння

$$\bar{I}_{рез} = \bar{B}_1 \bar{X} + \bar{B}_2 \bar{X}_{ну} + \bar{B}_3 \bar{X}_{yu}, \quad (2)$$

де $\bar{I}_{рез} = [\bar{I}_{R_p} \ \bar{I}_{R_x}]^T$ – вектор струмів резистивних ребер та хорд; $\bar{X} = [\bar{U}_{C_p} \ \bar{I}_{L_x}]^T$ – вектор змінних стану RLC -кола (напруг на ємнісних ребрах та струмів індуктивних хорд); $\bar{X}_{ну} = [\bar{U} \ \bar{I}]^T$, $\bar{X}_{yu} = [\bar{U}_{yu} \ \bar{I}_{yu}]^T$ – відповідно вектори незалежних та керованих джерел живлення;

$$\bar{B}_1 = \bar{A}_{11}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{19} \\ \bar{F}_{13}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_2 = \bar{A}_{11}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{20} \\ \bar{F}_8^T & \bar{0} \end{bmatrix};$$

$$\bar{B}_3 = \bar{A}_{11}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{21} \\ \bar{F}_3^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{F}_{18} \\ -\bar{F}_{18}^T \bar{R}_p & \bar{R}_x \end{bmatrix};$$

\bar{R}_p, \bar{R}_x – відповідно діагональні матриці опорів резистивних ребер та хорд.

Матричне диференціальне рівняння стану реактивних елементів системи є наступним:

$$d\bar{X}/dt = \bar{A}_1 \bar{X} + \bar{A}_2 \bar{X}_{ну} + \bar{A}_3 \bar{X}_{yu}, \quad (3)$$

$$\text{де } \bar{A}_1 = \bar{A}_{22}^{-1} \left(\bar{A}_{21} \bar{B}_1 + \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{14} \\ \bar{F}_{14}^T & \bar{0} \end{bmatrix} \right);$$

$$\bar{A}_2 = \bar{A}_{22}^{-1} \left(\bar{A}_{21} \bar{B}_2 + \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{15} \\ \bar{F}_9^T & \bar{0} \end{bmatrix} \right);$$

$$\bar{A}_3 = \bar{A}_{22}^{-1} \left(\bar{A}_{21} \bar{B}_3 + \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{16} \\ \bar{F}_4^T & \bar{0} \end{bmatrix} \right); \quad \bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{13} \\ \bar{F}_{19}^T \bar{R}_p & \bar{0} \end{bmatrix};$$

$$\bar{A}_{22} = \text{diag}\{ \bar{C}_p + \bar{F}_{12} \bar{C}_x \bar{F}_{12}^T \ \bar{L}_x + \bar{F}_{24}^T \bar{L}_p \bar{F}_{24} \},$$

причому \bar{C}_p, \bar{C}_x – матриці ємностей C ребер та хорд відповідно; \bar{L}_p, \bar{L}_x – матриці індуктивностей L ребер та хорд відповідно, в яких враховані взаєміндуктивності.

Більшість шахтних машин і механізмів обладнані асинхронними двигунами. Для моделювання асинхронного двигуна використовується схема заміщення з двоконтурним ротором, що дає змогу врахувати ефект витіснення струмів у роторі (рис. 1) [14]. Також враховується насичення магнітних кіл за шляхами головного магнітного потоку та потоків розсіювання статора й ротора. Схема заміщення описується диференціальними рівняннями

$$\begin{cases} d\bar{\psi}_s / dt = \bar{u}_s - \bar{i}_s R_s; \\ d\bar{\psi}_{r1} / dt = j\omega \bar{\psi}_{r1} - \bar{i}_{r1} R_{r1}; \\ d\bar{\psi}_{r2} / dt = j\omega \bar{\psi}_{r2} - \bar{i}_{r2} R_{r2}; \\ d\omega / dt = \left[1, 5L_m \left(\left| \bar{i}_m \right| \right) \left(\bar{i}_{r1} \times \bar{i}_s + \bar{i}_{r2} \times \bar{i}_s \right) - M_c(\omega) \right] / J, \end{cases} \quad (4)$$

де $\bar{\psi}_s = \bar{\psi}_m + \bar{\psi}_{st}$, $\bar{\psi}_{r1} = \bar{\psi}_m + \bar{\psi}_{r1}$, $\bar{\psi}_{r2} = \bar{\psi}_m + \bar{\psi}_{r2}$ – відповідно вектори потокозчеплення статора та двох контурів ротора; $\bar{\psi}_m = L_m \left(\left| \bar{i}_m \right| \right) \bar{i}_m$ – вектор головного потокозчеплення; $\bar{\psi}_{st} = L_{st} \left(\left| \bar{i}_s \right| \right) \bar{i}_s$; $\bar{\psi}_{r1} = L_{r1} \left(\left| \bar{i}_{r1} \right| \right) \bar{i}_{r1}$; $\bar{\psi}_{r2} = L_{r2} \left(\left| \bar{i}_{r2} \right| \right) \bar{i}_{r2}$; $\left| \bar{i}_m \right|$ – модуль вектора струму намагнічування.

Похідна від вектора потокозчеплення $\bar{\psi}_\gamma = L_\gamma \left(\left| \bar{i}_\gamma \right| \right) \bar{i}_\gamma$ становить

$$d\bar{\psi}_\gamma / dt = dL_\gamma \left(\left| \bar{i}_\gamma \right| \right) / dt \bar{i}_\gamma + L_\gamma \left(\left| \bar{i}_\gamma \right| \right) d\bar{i}_\gamma / dt, \quad (5)$$

де $\gamma = \{m, sl(s), rl1(r1), rl2(r2)\}$ – символічний індекс.

Розкладаючи $d\bar{\Psi}_\gamma / dt$ за нерухомими осями $x = \{\alpha, \beta\}$, маємо

$$\begin{aligned} d\Psi_{\gamma x} / dt &= dL_\gamma(\bar{i}_\gamma) / dt i_{\gamma x} + L_\gamma(\bar{i}_\gamma) di_{\gamma x} / dt = \\ &= L_{d\gamma x} di_{\gamma x} / dt, \end{aligned} \quad (6)$$

де $L_{d\gamma x} = \partial L_\gamma(\bar{i}_\gamma) / \partial i_{\gamma x} i_{\gamma x} + L_\gamma(\bar{i}_\gamma)$ – динамічна індуктивність.

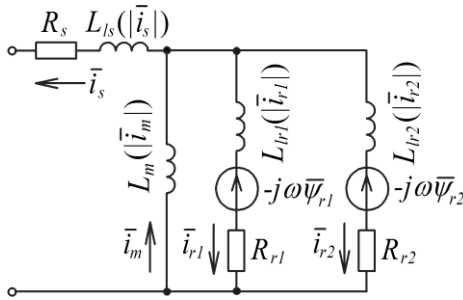


Рисунок 1 – Схема заміщення асинхронного двигуна з двоконтурним ротором

Враховуючи, що $i_{m x} = i_{s x} + i_{r1 x} + i_{r2 x}$, зв'язок між похідними від потокозчеплень та струмів двигуна встановлює залежність

$$d\bar{\Psi}_{\alpha\beta} / dt = \bar{M}_L d\bar{I}_{\alpha\beta} / dt, \quad (7)$$

де $\bar{\Psi}_{\alpha\beta} = [\Psi_{s\alpha} \ \Psi_{s\beta} \ \Psi_{r1\alpha} \ \Psi_{r1\beta} \ \Psi_{r2\alpha} \ \Psi_{r2\beta} \ \omega]^T$ – вектор ортогональних складових потокозчеплень статора та контурів ротора двигуна й частоти обертання; $\bar{I}_{\alpha\beta} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ i_{r1\alpha} \ i_{r1\beta} \ i_{r2\alpha} \ i_{r2\beta} \ \omega]^T$; \bar{M}_L дорівнює:

$$\bar{M}_L = \begin{pmatrix} L_{ds\alpha} & 0 & L_{dma} & 0 & L_{dma} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ds\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 \\ L_{dma} & 0 & L_{dr1\alpha} & 0 & L_{dma} & 0 & 0 \\ 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dr1\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 \\ L_{dma} & 0 & L_{dma} & 0 & L_{dr2\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dr2\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

причому $L_{dsx} = L_{dmx} + L_{dslx}$; $L_{dr1x} = L_{dmx} + L_{dr1lx}$; $L_{dr2x} = L_{dmx} + L_{dr2lx}$.

