

## Теоретичний аналіз методів оцінки ефективності функціонування економічних систем

В даній роботі проведений теоретичний аналіз методів оцінки ефективності функціонування економічних систем. В роботі дослідженні такі методи, як: метод фінансових коефіцієнтів, параметричний метод та непараметричний метод. По кожному з наведених методів надана інформація стосовно сфери застосування, необхідних даних, недоліках та перевагах застосування. В контексті порівняння параметричного та непараметричного підходу розглянуті базові моделі методу стохастичної границі та методу оболонкового аналізу даних.

**Ключові слова:** ефективність, метод фінансових коефіцієнтів, параметричний метод, підхід стохастичної границі, непараметричний метод, оболонковий аналіз даних.

В данной работе был проведен теоретический анализ методов оценки эффективности функционирования экономических систем. В работе исследованы такие методы как: метод финансовых коэффициентов, параметрический метод и непараметрический метод. По каждому из перечисленных методов дана информация относительно сферы применения, необходимых данных, недочетах и преимуществах использования. В контексте сравнения параметрического и непараметрического подхода рассмотрены базовые модели метода стохастической границы и метода анализа среды функционирования.

**Ключевые слова:** эффективность, метод финансовых коэффициентов, параметрический метод,

Збірник наукових праць  
подхід стохастической границы, непараметрический  
метод, анализ среды функционирования.

*This paper evaluated a theoretical analysis of methods for evaluating the efficiency of economic systems. In this work the next methods are investigated: method of financial coefficients, parametric method and nonparametric method. For each of the listed methods is considered the next points: information about the application, the data required, the advantages and disadvantages of using. In the context of comparative analysis of parametric and nonparametric approach, there is considered the basic models of the Stochastic Frontier Approach, and Data Envelopment Analysis.*

**Key words:** Efficiency, Method of financial coefficients, Parametric method, Stochastic Frontier Approach, Non-parametric method, Data Envelopment Analysis.

**Постановка проблеми.** Проблема підвищення ефективності функціонування будь-якої сфери діяльності людини з кожним роком набуває все більшого значення. А оскільки, з розвитком інформатизації суспільства, всі процеси та системи мають тенденцію до ускладнення, то пропорційно ускладняються і методи та моделі оцінки ефективності таких систем. На сьогоднішній день існує велика різноманітність методів оцінки такого поняття, як ефективність. Всі вони мають свою специфіку та дозволяють вирішувати, як окремі задачі з оцінки та дослідження ефективності окремих аспектів економічної та виробничої діяльності конкретного досліджуваного підприємства, так і задачі оцінки ефективності окремої галузі економіки, в цілому.

Відтак постає проблема класифікації наявних методів дослідження ефективності функціонування економічних

*Збірник наукових праць*

систем з метою висвітлення умов їх застосування, а також слабких та сильних сторін. Наявність такої класифікації допоможе зробити вибір на користь конкретного методу дослідження під ті умови, що задовольняють потребу у вирішенні проблеми оцінки ефективності функціонування певної економічної системи.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблемі дослідження ефективності функціонування систем в усіх сферах діяльності людини за останні роки приділяється все більше і більше уваги. Очевидно, що ключовим поняттям в оцінці ефективності є сама ефективність. Теорія яка займається даним поняттям називається - «Теорія ефективності».

Перші вагомі дослідження на тему ефективності функціонування виробничого підприємства в рамках економічної системи були зроблені Фареллом [1] ще в 1957 році. Він зробив спробу виміряти ефективність однієї одиниці кінцевої продукції на прикладі з одним вхідним фактором та одним вихідним параметром.

Також, над розробкою цієї методології працювали такі закордонні вчені, як Фар, Гросскопф і Ловелл [2], Сейфорд і Тралл [3], Чарнс та Купер [4], Банкер [5] і Танасоулісс [6], Коеллі [7] та інші.

**Невирішені проблеми.** Наразі існує велика кількість наукових публікацій присвячених методам оцінки ефективності економічних систем. Проте в результаті аналізу останніх досліджень та публікацій не було виявлено актуальних досліджень, що висвітлюють теоретичні особливості кожного з використовуваних на практиці методів оцінки ефективності в порівняльному аспекті.

