аналізу наявних фактів, що отримуються шляхом статистичних спостережень та спеціальних підрахунків, але обов'язково з урахуванням якісної, нематематичної складової, а саме людського досвіду,емоцій,сприйняття, почуттів, рівня виховання, поваги до чужого рівня освіти тощо.

Саме питання гуманізації у спів єдності із врахуванням динаміки процесів, що відображають специфіку трансформаційної економіки сучасної України, мають бути враховані в управлінні сучасними інфраструктурними проектами та програмами.

Список використаних джерел:

1. Веренич О.В. Ієрархічні системи управління економічними об'єктами: Навчальний посібник. / О.В. Веренич, Т.П. Подчасова – К.: Київський національний торгівельно-економічний університет, 2012. - 190с
2. Математические модели трансформационной экономики: Учеб. пособие / Т.С. Клебанова, Е.В. Раевнева, К.А. Стрижиченко и др. - Х.: ИД «ИНЖЭК», 2004. – 280 с.
3. Світ. Європа. Україна. Трансформація економіки та інтеграція/Ю.В. Гончаров, Ю.О. Петін, О.М. Сальник. – К.: Знання України, 2007
4 Инфраструктура [Електронний ресурс] – Режим доступу: ru.wikipedia.org›

УДК 656.13.022 **В.Г. Галушко**

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ РАЗНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ОБЪЕМОВ НАЛИЧИЯ И ОТПРАВКИ ГРУЗОВ ИЗ ТЕРМИНАЛА (II ЧАСТЬ)

Запропоновано моделі визначення імовірнісних розподілів позитивної різниці з двох незалежних

випадкових величин обсягів вантажів, розподілених за різними законами розподілу.
Ключові слова: *автомобільні перевезення, випадкові обсяги вантажів, закони розподілу, імовірнісні моделі.*

Предложены модели определения вероятностных распределений положительной разности из двух независимых случайных величин объемов грузов, распределенных по различным законам распределения.
Ключевые слова: *автомобильные перевозки, случайные объемы грузов, законы распределения , вероятностные модели*

The models of determination of probabilistic divisions of positive difference are offered from two independent casual sizes of volumes of loads, distributed on the different laws of division.
Keywords: *motor-car transportations, casual volumes of loads, laws of division, probabilistic models.*

Актуальность. В решении проблемы оптимального планирования перевозок грузов из грузообразующего пункта (терминала, склада, грузовой автостанции) особое место занимают стохастические модели, среди которых наиболее общими являются модели, базирующиеся на системах массового обслуживания и вероятностных законах распределения. Математические основы теории массового обслуживания описаны в работах Б.В. Гнеденко и И.Н. Коваленко [1,2], а использование вероятностных распределений в [3,4,5].

В основу разработки вероятностных моделей при перевозке грузов автотранспортом из грузообразующего пункта [4,5] положено использование разности из случайных величин наличия объемов и отправки грузов.

Следует особо отметить, что использование распределения разности случайных величин в чистом виде несколько ограничено из-за возможных завышенных оценок и больший практический интерес представляет величина положительной разности.

Целью статьи является разработка вероятностных моделей определения положительной разности из двух случайных величин, при различных их законах распределения и их практического использования на автотранспорте.

Исследуются автомобильные перевозки с разработкой вероятностных моделей, использующих случайные величины завоза груза X в грузообразующий пункт (терминал, грузовая автостанция, склад, …) и его отправки Y при различных вероятностных законах распределения X и Y.

Необходимо определить распределение случайной величины разности $Z=(X\text{-}Y)$ при условии, что она должна быть положительной, то есть $Z_+ =(X\text{-}Y)_+$.

Следует особо отметить, что на автомобильном транспорте практическое значение имеют перевозки грузов однотипным подвижным составом, а также в контейнерах, что требует разработки вероятностных моделей с использованием дискретных случайных величин. В проводимых исследованиях получили дальнейшее развитие [4] вероятностные модели определения положительной разности лискретных случайных величин, распределенных по законам Пуассона, равномерным, Пуассона и равномерному, а также эмпирическому распределению.