Похідна від вектора $\bar{I}_{\alpha\beta}$ із (7) дорівнює:

$$d\bar{I}_{\alpha\beta} / dt = \bar{M}_L^{-1} d\bar{\Psi}_{\alpha\beta} / dt, \quad (9)$$

де зворотня матриця динамічних індуктивностей \bar{M}_L^{-1} становить:

$$\bar{M}_L^{-1} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_7 & 0 & b_8 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & b_9 & 0 & b_{11} & 0 \\ b_7 & 0 & b_3 & 0 & b_{10} & 0 & 0 \\ 0 & b_9 & 0 & b_4 & 0 & b_{12} & 0 \\ b_8 & 0 & b_{10} & 0 & b_5 & 0 & 0 \\ 0 & b_{11} & 0 & b_{12} & 0 & b_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

причому коефіцієнти b_i дорівнюють:

$$b_i = \begin{cases} [L_{dmx}(L_{dj} + L_{dk}) + L_{dj}L_{dk}] / P_x, & \text{якщо } i = 1 \div 6; \\ -L_{dj}L_{dmx} / P_x, & \text{якщо } i = 7 \div 12, \end{cases} \quad (11)$$

де символічні індекси x, j, k обираються згідно з табл. 1, а P_x становить:

$$P_x = L_{dmx}(L_{dr1lx}L_{dr2lx} + L_{dr1lx}L_{dslx} + L_{dr2lx}L_{dslx}) + L_{dr1lx}L_{dr2lx}L_{dslx}. \quad (12)$$

Систему диференціальних рівнянь (4) подамо в матричній формі:

$$d\bar{\Psi}_{\alpha\beta} / dt = \bar{R}_{im}\bar{I}_{\alpha\beta} + \bar{S}_{\alpha\beta} + \bar{U}_{\alpha\beta}, \quad (13)$$

де $\bar{R}_{im} = \text{diag}\{-R_s \ -R_s \ -R_{r1} \ -R_{r1} \ -R_2 \ 0\}$ – матриця активних опорів;

$\bar{U}_{\alpha\beta} = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ – вектор складових напруг статора;

$\bar{S}_{\alpha\beta} = [0 \ 0 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6 \ s_7]^T$ – вектор, елементи якого з індексами $i = 3 \div 6$ дорівнюють

$s_i = (-1)^i [L_m(\bar{i}_m)] i_{m x} + L_\gamma(\bar{i}_\gamma) i_{\gamma x}$, причому символічні індекси x та γ приймають значення відповідно до табл. 2, та $s_7 = 3L_m(\bar{i}_m)[(i_{r1\alpha} + i_{r2\alpha})i_{s\beta} - (i_{r1\beta} + i_{r2\beta})i_{s\alpha}] / (2J) - M_c(\omega) / J$.

Таблиця 1 – Значення символічних індексів для розрахунків за (11)

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
<i>x</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>a</i>	<i>β</i>
<i>j</i>	<i>rl1a</i>	<i>rl1β</i>	<i>slα</i>	<i>slβ</i>	<i>slα</i>	<i>slβ</i>
<i>k</i>	<i>rl2a</i>	<i>rl2β</i>	<i>rl2α</i>	<i>rl2β</i>	<i>rl1α</i>	<i>rl1β</i>
<i>i</i>	7	8	9	10	11	12
<i>x</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>β</i>
<i>j</i>	<i>rl2a</i>	<i>rl1α</i>	<i>rl2β</i>	<i>slα</i>	<i>rl1β</i>	<i>slβ</i>
<i>k</i>						

Таблиця 2 – Значення символічних індексів для розрахунку елементів вектора $\bar{S}_{\alpha\beta}$

<i>i</i>	3	4	5	6
<i>x</i>	<i>β</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>a</i>
<i>γ</i>	<i>rl1(r1)</i>		<i>rl2(r2)</i>	

Враховуючи у (9) рівняння (13) та переходячи до фазних величин, отримаємо диференціальне рівняння стану асинхронного двигуна:

$$d\bar{I}_{AD} / dt = \bar{F}_{AD} \bar{I}_{AD} + \bar{G}_{AD} \bar{S}_{AD} + \bar{H}_{AD} \bar{U}_{AD}, \quad (14)$$

де $\bar{I}_{AD} = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc} \ i_{r1a} \ i_{r1b} \ i_{r1c} \ i_{r2a} \ i_{r2b} \ \rightarrow \ i_{r2c} \ \omega]^T$ – вектор змінних стану двигуна; $\bar{F}_{AD} = \bar{M}_4 \bar{M}_L^{-1} \bar{R}_{im} \bar{M}_5$, $\bar{G}_{AD} = \bar{M}_4 \bar{M}_L^{-1} \bar{M}_7$, $\bar{H}_{AD} = \bar{M}_4 \bar{M}_L^{-1} \bar{M}_6$ – матричні коефіцієнти; $\bar{M}_4 - \bar{M}_6$ – матриці переходу між системами координат.

За наявності в системі n' асинхронних двигунів узагальнене рівняння їх стану є лінійною комбінацією диференціальних рівнянь (14):

$$d\bar{I}_{ADk'l} / dt = \bar{F}_{ADk'l} \bar{I}_{ADk'l} + \bar{G}_{ADk'l} \bar{S}_{ADk'l} + \bar{H}_{ADk'l} \bar{U}_{ADk'l}, \quad (15)$$

де $\bar{I}_{ADk'l} = [\bar{I}_{AD1} \ \dots \ \bar{I}_{ADn'}]^T$ – узагальнений вектор змінних стану n' асинхронних двигунів; $\bar{S}_{ADk'l} = [\bar{S}_{AD1} \ \dots \ \bar{S}_{ADn'}]^T$; $\bar{U}_{ADk'l} = [\bar{U}_{AD1} \ \dots \ \bar{U}_{ADn'}]^T$; $\bar{F}_{ADk'l} = \text{diag}\{\bar{F}_{AD1} \ \dots \ \bar{F}_{ADn'}\}$; $\bar{G}_{ADk'l} = \text{diag}\{\bar{G}_{AD1} \ \dots \ \bar{G}_{ADn'}\}$; $\bar{H}_{ADk'l} = \text{diag}\{\bar{H}_{AD1} \ \dots \ \bar{H}_{ADn'}\}$.

