

## Дослідження нелінійної пружності пористого оксиду алюмінію резонансними методами

О. В. Вдовиченко, Н. Д. Ткачук

Інститут проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича НАН України,  
Київ, e-mail: vdovyche@gmail.com

*З метою встановлення можливості застосування нових неруйнівних акустичних методів для виявлення дефектів типу тріщин в керамічних матеріалах із застосуванням гармонічного аналізу та вейвлет-аналізу вивчено нелінійну пружну поведінку зразків пористого оксиду алюмінію з вмістом пороутворювача 4–16%, спечених за температур 1623–1823 К в умовах механічного резонансу. Досліджено залежності амплітуди другої гармоніки  $U_2$  від амплітуди основного тону коливань  $U_1$ . Виявлено, що відношення  $U_2/U_1^2$  є константою матеріалу. Встановлено, що поведінка матеріалу при розтягуванні і стисненні в процесі пружних коливань є різною. Це наслідок наявності дефектів типу тріщин та їхньої нестабільності і водночас причина виникнення гармонік.*

**Ключові слова:**  $Al_2O_3$ , дефекти типу тріщин, нелінійні резонансні методи, нелінійні коливання, гармонічний аналіз.

### Вступ

Оксид алюмінію є перспективним функціональним і конструкційним матеріалом завдяки високій твердості і опору корозії, низькому коефіцієнту тертя, стабільності теплофізичних, діелектричних та механічних характеристик. Ціла низка практичних завдань вимагає створення керамічних матеріалів регульованої пористості, що досягається зміною параметрів спікання або/та введенням пороутворювача [1, 2]. Проте зміна технології має наслідком не тільки зміну пористості, але й зміну складу матеріалу, а також утворення дефектів типу тріщин, які катастрофічно погіршують механічні властивості  $Al_2O_3$  при роботі під навантаженням [3]. Для вивчення процесів, що відбуваються під час виготовлення виробів з керамічних матеріалів, та їх неруйнівного контролю широко застосовують ультразвукові методи. Так, для контролю матеріалів, виготовлених з порошків, використовують методіку Скорохода—Фрідмана, яка дозволяє визначати вміст пор та інших дефектів за виміряною швидкістю поширення пружної хвилі за допомогою відомих залежностей характеристик пружності від пористості у припущенні, що пружна поведінка матеріалу відповідає закону Гука [4]. Втім, на пружність, а відтак і на швидкість ультразвуку, впливає не тільки пористість (густина), але й геометричні характеристики пор [5, 6], наявність тріщиноподібних дефектів [7, 8] та інші фактори. Для ідентифікації виду дефектів (пор і тріщин) перспективними видаються методи, що ґрунтуються на так званих неklasичних нелінійних явищах, які спостерігаються при механічних коливаннях зразків, виготовлених з порошків [9, 10]. До них належать зменшення частоти резонансних коливань зі збільшенням їх амплітуди, спотворення форми резонансної кривої, генерування гармонік тощо [11].

© О. В. Вдовиченко, Н. Д. Ткачук, 2013

В цій роботі досліджено нелінійну пружну поведінку пористого оксиду алюмінію з метою вивчення можливості застосування нових акустичних методів для неруйнівного контролю дефектності керамічних матеріалів.

### Об'єкт досліджень

Для дослідження виготовлено зразки з порошку марки A-1000 SG (Alcoa), що містив 99,8% оксиду алюмінію (95%  $\alpha$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Частинки порошку мали форму, близьку до рівновісної, з питомою площею поверхні  $8,4 \text{ м}^2/\text{г}$  і розподілом за умовним діаметром: 10% —  $<160 \text{ нм}$ , 50% —  $<400 \text{ нм}$ , 90% —  $<1500 \text{ нм}$ . Виготовлення складалось з таких етапів [2]: 1) розчинення в етиловому спирті порошку поліетиленгліколю (ПЕГ), структурна формула  $\text{HO}-(\text{CH}_2\text{CH}_2\text{O})_n-\text{H}$  (Carbowax Sentery 8000, Union Carbide); 2) додавання до розчину порошку кераміки з наступним випарюванням розчинника при постійному перемішуванні; 3) пресування суміші в закритій прес-формі; 4) випалювання полімерної зв'язки; 5) остаточне спікання на повітрі.

Матеріали різної пористості одержували у три способи: 1) спіканням за різних температур пресовок з 4% (об.) ПЕГ в об'ємі твердої фази пресовки; 2) спіканням за температури 1823 К пресовок з різним вмістом ПЕГ (від 4 до 16% (об.)); 3) спіканням за температури 1823 К заготовок, одержаних пресуванням висушеної суміші  $\text{Al}_2\text{O}_3 + 4\%$  (об.) ПЕГ, що отримано у згаданий колоїдний спосіб, в яку перед пресуванням додавали сухий порошок ПЕГ із середнім розміром частинок 200 мкм у кількості, необхідній для одержання в сумі 16% ПЕГ в твердій фазі пресовки. Такі зразки надалі позначені 4 + 12%. Під об'ємним вмістом розуміємо відношення об'єму сухого ПЕГ до сумарного об'єму ПЕГ +  $\text{Al}_2\text{O}_3$  за відсутності пор.