**Постановка завдання.** Метою даної статті є проведення теоретичного аналізу наявних методів

*Збірник наукових праць*

дослідження ефективності з метою їх класифікації. Також в межах даної класифікації необхідно висвітлити наступні поняття для кожного з досліджуваних методів:

- Умови та сфера застосування методу;
- Необхідна інформація для проведення дослідження використовуючи кожен метод;
- Наявні моделі в межах методу;
- Сильні та слабкі сторони методу;

Після проведення подібної класифікації можна буде отримати певну порівняльну характеристику методів, що дозволить, в свою чергу зробити вибір на користь конкретного методу дослідження під необхідні умови.

**Виклад основного матеріалу.** Безсумнівно, головним поняттям, навколо якого будується вся теорія ефективності, є поняття ефективності.

«Ефективність - це найбільш загальне поняття, що визначає властивість будь-якої цілеспрямованої діяльності, яке з пізнавальної (гносеологічної) точки зору розкривається через категорію мети або цілі та об'єктивно виражається ступенем її досягнення з урахуванням витрат ресурсів і часу» [1].

Як відзначається в роботі [1], ефективність неможливо спостерігати безпосередньо, її можна лише виміряти непрямими методами.

Варто зауважити, що в англійській мові поняття «ефективність» відповідають як мінімум три нетотожні еквіваленти: effectiveness, efficiency, performance. Кожен з них має своє трактування:

- effectiveness – результативність (або дієвість), здатність досягти мети (незалежно від того, якою ціною це було досягнуто);

*Збірник наукових праць*

- efficiency – продуктивність, що виражається в оптимальному співвідношенні отриманих результатів і витрачених ресурсів;
- performance – ефективність, що показує відношення корисного ефекту (результату) до витрат на його одержання.

Розглядаючи ці три поняття, слід зауважити, що ефективність розуміється, як своєрідне поєднання продуктивності та результативності і оцінюється на їх основі. Згідно з таким підходом [1], продуктивність і результативність є центральними поняттями, що використовуються при оцінці та вимірюванні ефективності діяльності організації.

Як зазначають А. Бгатачарія, Ц. Ловелл, П. Сахай [8], показник продуктивності оцінює здатність організації виробляти вихідні продукти, використовуючи мінімальний рівень ресурсів. Однак він не може визначати успішність організації, а є лише мірою оперативної досконалості використання ресурсів. Це підтверджує думку Д. Ахабала про те, що продуктивність насамперед стосується мінімізації витрат та розподілу ресурсів між альтернативними видами діяльності. Коментуючи результативність, А. Бгатачарія, Ц. Ловелл, П. Сахай [8], спираючись на Х. Кеха, відзначають, що даний показник оцінює здатність організації досягти своїх заздалегідь визначених цілей і завдань. За П. Друкером, результативність визначає здатність організації встановлювати правильні задачі для досягнення конкретної мети [9].

Об'єктом вивчення теорії ефективності є цілеспрямовані дії - операції, а предметом - закономірності, що зв'язують ефективність операції з якістю системи дослідження, умовами та способами її

*Збірник наукових праць*

використання в операції [4]. Теорію ефективності називають також «інструментом дослідження операцій». [5].

На Заході розвивається аналогічний, проте більш довершений напрямок, що допомагає подолати труднощі, які виникають при оцінці ефективності систем. Цей напрямок названий «Efficiency and Productivity Analysis» (EPA) - "аналіз ефективності і продуктивності" (A. Charnes, WW Cooper, R. Fare, Lovell, S. Grosskopf, T. Coelli, F. Fursund, L. Hjalmarsson та ін.). Він розкриває низку сучасних понять ефективності на основі визначення, що розробив М. Фаррелл у 1957 році [4], узявши за основу праці Ж. Дебре [10] та Т. Купманса [11] щодо вимірювання рівня ефективності фірми, що враховує множину факторів виробництва.

Загалом методи, що використовуються для оцінки ефективності діяльності підприємства можна поділити на три групи:

- метод фінансових коефіцієнтів;
- параметричні методи, що базуються на економетричному аналізі й потребують визначення функціональної форми виробничої функції підприємства або функцій витрат, прибутків, доходів;
- непараметричні методи, що використовують математичне програмування і не потребують визначення функціональної форми виробничих залежностей.

**Метод фінансових коефіцієнтів.** У вітчизняній практиці та практиці інших пострадянських країн для оцінки результатів господарської діяльності традиційним у використанні є метод фінансових коефіцієнтів. Це пояснюється тим, що у вітчизняному просторі, в більшості випадків, ефективність розглядається, як рівень досягнення в короткостроковій перспективі певних фінансових показників, таких як прибуток, рентабельність тощо, або

як ступінь задоволення інших інтересів власників даної організації.