Синхронні двигуни у складі електротехнічного комплексу шахти використовуються для приводу стаціонарних машин, зокрема, вентиляторів головного провітрювання. Синхронний двигун із демпферною обмоткою на якорі описується диференціальними рівняннями у системі координат dq (рис. 2):

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + d\psi_d / dt - \omega \psi_q; \\ u_q = R_s i_q + d\psi_q / dt + \omega \psi_d; \\ u'_{fd} = R'_{fd} i'_{fd} + d\psi'_{fd} / dt; \\ u'_{kd} = R'_{kd} i'_{kd} + d\psi'_{kd} / dt; \\ u'_{kq} = R'_{kq} i'_{kq} + d\psi'_{kq} / dt; \\ d\omega / dt = p [M_e - M_c(\omega)] / J; \\ d\theta / dt = \omega, \end{cases} \quad (16)$$

де u_d, i_d, ψ_d – відповідно напруга, струм та потокозчеплення обмотки статора за віссю d ; u_q, i_q, ψ_q – теж за віссю q ; R_s – активний опір обмотки статора; $u'_{fd}, i'_{fd}, \psi'_{fd}, R'_{fd}$ – приведені до статора відповідно напруга, струм, потокозчеплення та активний опір обмотки збудження; $u'_{kd}, i'_{kd}, \psi'_{kd}, R'_{kd}$ – теж демпферної обмотки за віссю d ; $u'_{kq}, i'_{kq}, \psi'_{kq}, R'_{kq}$ – теж демпферної обмотки за віссю q ; ω, θ – частота обертання та кут поворота якоря; $M_e, M_c(\omega), J$ – електромагнітний момент, моменти опору та інерції; p – кількість пар полюсів.

У матричній формі система (16) має вигляд:

$$d\bar{\Psi}_{dq} / dt = \bar{R}_{sm} \bar{I}_{CDdq} + \bar{G}_{CDdq} \bar{S}_{CDdq} + \bar{H}_{CDdq} \bar{U}_{CDdq}, \quad (17)$$

де $\bar{\Psi}_{dq} = [\psi_d \ \psi_q \ \psi'_{fd} \ \psi'_{kd} \ \psi'_{kq} \ \omega \ \theta]^T$ – вектор змінних стану синхронного двигуна; $\bar{I}_{CDdq} = [i_d \ i_q \ i'_{fd} \ i'_{kd} \ i'_{kq} \ \omega \ \theta]^T$; $\bar{U}_{CDdq} = [u_d \ u_q]^T$ – вектор напруг у системі dq ; $\bar{S}_{CDdq} = [\omega \psi_q \ -\omega \psi_d \ u'_{fd} \ p[M_e - M_c(\omega)] / J]^T$, причому $u'_{fd} = k_f u_f$, де k_f – коефіцієнт приведення напруги на обмотці збудження до числа витків статора; u_f – реальна напруга, що подається на обмотку збудження; $M_e = 1,5 p(\psi_d i_q - \psi_q i_d)$ – електромагнітний момент синхронного двигуна; $\bar{G}_{CDdq}, \bar{H}_{CDdq}$ – матричні константи; \bar{R}_{sm} – матриця активних опорів схеми заміщення.

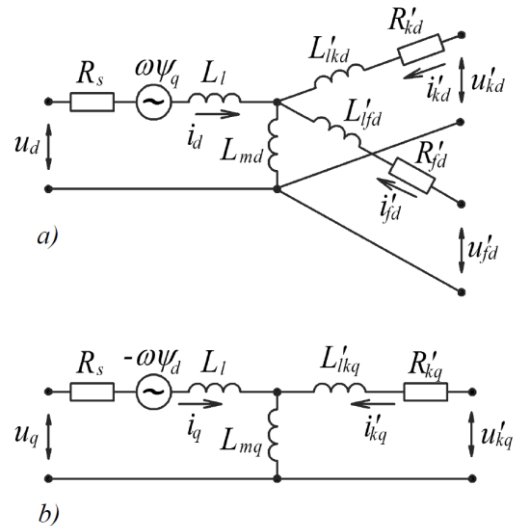


Рисунок 2 – Схеми заміщення синхронного двигуна за поздовжньою d (а) та поперечною q (б) віссю

Потокозчеплення зв'язані зі струмами виразами:

$$\bar{I}_{CDdq} = \bar{N}_{sm} \bar{\Psi}_{dq}, \quad (18)$$

де

$$\bar{N}_{sm} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & 0 & c_5 & 0 & 0 \\ c_2 & 0 & c_6 & c_7 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & c_7 & c_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_9 & 0 & 0 & c_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$c_1 = (L'_{fd} L'_{kd} - L_{md}^2) / L_1; \quad c_2 = (L_{md}^2 - L_{md} L'_{kd}) / L_1;$$

$$c_3 = (L_{md}^2 - L_{md} L'_{fd}) / L_1; \quad c_4 = L'_{kq} / (L'_{kq} L_q - L_{mq}^2);$$

$$c_5 = L_{mq} / (L_{mq}^2 - L'_{kq} L_q); \quad c_6 = (L_d L'_{kd} - L_{md}^2) / L_1;$$

$$c_7 = (L_{md}^2 - L_{md}L_d) / L_1; c_8 = (L_dL'_{jd} - L_{md}^2) / L_1;$$

$$c_9 = L_{mq} / (L_{mq}^2 - L'_{kq}L_q); c_{10} = L_q / (L'_{kq}L_q - L_{mq}^2);$$

$$L_1 = L_dL'_{jd}L'_{kd} + L_{md}^2(2L_{md} - L_d - L'_{jd} - L'_{kd}).$$

З урахуванням (18) диференціальне рівняння стану синхронного двигуна (17) має вигляд:

$$d\bar{\Psi}_{dq} / dt = \bar{F}_{Cddq} \bar{\Psi}_{dq} + \bar{G}_{Cddq} \bar{S}_{Cddq} + \bar{H}_{Cddq} \bar{U}_{Cddq}, \quad (19)$$

де $\bar{F}_{Cddq} = \bar{R}_{sm} \bar{N}_{sm}$.

За наявності в системі n синхронних двигунів узагальнене рівняння їх стану є лінійною комбінацією диференціальних рівнянь (19):

$$d\bar{\Psi}_{CДел} / dt = \bar{F}_{CДел} \bar{\Psi}_{CДел} + \bar{G}_{CДел} \bar{S}_{CДел} + \bar{H}_{CДел} \bar{U}_{CДел}, \quad (20)$$

де $\bar{\Psi}_{CДел} = [\bar{\Psi}_{CДдq1} \dots \bar{\Psi}_{CДдqn}]^T$; $\bar{S}_{CДел} = [\bar{S}_{CДдq1} \dots \bar{S}_{CДдqn}]^T$; $\bar{U}_{CДел} = [\bar{U}_{CДдq1} \dots \bar{U}_{CДдqn}]^T$;

$\bar{F}_{CДел} = \text{diag}\{\bar{F}_{CДдq1} \dots \bar{F}_{CДдqn}\}$; $\bar{G}_{CДел} = \text{diag}\{\bar{G}_{CДдq1} \dots \bar{G}_{CДдqn}\}$; $\bar{H}_{CДел} = \text{diag}\{\bar{H}_{CДдq1} \dots \bar{H}_{CДдqn}\}$.

Матричне диференціальне рівняння стану двигунів постійного струму складається аналогічно рівнянням стану асинхронних та синхронних двигунів.