Густину матеріалу, а також загальну та відкриту пористості визначали методом гідростатичного зважування в дистильованій деіонізованій воді за стандартом ASTM [12]. Сухий зразок зважували безпосередньо після спікання за температури більшої за 373 К для запобігання конденсації вологи з повітря на поверхнях відкритих пор. Оскільки дані про наявність склофази відсутні, густину твердої фази кераміки вважали рівною  $3980 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Відносна похибка визначення густини матеріалу не перевищувала 0,1%. Пористість пресовки після випалювання ПЕГ розраховували за вимірними лінійними розмірами зразків до і після спікання та за густиною матеріалів після спікання. Технологічні параметри та результати визначення пористості в досліджуваних матеріалах наведено в таблиці.

### Вміст ПЕГ в пресовках та пористість зразків

Номер зразка	Об'ємний вміст ПЕГ	Температура спікання, К	Пористість після випалювання ПЕГ	Пористість після спікання	
				загальна	відкрита
1	0,04	1823	0,447	0,017	—
2	0,08	1823	0,462	0,058	0,017
3	0,16	1823	0,491	0,098	0,059
4	0,04 + 0,12	1823	0,495	0,113	0,025
5	0,04	1673	0,488	0,236	0,200
6	0,04	1623	0,464	0,299	0,253

### Фізичні основи та реалізація методу дослідження

Макроскопічні дослідження твердих тіл показують, що їх пружна поведінка загалом не відповідає закону Гука, який в його класичному формулюванні виражає лінійний зв'язок між компонентами тензорів механічних напружень і малих відносних деформацій. В твердому тілі можливі декілька причин класичної нелінійності цього зв'язку. Одна з них зумовлена тим, що навіть в ідеальному кристалі міжмолекулярні сили нелінійним чином залежать від зміщення молекул, другою причиною є наявність мікродфектів структури твердих тіл, зокрема дислокацій [13]. Крім наведених видів нелінійної пружності, викликаних особливостями кристалічної будови матеріалів, існують інші, не притаманні власне матеріалові, а зумовлені наявністю макроскопічних дефектів, які виникають як під дією термомеханічних навантажень в процесі експлуатації, так і під час консолідації матеріалу з порошоків (тріщини та недосконалі в механічному сенсі контакти).

Для опису нелінійної пружної поведінки матеріалів у першому наближенні модулі пружності можуть бути подані як функції відносної деформації та концентрації площинних дефектів [13, 14]. Інформацію про наявність дефектів можна отримати в акустичному експерименті з аналізу форми хвилі або форми коливань зразка, використовуючи смугову фільтрацію або гармонічний аналіз сигналу. Гармонічний аналіз (метод перетворення Фур'є) ґрунтується на тому, що періодичний (а практично — довільний) сигнал будь-якої форми може бути поданий у вигляді нескінченної суми гармонічних функцій. Тобто, якщо в результаті збурення зразка матеріалу періодичним сигналом з амплітудою  $A$  і круговою частотою  $\omega_0$  одержуємо на виході спотворений сигнал  $s(t)$ , його формально можна записати в загальному вигляді як

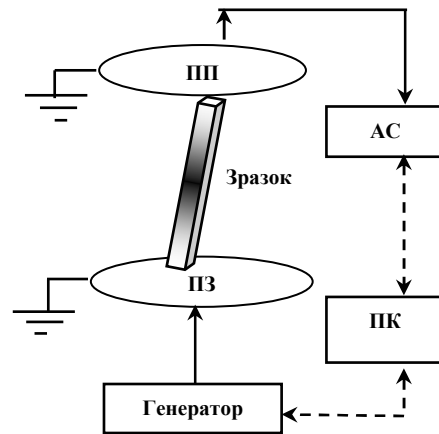
$$s(t) = B_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k(A) \cos(k\omega_0 t + \varphi_k(A)), \quad (1)$$

де  $B_k$  — коефіцієнти;  $A$  та  $\omega_0$  — амплітуда та кругова частота чистого тону сигналу збурення відповідно;  $t$  — час;  $\varphi_k$  — фаза. Частоти  $k\omega_0$ , які кратні основній частоті  $\omega_0$  і називаються гармоніками, нумеруються у відповідності до індексу  $k$ . Наявність в формулі (1) членів, частота яких є кратною до частоти сигналу збурення, означає, що пружна енергія сигналу перерозподіляється між різними частотами.