Перевагами цього методу є його методологічна прозорість, тобто обчислення коефіцієнтів не потребує спеціальних математичних знань, і будь-яка особа, що достатньою мірою володіє економічною термінологією, здатна розібратися у значенні показників. Ця простота робить прийом коефіцієнтів "най масовішим". Методика розрахунку того чи іншого показника повинна бути пристосована до існуючих форм фінансової звітності або містити посилення на конкретне джерело інформації. Тільки в цьому випадку процес розрахунку коефіцієнтів буде легким, прозорим і забезпечить порівнянність результатів, а керівництво підприємства зможе своєчасно одержувати найоперативнішу інформацію стосовно кожної ділянки його роботи, що дасть змогу виявити слабкі місця ще на ранніх етапах та вчасно вжити всіх потрібних заходів. [12]

Недоліком застосування аналізу ефективності підприємства з допомогою коефіцієнтів є складність щодо остаточного висновку про стан підприємства, оскільки загальна картина за показниками часто неоднорідна. Так, якщо за одним параметром підприємство має досить непоганий вигляд, то за іншими може вражати своїми поганими показниками. [12]

Також, цей підхід не дозволяє враховувати такі характеристики ефективності, як багатофакторність, відносність і стохастичність. Застосування вищезазначених показників результативності діяльності не дозволяє визначити перспективні напрямки розвитку підприємства. Наприклад, такі показники, як прибуток чи рентабельність відображають ефективність діяльності

організації за минулий період часу, а не її можливості та майбутній потенціал.

**Параметричні методи.** В основі параметричного підходу дослідження ефективності лежить економетрична оцінка точної функціональної форми виробничої функції.

Теорія виробничих функцій досить часто використовується в якості інструменту дослідження ефективності виробничої сфери. Цьому напрямку присвячено досить велику кількість публікацій.

В загальному вигляді дану теорію можна виразити в наступній математичній формі. Нехай  $X = (x_i)$ , є вектором затрат ресурсів, де  $i \in M, M = \{1, \dots, m\}$ ;  $Y = (y_j)$  – вектор об'єму виробництва,  $j \in N, N = \{1, \dots, n\}$ . Якщо з вектору ресурсів  $X$  можна отримати вектор продукції  $Y$ , то пара  $(X, Y)$  називається технологічно допустимою (або технологією). Скупність усіх таких пар  $(X, Y)$  складає технологічну множину  $Z$ . Такі допустимі технології можна порівнювати між собою. Технологія  $(X_1, Y_1)$  називається більш ефективною ніж технологія  $(X_2, Y_2)$  якщо виконується співвідношення  $X_1 \leq X_2, Y_1 \geq Y_2$ . Дане співвідношення означає, що затрати по першій технології є не більші, а кінцевий випуск – не меншим ніж при використанні другої технології. При чому для хоча б одного компоненту затрат або випуску дана нерівність виконується як строга. Відтак, технологія  $(X^*, Y^*)$  називається ефективною, або оптимальною за Парето, якщо не існує іншої більш ефективної допустимої технології. А множина всіх ефективних технологій обозначається  $Z^*$ . Таким чином, вираз типу  $F(X, Y, A) = 0$ , отримав назву виробничої функції, де  $A$  – це вектор параметрів. Дана модель є функціональною

Збірник наукових праць

(кібернетичною) моделлю сфери виробництва. Ця функція оприділяє вихід  $Y$  з входу  $X$ .

Виробнича функція  $y = f(X), X = (x_1, \dots, x_m)$  характеризує максимально можливий об'єм випуску продукту в залежності від використаного об'єму ресурсів. Така функція дозволяє змоделювати тільки технології з одним продуктом.

Зазвичай формуються наступні формальні властивості виробничих функцій із взаємозамінними ресурсами:

- 1) Якщо  $X=0$ , то  $y=0$ ;
- 2) Якщо  $(X^A \geq X^B)$ , то  $f(X^A) \geq f(X^B)$ , причому, якщо  $(X^A > X^B)$ , то й  $f(X^A) > f(X^B)$ . Звідси  $y > 0$  при  $X > 0$ .

В якості характеристики рівня ефективності ресурсів (входів) використовується гранична ефективність ресурсу:

$$v_i = \frac{\partial f(X)}{\partial x_i}$$

Виходячи з властивості 2) можна сказати, що  $v_i \geq 0$ . Повсякчас

$v_{ii} = \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_i^2} < 0$ . А це в свою чергу означає, що гранична ефективність  $i$ -того ресурсу зменшується з ростом використовуваного об'єму даного ресурсу.