За наявності в електротехнічному комплексі шахти двигунів усіх зазначених типів розрахунок перехідних процесів може бути виконаний за матричним диференціальним рівнянням, що є лінійною комбінацією матричних диференціальних рівнянь двигунів:

$$d\bar{I}_{zл} / dt = \bar{F}_{zл} \bar{I}_{zл} + \bar{G}_{zл} \bar{S}_{zл} + \bar{H}_{zл} \bar{U}_{zл}. \quad (21)$$

Електродвигуни надаються у схемі заміщення мережі керованими джерелами струму (рис. 3), зокрема, асинхронні двигуни: $I_{yA} = i_{sa}$, $I_{yB} = i_{sb}$, $I_{yC} = i_{sc}$; синхронні двигуни: $I_{yA} = i_A$, $I_{yB} = i_B$, $I_{yC} = i_C$.

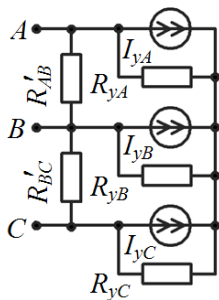


Рисунок 3 – Надання асинхронного (синхронного) двигуна при з'єднанні статора у «зірку» в загальній схемі заміщення електромережі

Для зіставлення вектора змінних стану двигунів $\bar{I}_{zл}$ та вектора струмів керованих джерел струму \bar{I}_{yu} скористаємося залежністю

$$\bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) \bar{I}_{zл}, \quad (22)$$

де $\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$ – матриця підключення двигунів за струмом, кількість рядків якої відповідає кількості джерел струму системи (розміру вектора \bar{I}_{yu}), а кількість стовпчиків відповідає розміру вектора $\bar{I}_{zл}$, тобто числу елементів у векторах змінних стану двигунів з урахуванням кількості останніх; $\bar{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ – вектор кутів повороту якорів синхронних двигунів. Елементи матриці $\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$ визначаються наступним чином:

– для асинхронних двигунів: на перетині рядка, що відповідає джерелу струму I_{yA_i} , I_{yB_i} або I_{yC_i} i -го двигуна та стовпчика, що визначає струм відповідної фази статора цього ж двигуна (i_{sa_i} , i_{sb_i} , i_{sc_i}), проставляється «1»;

– для синхронних двигунів необхідно перерахувати поточкозчеплення в координатах dq (з вектора $\bar{\Psi}_{zл}$) до струмів у координатах abc (у векторі \bar{I}_{yu}), для чого скористаємося інваріантним за потужністю перетворенням:

$$i_x = \sqrt{2/3}[i_d \cos(\theta + \alpha_x) - i_q \sin(\theta + \alpha_x)], \quad (23)$$

де x – позначення фази ($x=A, B, C$); $\alpha_A = 0$ для фази А, $\alpha_B = -2\pi/3$ для фази В, $\alpha_C = 2\pi/3$ для фази С.

Залежність вектора напруги на двигунах системи $\bar{U}_{zл}$ від вектора напруги на резистивних елементах \bar{U}_{pez} встановлюється залежністю

$$\bar{U}_{zл} = \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \bar{U}_{pez}, \quad (24)$$

де $\bar{G}_{12}(\bar{\theta})$ – матриця підключення двигунів за напругою, елементи якої визначаються наступним чином:

– для асинхронних двигунів: на перетині рядка, що відповідає шуканій напрузі статора i -го двигуна (для АД: u'_{AB} , u'_{BC} та, при з'єднанні за схемою «трикутник», u'_{CA}), і стовпчика, що кореспондується з напругою на відповідному резисторі схеми заміщення двигуна (R'_{AB} , R'_{BC} та, при схемі «трикутник», R'_{CA}), ставиться «1»;

– для синхронних двигунів за схемою «зірка» необхідно перерахувати лінійні напруги u'_{AB} , u'_{BC} для кожного двигуна (в нерухомій системі координат) у проекції фазних напруг u_q та u_d (у системі координат dq), для чого скористаємося інваріантним за потужністю перетворенням:

$$u_d = \sqrt{2/3}[u_a \cos \theta + u_b \cos(\theta - 2\pi/3) + u_c \cos(\theta + 2\pi/3)];$$

$$u_q = -\sqrt{2/3}[u_a \sin \theta + u_b \sin(\theta - 2\pi/3) + u_c \sin(\theta + 2\pi/3)]. \quad (25)$$

Використання залежностей (22) та (24) дає змогу об'єднати рівняння стану RLC-системи (2), (3) та

електродвигунів (21) в єдине матричне диференціальне рівняння стану системи. Для цього запишемо залежність (24) з використанням (2):

$$\bar{U}_{zn} = \bar{G}_{14}(\bar{\theta})(\bar{B}_1\bar{X} + \bar{B}_2\bar{X}_{nu} + \bar{B}_3\bar{X}_{yu}), \quad (26)$$

де $\bar{R} = \text{diag}\{\bar{R}_p \quad \bar{R}_x\}$; $\bar{G}_{14}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{12}(\bar{\theta})\bar{R}$.

Позначивши $\bar{G}_{15}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{14}(\bar{\theta})\bar{B}_1$, $\bar{G}_{16}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{14}(\bar{\theta})\bar{B}_2$, $\bar{G}_{17}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{14}(\bar{\theta})\bar{B}_3$, з (26) маємо:

$$\bar{U}_{zn} = \bar{G}_{15}(\bar{\theta})\bar{X} + \bar{G}_{16}(\bar{\theta})\bar{X}_{nu} + \bar{G}_{17}(\bar{\theta})\bar{X}_{yu}. \quad (27)$$

Прийmemo припущення про відсутність у схемі заміщення системи джерел напруги, керованих струмами, тоді виконується залежність:

$$\bar{X}_{yu} = \bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11}(\bar{\theta})\bar{I}_{zn}. \quad (28)$$

З урахуванням в узагальненому рівнянні стану електродвигунів (21) залежності (27), (28) та позначивши $\bar{G}_{18}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{17}(\bar{\theta})\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$, $\bar{G}_{19}(\bar{\theta}) = \bar{H}_{zn}\bar{G}_{15}(\bar{\theta})$, $\bar{G}_{20}(\bar{\theta}) = \bar{H}_{zn}\bar{G}_{16}(\bar{\theta})$, $\bar{G}_{21}(\bar{\theta}) = \bar{H}_{zn}\bar{G}_{18}(\bar{\theta})$, $\bar{G}_{23}(\bar{\theta}) = \bar{F}_{zn} + \bar{G}_{21}(\bar{\theta})$, маємо

$$\begin{aligned} d\bar{I}_{zn}/dt &= \bar{G}_{19}(\bar{\theta})\bar{X} + \bar{G}_{23}(\bar{\theta})\bar{I}_{zn} + \\ &+ \bar{G}_{21}\bar{S}_{zn}(\bar{I}_{zn}) + \bar{G}_{20}(\bar{\theta})\bar{X}_{nu}. \end{aligned} \quad (29)$$

Враховуючи у (3) залежність (28) та позначивши $\bar{G}_{24}(\bar{\theta}) = \bar{A}_3\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$, маємо

$$d\bar{X}/dt = \bar{A}_1\bar{X} + \bar{A}_2\bar{X}_{nu} + \bar{G}_{24}(\bar{\theta})\bar{I}_{zn}. \quad (30)$$

Таким чином, RLC-системи та двигуни розглянутих типів описуються системою матричних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} d\bar{X}/dt = \bar{A}_1\bar{X} + \bar{A}_2\bar{X}_{nu} + \bar{G}_{24}(\bar{\theta})\bar{I}_{zn} = \bar{Y}_1; \\ d\bar{I}_{zn}/dt = \bar{G}_{19}(\bar{\theta})\bar{X} + \bar{G}_{23}(\bar{\theta})\bar{I}_{zn} + \\ + \bar{G}_{21}\bar{S}_{zn}(\bar{I}_{zn}) + \bar{G}_{20}(\bar{\theta})\bar{X}_{nu} = \bar{Y}_2, \end{cases} \quad (31)$$