1. Случай непрерывных случайных величин

Пусть X и Y - независимые случайные величины, $Z=X-Y$. Если заданы распределения X и Y, то распределение Z можно вычислить следующим образом : $F(x)=P(X\leq x)$, $G(x)=P(Y\leq x)$: тогда $H(x)=P(Z\leq x)$ задается формулой

$$H(x) = P(X - Y \leq x) = P(X \leq x + Y) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x + y)dG(y). \quad (1)$$

В частности, если Y имеет плотность, т. е. $G(x)=g(x)dx$, то из (1)

$$H(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x + y)g(y)dy \qquad (2)$$

Если, кроме того, и X имеет плотность $f(x)$, то Z имеет плотность

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x + y)g(y)dy \qquad (3)$$

Если X и Y ограничены, т. е. $f(x)=0$ вне отрезка $[A_1,B_1]$, $g(x)=0$ вне отрезка $[A_2,B_2]$, то $h(x)=0$ вне отрезка $[A_1-B_2, B_1-A_2]$. Тогда в (3) будет $\int_{A_2}^{S_2}$ вместо $\int_{\infty}^{\infty}$ и x будет изменяться в пределах $A_1-B_2 < x < B_1-A_2$.

2. Дискретный случай.

Пусть X и Y принимают лишь значения, пропорциональные $d>0$ (в частности, при $d=1$ величины целочисельны). Обозначим

$$p_k = P(X = kd), \quad g_k=P(Y=kd).$$

Тогда и Z пропорциональна d; обозначим $r_k = P(Z=kd)$. Имеем формулу

$$r_k = P(X - Y = kd) = P(X = Y + kd) =$$

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} P(Y(jd)P(X = ((j+k)d) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} p_{j+k} g_j \tag{4}$$

Если $A_1 d \le X \le B_1 d$, $A_2 d \le Y \le B_2 d$, то $(A_1 - B_2)d \le Z \le (B_1 - A_2)d$); тогда сумма в (4) будет $\sum_{j=A_2}^{B2}$; $r_j = 0$ вне отрезка $A_1 - B_2 \le j \le B_1 - A_2$.

3. Распределение положительной разности Z_+

Запишем функцию распределения $Z = (X-Y)_+ = Z_+$

Величина $Z_+ = \max\ (0, Z) = \begin{cases} Z, \text{ если } & Z > 0 \\ 0, \text{ если } & Z \le 0 \end{cases}$

Отметим функцию распределения знаком $_+$, т.е. $P(Z_+ \le x) = H_+(x)$. Имеем

$$H_+(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ H(x), & x \ge 0 \end{cases} \tag{5}$$

В случае (3) плотность $h(x)$ существует и определяется формулой (3), только при $x > 0$ (но не $x=0$), а при $x=0$

$$P(Z_+ = 0) = \int_{-\infty}^{0} h(z)\, dz = H(0) \tag{6}$$

В дискретном случае вначале подсчитываем r_k по формуле (4) и затем, обозначив $r_{k+} = P(Z_+ = kd)$, получим

$$r_{k+} = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ \sum\limits_{s=-\infty}^{0} r_s \\ r_k, & k > 0 \end{cases} \qquad (7)$$

Заметим, что вычисление распределения $Z=X\text{-}Y$ не имеет никакого самостоятельного значения – напротив, Z_+ имеет смысл: X – поступающие объемы грузов в терминал; Y- отправляемые объемы грузов; $Z_+= (X\text{-}Y)_+$ - остаток не вывезенного груза.

4. Примеры расчета.

Пример 1

Пусть случайные величины X и Y распределены по нормальным законам с параметрами a_1,σ_1 и a_2,σ_2. Выполним расчеты $Z_+= (X\text{-}Y)_+$ для раличных значений параметров с использованием функции Лапласса и программы в Mathcad.

Вариант № 1.

Очевидно, что случайная величина Z будет распределена по нормальному закону с параметрами $a=a_1\text{-}a_2$; $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$.