Одним з найважливіших понять в теорії виробничих функцій є поняття *ефекту масштабу* (англ. “*Return to scale*”). Для того щоб математично виразити суть даного поняття можна застосувати однорідні виробничі функції. Функція  $y = f(X)$  є однорідною  $n$ -ої степені, якщо виконується наступна умова:  $f(\lambda X) = \lambda^n f(X)$ . Це означає, що при збільшенні об'єму всіх входів в  $\lambda$  раз об'єм випуску збільшиться в  $\lambda^n$  раз. Цим показником  $n$  й

характеризується величина ефекту масштабу. Можливі 3 ситуації:

1) Якщо  $n=1$ , то ефективність не змінюється (постійний ефект масштабу).

2) Якщо  $n>1$ , то ефективність зростає (зростаючий ефект масштабу).

3) Якщо  $n<1$ , то ефективність спадає (спадаючий ефект масштабу).

В літературі представлені різноманітні види виробничих функцій. Проте однією з найрозвиненіших є функція Кобба-Дугласа [13]. Що має наступний вигляд:  $Y = AK^\alpha L^\beta$ , де К – Капітал, або матеріальні ресурси, L – праця, або трудові ресурси, а  $A, \alpha, \beta$  – параметри функції, що знаходяться на основі доступних статистичних даних.

Для знаходження ефективності виробництва на основі такої функції можна використовувати наступний підхід. Спочатку виконується перехід до певних безрозмірний показників у вигляді:

$\frac{Y}{Y_0} = \left(\frac{K}{K_0}\right)^\alpha \left(\frac{L}{L_0}\right)^\beta$ , де  $Y_0, K_0, L_0$  - значення показників в

базовому періоді. Якщо ж представити випуск та ресурсу у вигляді відносних показників через  $\tilde{Y}, \tilde{K}, \tilde{L}$ , то функцію Кобба-Дугласа можно представити як:  $\tilde{Y} = \tilde{K}^\alpha \tilde{L}^\beta$ . Після запису функції в такому вигляді потрібно ввести 2 приватних показника ефективності:  $\frac{\tilde{Y}}{\tilde{K}}$  – фондівіддача та  $\frac{\tilde{Y}}{\tilde{L}}$  –

продуктивність праці. Ці показники є безрозмірними. Відтак загальний показник ефективності економічної системи пропонується розраховувати як зважене середнє геометричне окремих показників ефективності:  $E = \left(\frac{\tilde{Y}}{\tilde{K}}\right)^\gamma \left(\frac{\tilde{Y}}{\tilde{L}}\right)^{1-\gamma}$ , де  $\gamma = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ ,  $1 - \gamma = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$ .

Вибір форми виробничої функції за такого підходу відбувається на основі вивчення наявних статистичних даних та знань з предметної області. Таким чином – це не повністю формалізований метод.

Переваги використання такого методів обумовлюється наступними положеннями. По-перше, вони враховують таку характеристику, як стохастичність, а отже, визначають оцінений рівень ефективності, а не її безпосередній розрахунок. На відміну від непараметричних, параметричні методи є статистичними, тобто дають уявлення про значущість знайденого рішення, а отже, не потребують застосування додаткових методів для тестування гіпотез про значимість отриманих оцінок та впливу різних чинників. [10]

По-друге, в параметричних методах врахована можливість випадкових неточностей, наприклад, через помилки в специфікації моделі чи невірну звітність. Отже, неправильний вимір ефективності діяльності одного підприємства не призводить до зміщення оцінок інших підприємств, якщо розглядати систему досліджуваних об'єктів. Все це обґруntовує доцільність застосування параметричних методів.[13]

Однак параметричні методи мають і низку недоліків. Функціональна форма виробничих можливостей, параметри та форма розподілу випадкових помилок ап'єріорі невідомі і потребують визначення, що збільшує суб'єктивність кінцевих результатів оцінки. До того ж, дані методи добре розроблені для випадків однопродуктових або одноресурсних компаній і не передбачають одночасно множинних входів і виходів.[10] Тому останніми роками почали широко застосовуватися в практиці оцінки ефективності непараметричні методи аналізу ефективності

(зокрема метод DEA), які усувають низку перелічених недоліків параметричних методів.