звідки

$$\begin{aligned} d\bar{X}_{zn}/dt &= \bar{L}_1(\bar{\theta})\bar{X}_{zn} + \bar{L}_2\bar{S}_{zn}(\bar{I}_{zn}) + \\ &+ \bar{L}_3(\bar{\theta})\bar{X}_{nu} = f(\bar{X}_{zn}, t), \end{aligned} \quad (32)$$

де $\bar{X}_{zn} = [\bar{X} \quad \bar{I}_{zn}]^T$ – вектор змінних стану RLC-системи та електродвигунів розміром N ;

$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{G}_{24}(\bar{\theta}) \\ \bar{G}_{19}(\bar{\theta}) & \bar{G}_{23}(\bar{\theta}) \end{bmatrix}$, $\bar{L}_2 = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{G}_{21} \end{bmatrix}$, $\bar{L}_3 = \begin{bmatrix} \bar{A}_2 \\ \bar{G}_{20} \end{bmatrix}$ – матричні коефіцієнти, що визначаються параметрами, конфігурацією системи та кутами повороту якорів синхронних двигунів.

Матричне диференціальне рівняння (32) є математичною моделлю електротехнічного комплексу шахтної електричної мережі. Оскільки сталі часу електричних та механічних перехідних процесів суттєво відрізняються, вказане рівняння можна вважати жорстким. З метою його чисельного розв'язання скористаємося методом Гіра–Нордсіка, який полягає в наступному. Для $r = 1, N$ компоненти $x_{(r)}$ вектора \bar{X}_{zn} формується вектор Нордсіка:

$$\bar{Z}^{(r)} = [x_{(r)} \quad hx'_{(r)} \quad \dots \quad h^k x_{(r)}^{(k)} / k!]^T, \quad (33)$$

де k – порядок метода Гіра; h – крок за часом; $x_{(r)}^{(k)}$ – k -та похідна від $x_{(r)}$.

Об'єднаємо вектори Нордсіка вида (33) для $1, N$ змінних стану системи у матрицю $\bar{Z} = [\bar{Z}^{(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}^{(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}^{(N)}]$ та припустимо, що для поточної точки q матриця \bar{Z}_q відома ($\bar{Z}_q = [\bar{Z}_q^{(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}_q^{(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}_q^{(N)}]$, $\bar{Z}_q^{(r)}$ – вектор Нордсіка в точці q для r -ї змінної стану). Початкове наближення ($j=0$) вектора Нордсіка на кроці $q+1$ для r -ї змінної стану визначається канонічним рівнянням прогноза $\bar{Z}_{q+1}^{0(r)} = \bar{Z}_q \bar{Z}_q^{(r)}$ з використанням матриці Паскаля \bar{Z}_{II} . Сукупність векторів $\bar{Z}_{q+1}^{0(r)}$ є початковим наближенням матриці \bar{Z} на кроці $q+1$:

$$\bar{Z}_{q+1}^0 = [\bar{Z}_{q+1}^{0(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{0(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{0(N)}]. \quad (34)$$

Подальші $j+1$ наближення вектора Нордсіка для r -ї змінної стану на кроці $q+1$ визначаються канонічним рівнянням корекції:

$$\bar{Z}_{q+1}^{j+1(r)} = \bar{Z}_{q+1}^{j(r)} + F_{q+1}^{j(r)} \bar{C}_k, \quad (35)$$

де $F_{q+1}^{j(r)}$ – скалярна функція корекції; \bar{C}_k – вектор коефіцієнтів, що залежить від порядку k метода Гіра ($\bar{C}_2 = [2/3 \quad 1 \quad 1/3]^T$; $\bar{C}_3 = [6/11 \quad 1 \quad 6/11 \quad 1/11]^T$; $\bar{C}_4 = [12/25 \quad 1 \quad 7/10 \quad 1/5 \quad 1/50]^T$).

Значення $F_{q+1}^{j(r)}$ визначаються як r -та компонента векторної функції корекції \bar{F}_{q+1}^j :

$$\begin{aligned} \bar{F}_{q+1}^j &= [\bar{I} - hb_{-1} \bar{J}_f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})]^{-1} \times \\ &\times [hf(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1}) - \bar{d}_{q+1}^{(j)}], \end{aligned} \quad (36)$$

де $b_{-1} = 2/3$ при $k=2$, $b_{-1} = 6/11$ при $k=3$, $b_{-1} = 12/25$ при $k=4$; $f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})$, $\bar{J}_f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})$ – відповідно значення правої частини рівняння (32) та матриці Якобі від неї в точці $\bar{X}_{q+1}^{(j)}$ в момент t_{q+1} , причому вектор $\bar{X}_{q+1}^{(j)}$ є першим рядком матриці $\bar{Z}_{q+1}^j = [\bar{Z}_{q+1}^{j(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{j(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{j(N)}]$;

$\bar{d}_{q+1}^{(j)} = h\bar{X}_{q+1}^{(j)}$ – другий рядок матриці \bar{Z}_{q+1}^j .

Матриця Якобі від правої частини рівняння (32) дорівнює:

$$\bar{J}_f = \frac{\partial f(\bar{X}_{zn}, t)}{\partial \bar{X}_{zn}} = \begin{bmatrix} \partial \bar{Y}_1 / \partial \bar{X} & \partial \bar{Y}_1 / \partial \bar{I}_{zn} \\ \partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{X} & \partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{I}_{zn} \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Частинна похідна $\partial \bar{Y}_1 / \partial \bar{X}$ дорівнює:

$$\partial \bar{Y}_1 / \partial \bar{X} = \partial(\bar{A}_1\bar{X} + \bar{A}_2\bar{X}_{nu} + \bar{G}_{24}\bar{I}_{zn}) / \partial \bar{X} = \bar{A}_1. \quad (38)$$

Частинна похідна $\partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{X}$ становить:

$$\begin{aligned} \partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{X} = & \partial (\bar{G}_{19}(\bar{\theta}) \bar{X} + \bar{G}_{23}(\bar{\theta}) \bar{I}_{21} + \\ & + \bar{G}_{21} \bar{S}_{21} + \bar{G}_{20}(\bar{\theta}) \bar{X}_{nu}) / \partial \bar{X} = \bar{G}_{19}(\bar{\theta}). \end{aligned} \quad (39)$$

Частинна похідна $\partial \bar{Y}_1 / \partial \bar{I}_{21}$ дорівнює:

$$\partial \bar{Y}_1 / \partial \bar{I}_{21} = \bar{G}_{24} + \bar{G}_{28}, \quad (40)$$

де

$$\bar{G}_{28} = \bar{A}_3 \partial \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{I}_{21}. \quad (41)$$

Частинна похідна $\partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{I}_{21}$ визначається:

$$\partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{I}_{21} = \bar{G}_{25} + \bar{G}_{26} + \bar{F}_{21} + \bar{H}_{21} \partial \bar{U}_{21} / \partial \bar{I}_{21}, \quad (42)$$

де

$$\begin{aligned} \bar{G}_{25} = & \bar{G}_{21} \partial \bar{S}_{21} / \partial \bar{I}_{21}; \quad \bar{G}_{26} = \partial \bar{F}_{21} / \partial \bar{I}_{21} \bar{I}_{21} + \\ & + \partial \bar{G}_{21} / \partial \bar{I}_{21} \bar{S}_{21} + \partial \bar{H}_{21} / \partial \bar{I}_{21} \bar{U}_{21}. \end{aligned} \quad (43)$$