Пусть $a_1=1$, $\sigma_1=0{,}33$; $a_2=1$, $\sigma_2=0{,}33$; тогда $a=0$, $\sigma=0{,}467$;

$$P(Z_+ > 0) = \Phi(\frac{\infty - 0}{0{,}467}) - \Phi(\frac{0-0}{0{,}467}) = 0{,}5 - 0 = 0{,}5.$$

Вариант №2

$$P(X-Y)_{+}>0=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{a_2-a_1}{\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}dz=$$

При $a_1 = a_2$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}dz=\Phi(\infty)=0{,}5.$$

При $a_1=2,\ \sigma_1=0{,}467;\ \ a_2=1,\ \sigma_2=0{,}33;$

$$P\{(X-Y)_{+}>0\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\frac{1}{0{,}57}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}dz=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-1{,}75}^{0} e^{-\frac{z^2}{2}}dz+\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}dz=0{,}5-\Phi(-1{,}75)=0{,}9599$$

Вариант №3

Выполним расчет с использованием **Mathcad.**

Так как для заданных исходных данных $\sigma = 0{,}57$, а нижний предел интегрирования равен $(a_2-a_1)/\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}=-1{,}75$, то вместо верхнего предела ∞ по правилу 3σ можно взять значение равное $0{,}57\cdot 6=3{,}4$. Выполненные расчеты для двух значений (5 и 3) совпадают с 1 и 2 вариантами, т. е.

$$\int_{-1.75}^{5}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}}dx=0.96 \qquad \int_{-1.75}^{3}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}}dx=0.959$$

Пример №4

Пусть X и Y распределены по законам Пуассона с параметрами a_1 и a_2, а вероятность того, что Z примет значения $k \geq 0$ равна сумме вероятности того, что X и Y приймут два значения различающиеся по k.

$$P\{Z \geq k\}_+ = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_2^m}{m\,!} \frac{a_1^{m+k}}{(m+k)!} e^{-(a_1+a_2)} \tag{8}$$

При k =0,

$$P(Z \geq 0) = [\frac{1^0}{0!} \cdot \frac{1^0}{0!} + \frac{1^1}{1!} \cdot \frac{1^1}{1!} + \frac{1^2}{2!} \cdot \frac{1^2}{2!} + \frac{1^3}{3!} \cdot \frac{1^3}{3!} + ...]e^{-2} =$$

$$= 2{,}29 \cdot 0{,}135 = 0{,}31;$$

k=1, P(Z $\geq$1) =

$$= [\frac{1^0}{0!} \cdot \frac{1^1}{1!} + \frac{1^1}{1!} \cdot \frac{1^2}{2!} + \frac{1^2}{2!} \cdot \frac{1^3}{3!} + \frac{1^3}{3!} \cdot \frac{1^3}{4!} + ...]e^{-2} = 0{,}21;$$

k=2, P(Z $\geq$2) = 0,11; k=3, P(Z $\geq$3) = 0,02; ...

Математическое ожидание равно

$$M(Z_+) = 0 \cdot 0{,}31+1 \cdot 0{,}21+2 \cdot 0{,}11+ 3 \cdot 0{,}02+\cdots =0{,}5ю$$

Пример №5

Вариант №1

Пусть задано распределение случайной величины ежесуточных объемов грузов поступающих на терминал (например, в контейнерах) с дискретным равномерным законом P_n =0,2 (n=4;5;6;7;8), а количество отправок по графику равно 6. Тогда возможные значения распределения положительной разности будут принимать значения (k=n-6) из равномерного распределения P_n с вероятностью равной 0,2 (k = -2; -1; 0; 1; 2;).

Очевидно, что для k=-2 ; -1; P(Z<0)= 0,2+0,2=0,4, а $P(Z \geq 0)$=P(Z_+)= 0,6.

Пример № 6

Пусть случайная величина X распределена по закону Пуассона

$$P(X=i)=p_i=\frac{a^i}{i!}e^{-a}$$

Y распределена по дискретному равномерному закону.

Составим таблицу:

κ

$-A$ - - - - - - - p_0 p_1 p_2 p_3 p_4
$-A-1$ | - - - p_0 p_1 p_2 p_3 p_4 p_5.
$-A-2$ | - - p_0 p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6
...... | - - p_0 ....
$-A-B+1$ | p_0 p_1 ....

$\downarrow$

-*Y*

$r_{-A-B+1}=1/Bp_0$, $r_{-A-B+2}=1/B\,(p_0+p_1)$, ... $r_{-A-B+B}=$
$=1/B\,(p_0+p_1+...+p_{B-1})$

$r_{-A+k}=1/B\,(p_k+p_{k+1}+...+p_{k+B-1})$, $k\geq 1$.