Найрозповсюдженішими параметричними методами дослідження ефективності є методи теорії виробничих функцій та метод стохастичної границі (Stochastic Frontier Approach, SFA).[14]

**Stochastic Frontier Approach.** Метод стохастичної границі був вперше запропонований в 1977 році незалежно в 2 місяцях – Мееузеном та ван дер Броекомз [13] однієї сторони та Айгнером та Шмідтом – з іншої [14]. Моделі стохастичної границі досить часто використовуються для порівняння оцінок ефективності господарюючих суб'єктів однієї галузі. Але саме в тих випадках, коли є можливість слідкувати за динамікою цих показників. Математично можна представити даний метод у вигляді базової моделі:

$$\ln(y_i) = x_i\beta - u_i, i = 1, 2, \dots, N,$$

де  $\ln(y_i)$  - логарифм (скалярного) виходу для  $i$ -того підприємства, а  $x_i$  - вектор-строка розмірності  $K+1$ , в якого перший елемент дорівнює 1, всі ж інші елементи є логарифмами кількості для кожного з  $K$  вхідних факторів  $i$ -того підприємства.  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_K)$  – вектор стовпчик розмірності  $K+1$  з невідомими параметрами, що потрібно оцінити.  $u_i$  - невід'ємна випадкова величина, що зв'язана з технічною неефективністю підприємств в досліджуваній вибірці.

Таким чином, значення технічної ефективності  $i$ -того підприємства можна отримати як співвідношення фактичного рівню виходу до потенційно можливого виходу, що задається через наступну граничну функцію:

$$TE_i = \frac{y_i}{\exp(x_i\beta)} = \frac{\exp(x_i\beta - u_i)}{\exp(x_i\beta)} = \exp(-u_i).$$

Збірник наукових праць

Для оцінки невідомих параметрів  $\beta, u_i$  можна використовувати методи лінійного програмування, або, наприклад, метод найменших квадратів.

Проте в даній моделі не враховується можливість впливу похибок у вимірах та шуму на отриману в результаті границю. Всі відхилення від границі ефективності розглядаються як наявність технічної неефективності. В результаті була запропонована модифікована модель підходу стохастичної границі, що враховує наявність випадкових похибок [15]:

$$\ln(y_i) = x_i\beta + v_i - u_i, i = 1, 2, \dots, N,$$

Випадкова змінна  $v_i$  враховує похибки виміру або інших випадкових факторів, в тому числі і вхідних параметрів моделі. Авторами даної моделі D. J. Aigner, C. A. K. Lovell и R. Schmidt було висунуте припущення про те, що  $v_i$  є незалежними нормально розподіленими величинами, де їх середнє значення дорівнює нулю, а дисперсія є постійною  $\sigma_{v^2}$  та незалежною від  $u_i$ , які, в свою чергу, є незалежними випадковими величинами з експоненційним або напівнормальним розподілом.

Дана модель називається стохастичною границею виробничої функції тому, що величина виходу обмежена зверху стохастичною змінною  $\exp(x_i\beta - v_i)$ . Де випадкова похибка  $v_i$  може бути як від'ємною так і невід'ємною. Тому така величина стохастичного граничного виходу є близькою до детермінованої складової граничної моделі  $\exp(x_i\beta)$ .

Наразі була запропонована велика кількість модифікованих подібних моделей, що враховують міжчасовий характер виробничої діяльності, тобто дозволяє працювати з динамічною складовою.

Проте, одним з основних моментів стохастичного

підходу до побудови границі ефективності є те, що апріорно неможливо пояснити вибір виду розподілення величини  $u_i$ . Відтак, значення ефективності за цією моделлю можуть бути різними в залежності від вибору певного закону розподілу. Але основним плюсом такого підходу, безперечно, є те, що він враховує випадкові похиби.

**Непараметричні методи.** Непараметричні методи не вимагають початкового припущення про аналітичну форму досліджуваних функцій і базуються на оцінці кусково-лінійної границі ефективності шляхом побудови огинаючих значень. Отже, ймовірність неправильної специфікації форми виробничої технології дорівнює нулю, не виникає проблем з мультиколінеарністю, гомоскедастичністю тощо. У свою чергу, недоліком вважається те, що в даних підходах не існує випадкових коливань, усі відхилення від границі свідчать про наявність неефективності.[4]

Непараметричні методи дозволяють обчислити:

- границю ефективності або оболонкову поверхню, що складається з фінансових інститутів, які функціонують як еталони;
- рівень ефективності для кожного відділення, що відображає його відстань від межі ефективності (рівень ефективності дорівнює одиниці для ефективних відділень і менше 1 для інших);
- ефективна опорна множина, на яку в подальшому орієнтуються або однорідна група (невелика підмножина ефективних підприємств, близьких до оцінюваних відділень) для кожного неефективного підприємства;
- ефективні цілі дляожної неефективної філії (проекції на границю ефективності).