Частинна похідна $\partial \bar{U}_{21} / \partial \bar{I}_{21}$ становить:

$$\begin{aligned} \partial \bar{U}_{21} / \partial \bar{I}_{21} = & \partial \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{R}(\bar{B}_1 \bar{X} + \\ & + \bar{B}_2 \bar{X}_{nu} + \bar{B}_3 \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) \bar{I}_{21}) + \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \bar{R} \times \\ & \times [\bar{B}_3 \partial \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{I}_{21} + \bar{B}_3 \bar{G}_{11}(\bar{\theta})]. \end{aligned} \quad (44)$$

Враховуючи (44), із (42) маємо:

$$\begin{aligned} \partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{I}_{21} = & \bar{G}_{25} + \bar{G}_{26} + \bar{F}_{21} + \bar{H}_{21} \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \times \\ & \times \bar{R} \bar{B}_3 \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) + \bar{H}_{21} \partial \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{R} \times \\ & \times (\bar{B}_1 \bar{X} + \bar{B}_2 \bar{X}_{nu} + \bar{B}_3 \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) \bar{I}_{21}) + \\ & + \bar{H}_{21} \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \bar{R} \bar{B}_3 \partial \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{I}_{21}. \end{aligned} \quad (45)$$

Позначивши

$$\begin{aligned} \bar{G}_{27} = & \bar{H}_{21} \partial \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{U}_{21} + \\ & + \bar{H}_{21} \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \bar{R} \bar{B}_3 \partial \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) / \partial \bar{I}_{21} \bar{I}_{21}, \end{aligned} \quad (46)$$

із (45) отримаємо:

$$\partial \bar{Y}_2 / \partial \bar{I}_{21} = \bar{G}_{23} + \bar{G}_{25} + \bar{G}_{26} + \bar{G}_{27}. \quad (47)$$

Таким чином, з урахуванням (38)–(40), (47) матриця Якобі (37) має вигляд:

$$\bar{J}_f = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{G}_{24} + \bar{G}_{28} \\ \bar{G}_{19} & \bar{G}_{23} + \bar{G}_{25} + \bar{G}_{26} + \bar{G}_{27} \end{bmatrix}. \quad (48)$$

Порівнюючи отриману матрицю Якобі з матричним

коефіцієнтом $\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{G}_{24} \\ \bar{G}_{19} & \bar{G}_{23} \end{bmatrix}$ рівняння (32),

можна відзначити, що для обрахування \bar{J}_f необхідно до відповідних елементів \bar{L}_1 додати матриці $\bar{G}_{25} - \bar{G}_{28}$, відшукання яких зводиться до диференціювання коефіцієнтів рівнянь стану двигунів за змінними стану.

Запропонована математична модель шахтної електромережі реалізована у вигляді комп'ютерної програми MinePowerNet [15], за допомогою якої проаналізуємо перехідні процеси у фрагменті електротехнічного комплексу шахти (рис. 4).

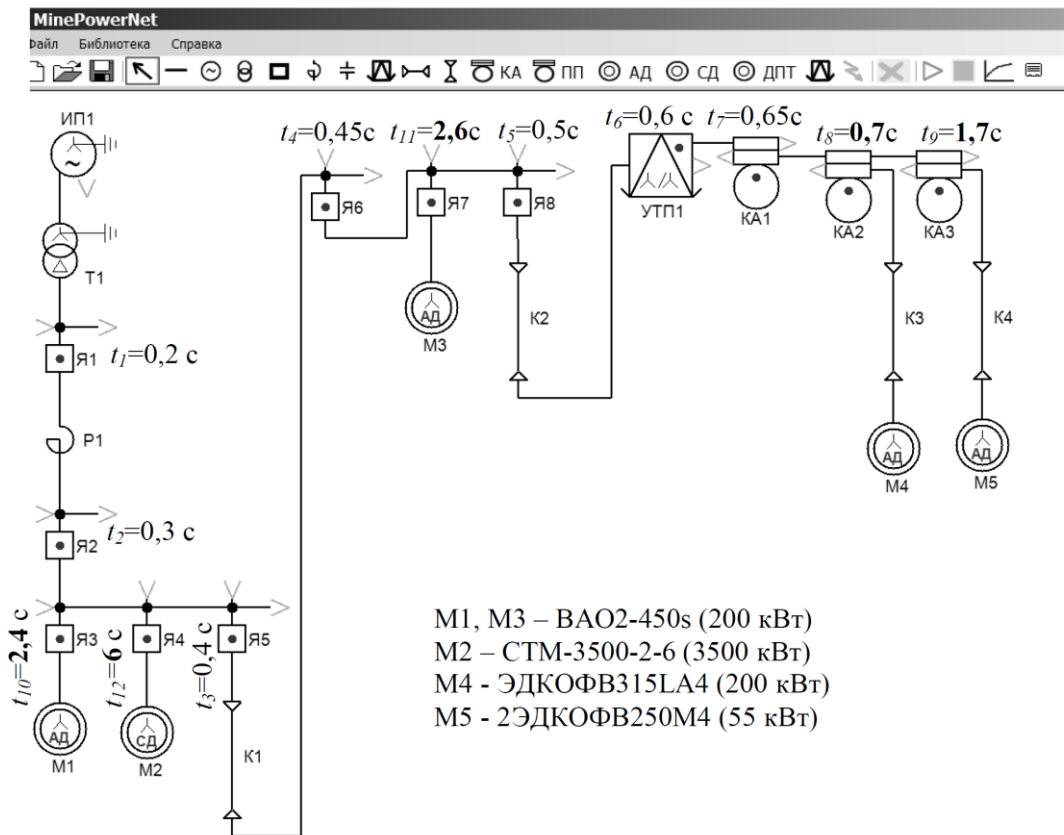


Рисунок 4 – Схема фрагмента електротехнічного комплексу шахти у вікні програми MinePowerNet

Фрагмент шахтного електротехнічного комплексу, що розглядається, включає джерело напруги ИП1 (110 кВт), яке імітує районну підстанцію, трансформатор Т1 головної поверхневої підстанції (типу ТДТН-63000/110) з високовольтним комутаційним апаратом Я1 на виході. До останнього через струмообмежуючий реактор Р1 (РБГ 10-1000-0,35) підключена секція збірних шин головної знижувальної підстанції, що включає вхідний комутаційний апарат Я2 (ВМГ-10) та три комутаційні апарати приєднань: Я3, який живить асинхронний двигун М1 (ВАО2-450s, 200 кВт, 6 кВ) привода скіпової підйомної установки; Я4, до якого підключено синхронний двигун М2 (СТМ-3500-2, 3500 кВт, 6кВ) привода вентилятора головного провітрювання; Я5, до якого ствольним кабелем К1 (ЭВТЗх50, 800м) підключено секцію збірних шин центральної підземної підстанції. Остання складається з вхідного комутаційного апарата Я6 (типу КРУВ-6) та двох приєднань: комутаційний апарат Я7 (КРУВ-6) живить асинхронний двигун М3 (ВАО2-450s, 200 кВт, 6 кВ) привода насоса головного водовідлива; до Я8

(КРУВ-6) магістральним високовольтним кабелем К2 (ЭВТЗх50, 500м) під'єднано трансформаторну підстанцію прохідницької дільниці УТП1 (типу КТПВ-1000/6-1,2). До виходу останньої підключено розподільчий пункт, який складається з автоматичного вимикача КА1 (типу АВ-400Д04) та двох пускатів: КА2 (типу ПРВИ-250), до якого гнучким кабелем К3 (КГЭШ 3х25, 100 м) підключено асинхронний двигун М4 (ЭДКОФВ315LA4, 200 кВт, 1140 В) привода конвеєра; КА3 (типу ПРВИ-250), який через гнучкий кабель К4 (КГЭШ 3х16, 50 м) живить асинхронний двигун М5 (2ЭДКОФВ250М4, 55 кВт, 1140 В) привода прохідницького комбайна.