Пусть, например, A=0, B=3. Тогда
$r_{-2}=1/3\,p_0$, $r_{-1}=1/3\,(p_0+p_1)$, $r_{-0}=1/3\,(p_0+p_1+p_2)$
$r_1=1/3\,(p_1+p_2+p_3)$, $r_2=1/3\,(p_2+p_3+p_4)$, ...
$r_{k+}=r_k$, $k\geq 1$; $r_{0+}=r_{-A-B+1}+r_{-A-B+2}+...+r_0$.
Так, в случае $A=0$, B=3 $r_{0+}=p_0+2/3\,p_1+1/3\,p_2$

Пример № 7

Пусть для терминального пункта заданы 2 ряда ежесуточных поступлений и отправок автомобильных грузов, распределенных по независимым дискретным случайным величинам p_i ($i=A_1, A_1+1, \ldots, A_2$) и g_j ($j=B_1, B_1+1,\ldots,B_2$). Заданные ряды распределений могут подчиняться любым законам (Пуассона, равномерному, эмпирическому, усеченному,…) с указанием их начальных и конечных значений. Необходимо определить $Z_+=(P\text{-}G)_+$.

Вариант № 1

Пусть ряды распределения независимых случайных дискретных величин наличия груза в терминале P заданы в табл.1, а наличия однотипного подвижного состава в табл. 2.

Таблица 1

p_i	$p_2=$ 0,18	$p_3=$ 0,22	$p_4=$ 0,22	$p_5=$ 0,18	$p_6=$ 0,12	$p_7=$ 0,08
i	$A_1=2$	3	4	5	6	$A_2=7$

Таблица 2

g_j	$g_1=0,2$	$g_2=0,6$	$g_3=0,2$
j	$B_1=3$	4	$B_2=5$

Выполним расчет распределения $\boldsymbol{r_k}$ используя (4) для $\boldsymbol{k}$ изменяющегося от $\boldsymbol{A_1\text{-}B_2=-3}$ до $\boldsymbol{A_2}$ - $\boldsymbol{B_1}$ = 4 по следующему уравнению

$$r_k = \sum_{j=-3}^{4} p_{j+k} g_j \qquad (9)$$

Результаты расчета занесем в табл. 3 с учетом того, что $p_0=p_1=g_6=g_7=0$

Таблица 3

Результаты расчетов ряда распределений $\boldsymbol{r_k}$

$\boldsymbol{j}\rightarrow$ $\boldsymbol{k}\downarrow$	3	4	5	$\boldsymbol{r_k}$
- 3	$\boldsymbol{p_0g_3}=0$	$\boldsymbol{p_1\,g_3}=0$	$\boldsymbol{p_2g_3}=0,036$	0,036
-2	$\boldsymbol{p_1\,g_3}=0$	$\boldsymbol{p_1g_4}=0,108$	$\boldsymbol{p_3g_5}=0,044$	0,152
-1	0,036	0,132	0,044	0,212

0	0,044	0,132	0,036	0,212
1	0,044	0,108	0,024	0,176
2	0,036	0,072	0,016	0,124
3	0,024	0,048	0	0,072
4	0,016	0	0	0,016

Математическое ожидание наличия положительной разности не вывезенных грузов (остатка) равно

$$\boldsymbol{M}[\boldsymbol{Z}_{+}] = 1\cdot 0{,}176+2\cdot 0{,}124+3\cdot 0{,}072+4\cdot 0{,}016 = \mathbf{0{,}704}. \quad (10)$$

Вариант № 2

Пусть заданы (вариант № 1) ряды распределений $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{G}$ (табл. 1, табл. 2) с математическими ожиданиями, равными $M[P]=4,08$ и $M[G]=4$.

Определим математическое ожидание остатка грузов в терминале с использованием модели [5]

$$M[Z_{+}]= M[P] – M\,[min\,(P,G)] \quad (11$$

Таблица 4

Результаты расчета вероятностей $\boldsymbol{r_k}$, ***M[min (P,G)]***

k	***min (P,G)***	$\boldsymbol{r_k}$	$\boldsymbol{k,\cdot\cdot r_k}$
2	0,036: 0,108; 0,036	0,18	0,36
3	0,044; 0,132; 0,044; 0,0440,036; 0,024; 0,016,	0,34	1,02
4	0,132; 0,044; 0,108; 0,072 ; 0,048;	0,404	1,616
5	0,036; 0,024; 0,016	0,076	0,38
M[min (P,G)]			**3,376**

Таким образом, остаток груза $\boldsymbol{M[Z_{+}] = 4{,}08–3{,}376 = 0{,}704}$ что совпадает со значением математического ожидания (**вариант №1**).