Одним з непараметричних методів, що широко застосовується для оцінки ефективності системи соціально-економічних об'єктів певної системи є метод Data Envelopment Analysis (DEA).

**Data Envelopment Analysis.** DEA передбачає використання методів лінійного програмування для побудови непараметричної кускової-лінійної оболонки або границі над досліджуваними даними. Ефективність досліджуваних об'єктів розраховується, як відношення або відстань від об'єкта до цієї оболонки.

Над розробкою такої методології працювали такі вчені, як Гросскопф і Ловелл (1985, 1994), Сейфорд і Тралл (1990), Ловелл (1993), Алі і Сейфорд (1993), Ловелл (1994), Чарнс (1995), Купер, Тон (2000) і Танасоулісс (2001).

Проте, загальновідомо, що метод сучасного визначення ефективності розробив М. Фаррелл у 1957 році [1], який припустив використання непараметричних кусково-лінійних вигнутих ізокvant, побудованих таким чином, що жодна з оцінюваних точок не розташована зліва або нижче від неї. Застосування такого підходу, орієнтованого на ресурси, дало змогу відповісти на питання: наскільки може пропорційно зменшитися використання ресурсів без зміни обсягу випуску продукції? Він є альтернативним для підходу, орієнтованого на випуск, що дає відповідь на питання: наскільки можна збільшити обсяг випуску, не змінюючи розміру залучених ресурсів?

Проте такий метод визначення ефективності не отримав широкого розповсюдження та близько 20 років майже не використовувався та не описувався. Така ситуація продовжувалася аж до 1976 року, коли у світ вийшла праця таких американських вчених, як Чарнс, Купер і Родос [4], де і був вперше використаний термін

«Data Envelopment Analysis». Після чого одразу з'явився цілий ряд робіт, що розвивав та висвічував методологію.

Чарнс, Купер і Родос [4] запропонували модель, яка була орієнтована на вхідні параметри, тобто на ресурси, та припускала постійний ефект масштабу. Така модель була названа «Constant Returns to Scale (CRS)».

Припустимо, що в досліджуваному просторі діяльності функціонує  $I$  підприємств. В кожного підприємства є  $N$  вхідних ресурсів та  $M$  виготовлюваних продуктів. А набори вхідних і вихідних параметрів для кожного  $i$ -того підприємства представляються векторами  $x_i$  та  $q_i$  відповідно. Набір таких векторів для досліджуваної вибірки можна записати у вигляді матриць  $X$  та  $Q$ .

Таким чином, DEA метод полягає в співвідношенні входів та виходів. Для кожного підприємства потрібно отримати співвідношення всіх входів до всіх виходів, типу  $u^T q_i / v^T x_i$ , де  $u$  це вектор ваг виходів розмірності  $M \times 1$ , а  $v$  - вектор ваг входів розмірності  $N \times 1$ . Оптимальна вага в такому випадку знаходитьться шляхом вирішення задачі математичного програмування наступного вигляду:

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} \left( u^T \frac{q_i}{v^T} x_i \right), \\ & u^T q_j / v^T x_j \leq 1, \\ & j = 1, 2, \dots, I, \\ & u, v \geq 0. \end{aligned}$$

Це передбачає знаходження таких значень  $u$  та  $v$ , за яких би ефективність  $i$ -того підприємства була максимальна, проте була менше або тотожня одиниці. Однією з проблем даної розробки є те, що таке співвідношення має нескінченну безліч рішень. Щоб уникнути цього, потрібно накласти обмеження  $v^T x_j = 1$ , що передбачає наступну задачу:

Збірник наукових праць

$$\max_{u,v} (\mu^* q_i),$$

$$v^* x_i = 1,$$

$$\mu^* q_j - v^* x_j \leq 0,$$

$$j = 1, 2, \dots, I,$$

$$\mu, v \geq 0,$$

де зміна позначення з  $u$  та  $v$  на  $\mu$  та  $v$  використовується, щоб підкреслити, що це різні завдання лінійного програмування. Форма DEA моделі в лінійному програмування (ЛП) відома як мультиплікативна.

Використовуючи двоїстість у лінійному програмуванні, можна отримати еквівалентну оболонкову форму такої задачі:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta, \lambda} \theta, \\ & -q_i + Q\lambda \geq 0, \\ & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

де  $\theta$  – скаляр;

$\lambda$  - вектор констант розмірності  $I+1$ .