Схема заміщення такого фрагмента шахтного електротехнічного комплексу включає 193 вітки, які з'єднуються у 95 вузлах. Індуктивності контурів намагнічування, розсіяння статора та ротора апроксимовані залежністю вида

$$L_{\gamma}(|\bar{i}_{\gamma}|) = C_{\gamma} + \sum_{k=1}^m A_{k\gamma} \exp(-|\bar{i}_{\gamma}| / B_{k\gamma}) \quad (49)$$

при кількості експоненціальних складових $m=2$.

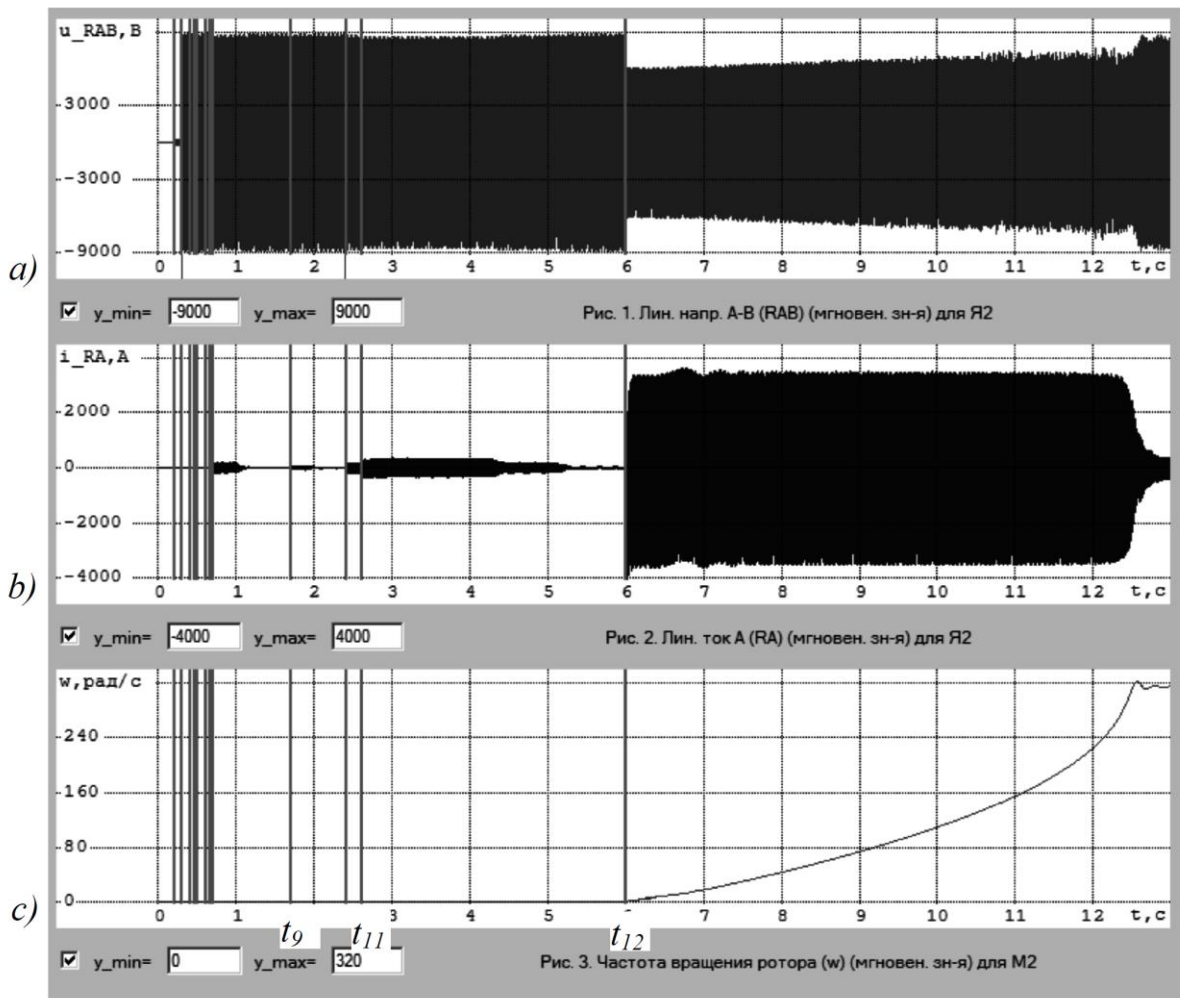


Рисунок 5 – Графіки, отримані в результаті моделювання: а – лінійна напруга на шинах головної знижувальної підстанції; б – лінійний струм через комутаційний апарат Я2; с – частота обертання синхронного двигуна М2

На початку моделювання всі комутаційні апарати вимкнені. Алгоритм моделювання передбачав ввімкнення комутаційних апаратів у наступній послідовності: $t_1 = 0,2$ с – Я1, $t_2 = 0,3$ с – Я2, $t_3 = 0,4$ с – Я5, $t_4 = 0,45$ с – Я6, $t_5 = 0,5$ с – Я8, $t_6 = 0,6$ с – автоматичний вимикач розподільного пристрою низької напруги УТП1, $t_7 = 0,65$ с – КА1, $t_8 = 0,7$ с – КА2 (запуск М4), $t_9 = 1,7$ с – КА3 (запуск М5), $t_{10} = 2,4$ с – Я3 (запуск М1), $t_{11} = 2,6$ с – Я7 (запуск М3), $t_{12} = 6$ с – Я4 (запуск синхронного двигуна М2).

Графіки, отримані в результаті чисельного розв'язання матричного диференціального рівняння (32) у програмі MinePowerNet, дозволяють проаналізувати перехідні процеси в системі, зокрема, при пуску двигунів (рис. 5). Потужність асинхронних двигунів (М1, М3–М5) є суттєво меншою від потужності синхронного двигуна (М2), тому їх запуск суттєво не впливає на рівень напруги на шинах головної знижувальної підстанції, натомість пуск синхронного двигуна в момент $t_{12}=6$ с супроводжується суттєвим зниженням (на 30 %) напруги на шинах головної знижувальної підстанції на час пуску (протягом 6,5 с модельного часу). Пуск потужного синхронного двигуна М2 супроводжується суттєвим зниженням напруги в мережі, що впливає на функціонування інших споживачів.

ВИСНОВКИ. Застосування запропонованої математичної моделі електротехнічних комплексів шахтних електричних мереж під час проектування дозволить підвищити точність розрахунків завдяки використанню диференціальних рівнянь для описання кожного елемента системи, зменшити тривалість проектування за рахунок реалізації запропонованої математичної моделі у вигляді прикладної комп'ютерної програми та наявності бібліотек типового рудникового електрообладнання, знизити вимоги до рівня підготовки проектувальників, оскільки всі обчислення виконуються комп'ютерною програмою в автоматичному режимі, підвищити точність налаштування захисних апаратів завдяки більш точному обрахуванню параметрів перехідних процесів в аварійних режимах та ін.