Вариант № 3

Программа расчета математического ожидания ***M[min (P,G)]*** на Фортране.

Дискретная модель $\boldsymbol{Z_+ = (P - G)_+}$

Program MPG.F90

```
INTEGER  I, J, K,  N, A1, A2, B1,B2
      REAL  P(30), G(30), R(30), PP, GG, MZ, MP,MM
      character*16        :: innam,outnam

   !  write(*,*) 'Input file='
   !  read (*,'(a16)') innam
   !  open (1,file=innam)

      write(*,*) 'Output file='
      read (*,'(a16)') outnam
      open (3,file=outnam)

      P(2)=0.18; P(3)= 0.22; P(4)=0.22; P(5)=0.18; P(6)=0.12;
P(7)=0.08
      G(3)= 0.2; G(4)=0.6; G(5)=0.2
      A1=2; A2=7;  B1=3; B2=5;  N=A2-A1; MP=4.08

      DO 1  I=A1,N,1
    1 R(I) = 0
      DO 4  I= A1,A2,1
      DO 2  J= B1,B2,1
      IF (I-J) 3,3,5
    3 PP=P(I)*G(J)
      R(I)=R(I)+ PP
      GO TO 2
    5 GG= P(I)*G(J)
      R(J)= R(J)+ GG
    2 CONTINUE
```

```
4 CONTINUE
 MM=0
 DO 6 K=A1, N, 1
6 MM=MM+K*R(K)
 MZ= MP - MM
 WRITE (3,8) MZ
8 FORMAT (F5.3)
  STOP
  END
```

Результат 0.704

Выводы. В дополнении к разработанным ранее моделям планирования атомобильных перевозок [4] с использованием положительной разности из двух независимых случайных величин наличия и отправки грузов из терминала (законы: показательный с показательным, нормальный с нормальным, показательный с равномерным, равномерный с равномерным, Пуассона с Пуассоном) предложены модели для следующих законов:

- непрерывных и дискретных независимых случайных величин, заданных на ограниченных отрезках;
- нормальный с нормальным с использованием функции Лапласса и программы в Mathcad;
- дискретный равномерный с дискретным равномерным с использованием метода Монте-Карло;
- Пуассона и дискретному равномерному;
- усеченным, эмпирическим распределениям.

Составлена достаточно универсальная программа на Фортране определения положительной разности для любых дискретных распределений, задаваемых целочисленными значениями и их вероятностями.

Выполненные исследования предназначены для оптимального планирования автомобильных перевозок грузов из терминалов, а разработанные модели являются достаточно общими и могут быть пригодными при решении прикладных задач с использованием теории массового обслуживания.

Список использованных источников

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1987. — 336 с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятности и ее инженерные приложения. — М.: Высш. школа, 2000. — 480 с.
3. Галушко В.Г. Определение вероятностных объемов грузов, формируемых в грузообразующем пункте, при различных законах их поступления и отправки // Управляющие системы и машины. — 2008. — № 2. — С.78 - 82.
4. Галушко В.Г. Вероятностные модели определения положительной разности случайных объемов наличия и отправки грузов из терминала. // Еконоиіко-математичне моделювання соціально-економічних систем, Збірник наукових праць, Вип. 18. Київ. МННЦ ІТіС НАНУ, 2013. - с. 73 - 81.
5. Галушко В. Г. Математические методы моделирования и оперативного планирования перевозок на автотранспорте. Монография. -К.: НТУ, 2013. – 200с.

УДК 519.21:681.142 **І.А.Глущенко**

ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗВИТКУ РЕГІОНАЛЬНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ

Розглянуто проблеми побудови регіональної енергетики, викладені шляхи їх вирішення на основі перспективних інформаційних технологій.

***Ключові слова** – інформаційні технології, управління підприємством, ризики.*