Така оболонкова форма моделі включає в себе менше обмежень ніж в мультиплікативній формі виду  $N + M < I + 1$ , та більш зручною при вирішенні. Значення  $\square_i$  – буде мірою ефективності  $i$ -того об'єкту. При чому ефективність повинна бути  $\leq 1$ . Якщо  $\square = 1$ , це означає, що об'єкт знаходиться на границі ефективності, а отже – є оптимально ефективним(За Парето-Купмансом). Для об'єктів, де  $\square < 1$  можуть бути встановлені цілі, що заключаються в пропорційному скороченні їх вхідних факторів на величину  $\square$  при сталому значенні вихідних. Така задача знаходження ефективності зводиться до багаторазового вирішення задачі лінійного програмування для кожного з досліджуваних об'єктів.

Даний метод є досить дієвим для вирішення задач оцінки ефективності функціонування як окремого суб'єкта економічних відносин, так і всієї економічної системи вцілому. Практичне використання методу наведене в наступних роботах [15,16,17], де використовується для оцінки ефективності функціонування енергорозподільчих підприємств України.

Також існує велика кількість модифікацій базової моделі, що дозволяють вирішувати подібну задачу і з врахуванням динамічної складової діяльності економічних суб'єктів, а також направлені на вирішення задачі оптимізації ресурсів в специфічних сферах, таких як банківський сектор, електроенергетика, тощо.

Основним же мінусом даного підходу є саме відсутність будь-яких випадкових коливань в значеннях параметрів моделі. Що свідчить про те, що будь-яке відхилення від границі ефективності свідчить про наявність неефективності. Також дослідження використовуючи даний метод може показувати різні результати в залежності від вибірки досліджуваних об'єктів. Відтак всі значення ефективності мають дещо зрівняльний характер. Проте безпосереднім плюсом подібних моделей являється те, що нам не потрібно апріорно знаходити точну форму виробничої функції для проведення дослідження. А в умовах обмеженості даних – це найголовніше обмеження.

**Висновки.** В даній роботі був проведений теоретичний аналіз наявних методів дослідження такого поняття, як ефективність. В роботі розглянуті 3 найбільш популярні методи оцінки ефективності економічних суб'єктів: метод фінансових коефіцієнтів, параметричний метод та непараметричний метод. Для кожного з наведених методів були розкриті наступні моменти:

- умови та сфера застосування методу;
- необхідна інформація для проведення дослідження використовуючи кожен метод;
- наявні моделі в межах методу;
- сильні та слабкі сторони методу;

Виходячи з отриманої інформації можна зробити висновки стосовно кожного з наведених методів. Метод фінансових коефіцієнтів є найбільш широко розповсюдженим та найлегшим в розумінні та використанні. Проте використовуючи цей метод можна оцінити тільки окремі економічні показники, що мають різну фізичну природу та можуть мати абсолютно протилежні значення. Таким чином, основною проблемою даного методу – є відсутність можливості отримати звичними шляхами один інтегрований показник ефективності, який би враховував всі інші фактори.

Параметричні методи є досить дієвими, проте більш складнішими для використання. Оскільки потребують точного задання форми виробничої функції, що базується на попередніх статистичних даних. Безпосередньою перевагою подібних методів є можливість врахування похибок отриманих даних дослідження, а також врахування ймовірнісної природи даних. Одним із найрозповсюженніших параметричних методів для дослідження ефективності, що також враховує ці фактори є підхід стохастичної границі.

Непараметричні методи не вимагають же початкового припущення про аналітичну форму досліджуваних функцій і базуються на оцінці кусково-лінійної границі ефективності шляхом побудови огибаючих значень. Отже, ймовірність неправильної специфікації форми виробничої технології дорівнює нулю, не виникає проблем з мультиколінеарністю, гомоскедастичністю тощо. У свою

*Збірник наукових праць*

чергу, недоліком вважається те, що в даних підходах не існує випадкових коливань, усі відхилення від границі свідчать про наявність неефективності.

Найрозповсюдженішим непараметричним методом оцінки ефективності економічних систем є метод оболонкового аналізу даних, який дозволяє отримати єдиний інтегрований показник ефективності функціонування кожного з досліджуваних економічних суб'єктів на основі великої кількості вхідних показників моделі, що мають різну фізичну природу та розмірність. А також, на основі даного багатокритеріального показника можна надати реальні рекомендації по збільшенню ефективності досліджуваних об'єктів.