У ході подальших досліджень доцільно запропоновану математичну модель доповнити диференціальними рівняннями, що описують механічні перехідні процеси виконавчих органів гірничих машин.

ЛІТЕРАТУРА

1. Попович И.Н. Устойчивость развития угольной отрасли – приоритет государства // Научный вестник Национального горничого университета. – Днепропетровськ: НГУ, 2014. – Вып. 2. – С. 30–35.
2. Шкрабец Ф.П., Шидловская Н.А., Дзюбан В.С., Вареник Е.А. Анализ параметров и про-

цессов в шахтных электрических сетях. – Днепропетровск: Национальный горничий университет, 2003. – 151 с.

3. Das J.C. Power System Analysis: Short-Circuit Load Flow and Harmonics. – New York: Marcel Dekker Inc., 2002. – 844 p.

4. Півняк Г.Г., Винославський В.М., Рибалко А.Я., Несен Л.І. Перехідні процеси в системах електропостачання / За ред. академіка НАН України Г.Г. Півняка. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2002. – 597 с.

5. Чабан В.Й. Математичне моделювання в електротехніці. – Львів: Видавництво Т. Сороки, 2010. – 508 с.

6. Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. – Львів: Вища школа, 1989. – 464 с.

7. Sastry S.S. Introductory Methods of Numerical Analysis. – New Delhi: Prentice-Hall of India Private Limited, 2006. – 455 p.

8. Watson N., Arrillaga J. Power systems electromagnetic transients simulation. – London: Institution of Engineering and Technology, 2007. – 449 p.

9. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of electric machinery and drive systems. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 613 p.

10. Okoro O.I. Dynamic and thermal modelling of induction machine with non-linear effects. – Kassel: Kassel university press Gmbh, 2002. – 154 p.

11. Бешта А.С., Сємин А.А. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя при несимметричном питании статора // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук: Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського, 2014. – Вып. 2/2014 (26). – С. 10–16.

12. Patent 2012/0098477 (US), H02P 23/14 Methods and devices for estimation of induction motor inductance parameters / Zhi Gao, Larry A. Turner, Roy S. Colby. – Appl. No.: 12/909.589. Filed: 21.10.2010. Pub. Date: 26.04.2012.

13. Proca A.B., Keyhani A. Identification of Variable Frequency Induction Motor Models From Operating Data // IEEE Transaction on energy conversion. – 2002. – Iss. 7 (1). – PP. 24–31.

14. Calin M., Rezermerita F., Ileana C. and others. Performance Analysis of Three Phase Squirrel Cage Induction Motor with Deep Rotor Bars in Transient Behavior // Electrical and Electronic Engineering. – 2012. – Iss. 2 (2). – PP. 11–17.

15. Сивокобиленко В.Ф., Василець С.В. Комп'ютерна програма «MinePowerNet» аналізу перехідних процесів в електротехнічних комплексах шахтної електричної мережі // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на службовий твір № 54148 від 19.03.2014 р.; заявка № 54661 від 20.01.2014.

TRANSIENT ANALYSIS IN THE MINE POWER NETWORK USING MATHEMATICAL MODELLING

V. Sivokobylenko, S. Vasylets

State Institution of Higher Education "Donetsk National Technical University"

pl. Shybankova, 2, Krasnoarmeysk, 85300, Ukraine. E-mail: svyat.vasilets@gmail.com

The urgency of transients analysis in the coal mine power network using mathematical methods caused the need of designing modern electrotechnical complexes with high technical and economic performance. Known methods, that used to calculate the indicators of transients in mine power networks, do not provide the necessary accuracy. The aim is to development the mathematical model of electrotechnical complexes of mine power network. Using the state variable method, the model was obtained as matrix differential equation. The equation describes transients in the power network of arbitrary configuration, which includes transformers, cables, switchgear and motors. For numerical solving of this matrix differential equation Gear-Nordsik method was used. This mathematical model is applied as computer program MinePowerNet with graphical user interface. The use of this program during designing will improve the accuracy of calculations, reduce the duration of the design, improve the accuracy of protective devices setting.

Key words: mine, electrical network, motor, modelling, equivalent circuit.

REFERENCES

1. Popovich, I.N. (2014), "Stability of the coal industry development – a priority of the State", *Naukovyi visnyk NHU*, Vol. 2, pp. 30–35. (in Russian)
2. Shkrabets, F.P., Shydlovskaya, N.A., Dziuban, V.S. and Varenik, Y.A. (2003), *Analiz parametrov i protsesov v shakhtnikh elektricheskikh setiakh* [Parameters and processes analysis in mine power network], Natsionalnyi gornyi universitet, Dnepropetrovsk, Ukraine. (in Russian)
3. Das, J.C. (2002), *Power System Analysis: Short-Circuit Load Flow and Harmonics*, Marcel Dekker Inc., New York, USA.
4. Pivniak, G.G., Vynoslavski, V.M., Rybalko, A.Ya. and Nesen, L.I. (2002), *Perekhidni protsesi v systemakh electropostachannya* [Transients in power-supply systems], Natsionalnyi gornyi universitet, Dnipropetrovsk. (in Ukrainian)
5. Chaban, V.I. (2010), *Matematychni modeliuvannia v elektrotekhnitsi* [Mathematical modeling in electrical engineering], Vydavnytstvo T. Soroky, Lviv. (in Ukrainian)
6. Perkhatch, V.S. (1989), *Matematychni zadachi elektroenerhetyky* [Mathematical tasks of power industry], Vyshcha shkola, Lviv. (in Ukrainian)
7. Sastry, S.S. (2006), *Introductory Methods of Numerical Analysis*, the 4th ed., Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi, India.
8. Watson, N. and Arrillaga, J. (2007), *Power systems electromagnetic transients simulation*, Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom.
9. Krause, P.C., Wasynczuk, O. and Sudhoff, S.D. (2002), *Analysis of electric machinery and drive systems*, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
10. Okoro, O.I. (2002), *Dynamic and thermal modelling of induction machine with non-linear effects*, Kassel university press GmbH, Kassel, Germany.
11. Beshta, A.S. and Syomin, A.A. (2014), "Parameters estimation of induction motor equivalent circuit using asymmetrical stator supply", *Elektromekhanichni i enerhozberihaiuchi systemy*, Vol. 2, no. 26, pp. 10–16. (in Russian)
12. Gao, Z., Turner, L.A. and Colby, R.S. (2010), *Methods and devices for estimation of induction motor inductance parameters*, Patent 2012/0098477 (US), H02P 23/14, Appl. No.: 12/909.589. Filed: 21.10.2010. Pub. Date: 26.04.2012.
13. Proca, A.B. and Keyhani, A. (2002), "Identification of Variable Frequency Induction Motor Models From Operating Data", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 17, no. 1, pp. 24–31.
14. Calin, M., Rezmerita, F., Ileana, C., Iordache, M. and Galan, N. (2012), "Performance Analysis of Three Phase Squirrel Cage Induction Motor with Deep Rotor Bars in Transient Behavior", *Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 2, no. 2, pp. 11–17.
15. Sivokobylenko, V.F. and Vasylets, S.V. (2014), *Kompyuterna prohrama «MinePowerNet» analizu perekhidnykh protsesiv v elektrotekhnichnykh kompleksakh shakhtnoi elektrychnoi merezhi* [Computer program «MinePowerNet» for transient analysis in electrical complexes of mine electric network], Certificate of duty work copyright registration No. 54148, Pub. Date: 19.03.2014, Appl. No.: 54661. Filed: 20.01.2014. (in Ukrainian)

Стаття надійшла 17.04.2015.