Наявність подібного дослідження методів оцінки ефективності економічних систем дозволяє усвідомлено зробити вибір на користь використання саме непараметричних методів для дослідження ефективності функціонування такої економічної системи, як енергорозподільчі підприємства України [15,16,17]. Даний вибір обумовлений наступними обмеженнями:

- Для даного дослідження вхідними даними виступає звичайна поквартальна фінансова звітність, яка є загальнодоступною.
- Проте використовуючи загальнодоступне джерело даних для дослідження- не є можливим отримати вибірку даних за хоча б за останніх 5-10 років, чого було б достатньо для побудови актуальної виробничої функції. Доступні дані не дозволяють працювати з вибіркою такого розміру.
- Фінансова звітність представлена абсолютно різними показниками з різною розмірністю і фізичною природою.

Відтак, в умовах обмеженості вхідних даних безпосередню перевагу мають саме моделі DEA на основі непараметричного підходу.

## Література

1. Farell M. J. The Measurement of Productive Efficiency / Farrell. // Journal of the Royal Statistical Society. – 1957. – 315 p.
2. Fare R. The Measurement of Efficiency of Production / R. Fare, S. Grosskopf, C.A.K. Lovell – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1985.
3. Seiford L. M. Recent Developments in DEA: The Mathematical Approach to Frontier Analysis / L. M. Seiford, R. M. Thrall. // Journal of Econometrics. – 1990. – №46. – 7–38 p.
4. Charnes A. Measuring the efficiency of decision making units / A. Charnes, W. Cooper, L. Rhodes. // European journal of operational research. – 1978. – №2. – 429–444 p.
5. Banker R. D. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis / R. D. Banker, A. Charnes, W. C. W. // Management Science. – 1984. – №30. – 1078–1092 p.
6. Thanassoulis E. Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis: A Foundation Text with Integrated Software / Thanassoulis. // Kluwer Academic Publishers, Boston. – 2001.
7. Coelli T. J. A Comparison of Parametric and Non-parametric Distance Functions: With Application to European Railways / T. J. Coelli, S. Perelman. // European Journal of Operational Research. – 1999. – №117. – 326–339 p.
8. Bhattacharyya, A. The impact of liberalization on the productive efficiency of Indian commercial banks / C.A.K. Lovell, S. Pankaj, // European Journal of Operational Research, – 1997. – №98(2). – 332–345 p.
9. Drucker P. The Practice of Management / Drucker F.P. – 1954. Hardcover, – 658 p.
10. Debreu G. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy / J. A. Kenneth, G. Debreu // *Econometrica*, Vol. 22, No. 3. – 1954. – 265–290 p.
11. Koopmans T. C. Optimum Utilization of the Transportation System // Proceedings of the International Statistical Conferences 5: Reprinted in Supplement to *Econometrica* 17. – 1951. – 136–146 p.

*Збірник наукових праць*

12. Котляр М.Л. Оцінка фінансової стійкості підприємства на базі аналітичних коефіцієнтів // Фінанси України, № 1, – 2005. – 113 с.
13. Meeusen W. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error / J. van den Broeck // International Economic Review 18. – 1977. – 435-44 p.
14. Aigner, D.J. Formulation and estimation of stochastic frontier production functions / C.A.K. Lovell, P. Schmidt, // Journal of Econometrics. – 6:21. – 37 p.
15. Мандріка А. Ю. Оцінка ефективності функціонування енергорозподільчих підприємств України на основі використання підходу оболонкового аналізу даних // Кримський економічний вісник. Науковий журнал. – 2015. – Вип. 3(16). – 53-58 с.
16. Мандріка А. Ю. Використання динамічної моделі оцінювання ефективності на основі використання підходу оболонкового аналізу даних для дослідження діяльності енергорозподільчих підприємств України // Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія: Економічні науки. – 2016. – Вип.18, част. 2. – С. 189-194 с.
17. Мандріка А.Ю. Використання орієнтованих моделей методу оболонкового аналізу даних для оцінки ефективності функціонування енергорозподільчих підприємств України // Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії. – Випуск 1 (07). Частина 2. – 2017. – 107-112 с.

**УДК 364.2:331**

**O. Tutova**

**Socially Responsible Investment in Human Capital**

*An overview of contemporary economical concepts of sustainable capital, human-resource capitalism, sustainable development, sustainable society, and socially responsible investment is made. The main features of a sustainable society are examined. The problem of measurement of the impact of social investment in human development is analyzed.*