В матеріалах, що не містять макроскопічних дефектів, нелінійні ефекти стають помітними лише при досить значних деформаціях. В статичному експерименті у металів нелінійність проявляється при напруженнях, що перевищують межу пропорційності, а поведінка більшості крихких керамічних матеріалів за кімнатної температури може вважатися лінійною аж до їх руйнування. За наявності макродефектів нелінійні ефекти виникають при набагато менших деформаціях. При коливаннях зразків гірських порід нелінійні ефекти фіксували за відносних деформацій  $\varepsilon \sim 10^{-8}$  [15], а нелінійну пружну поведінку оксидів алюмінію та цирконію, що містили макроскопічні дефекти, спостерігали і в статичному експерименті за  $\varepsilon \sim 10^{-4}$  [16].

Акустичні дослідження проводили на повітрі за кімнатної температури в діапазоні частот  $5 \cdot 10^4$ — $2 \cdot 10^5$  Гц методом резонансної спектроскопії за схемою, зображеною на рис. 1.

Рис. 1. Схема установки для акустичних вимірювань. Відтінками сірого кольору показаний розподіл деформацій в зразку при поздовжніх коливаннях за першою модою, чорним кольором позначено місця виникнення максимальних циклічних деформацій. Позначення приладів наведено в тексті.



Зразки у вигляді стрижнів прямокутного перерізу довжиною 52—59 мм і поперечними розмірами 4,2—5,2 мм встановлювали між двома широкополосними п'єзоелектричними перетворювачами так, що контакт зразка з перетворювачами відбувався в двох точках — кутах зразка, які належали його найдовшій діагоналі. Таке закріплення мінімально впливало на форми і частоти власних коливань зразка, тому що вся його поверхня, за винятком двох точок контакту, залишалась вільною. Електричний синусоїдальний сигнал з цифрового генератора надходив на випромінювач ПЗ, який збуджував в зразку механічні коливання. Внаслідок коливань зразка в приймачі ПП виникав електричний сигнал тієї ж форми, що й механічні коливання зразка, який для подальшого аналізу надходив на пов'язаний з комп'ютером цифровий прилад (АС) з функціями осцилоскопа та аналізатора спектра, в якому реалізовувалась процедура швидкого перетворення Фур'є. Відносні максимальні циклічні деформації, що виникали в зразку, мали амплітуди порядку  $10^{-8}$ — $10^{-6}$ .

Спостерігали такі нелінійні явища: 1) зменшення резонансної частоти зі збільшенням амплітуди коливань зразка; 2) в спектрі сигналу були присутні гармоніки. Типовий частотний спектр коливань зразка, спеченого за температури 1623 К, наведений на рис. 2, а.

Амплітудна залежність резонансної частоти зразків досліджених матеріалів, докладно описана в роботі [10], свідчить, що закон Гука в його класичному формулюванні не описує пружну поведінку матеріалу, тобто співвідношення між напруженнями  $\sigma$  і деформаціями  $\epsilon$  є нелінійними, а множник  $M$  в рівнянні

$$d\sigma = M(\epsilon)d\epsilon \quad (2)$$

не є константою, на відміну модулів пружності (у тому числі модуля Юнга) лінійно-пружного матеріалу.

Як показали дослідження, із зменшенням амплітуди коливань нелінійні явища ставали менш суттєвими, амплітуди гармонік зменшувалися і при достатньо малих амплітудах збурення гармоніки не перевищували рівня завад і шумів (рис. 2, б). Тому нелінійні ефекти досліджували при таких рівнях сигналу збурення коливань, коли амплітуда найменшої з вимірюваних гармонік  $U_S$  перевищувала рівень шуму  $U_N$  більш ніж втричі. Натомість за менших амплітуд коливань можна знехтувати нелінійними ефектами і, вважаючи пружну поведінку матеріалу лінійною, розраховувати позірний модуль Юнга  $E^*$  з використанням рівнянь класичної теорії пружності [17]

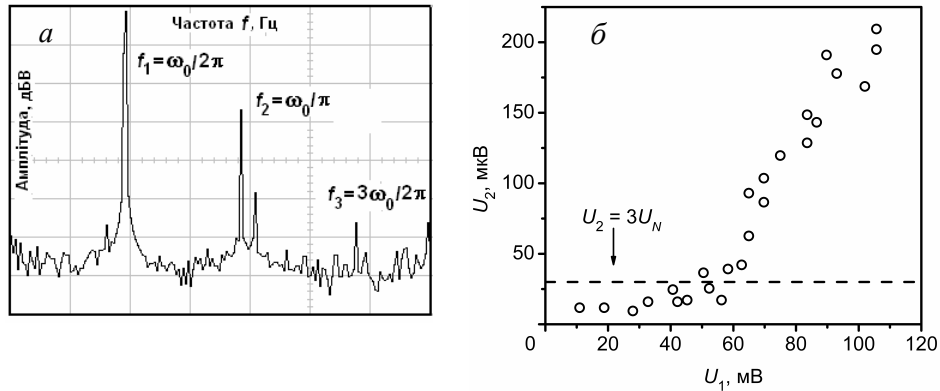


Рис. 2. Типова спектрограма (частотний спектр) коливань зразка 6, що містив дефекти, (а) та залежність амплітуди другої гармоніки коливань зразка 2 від амплітуди його коливань за основною частотою, виміряна на частоті резонансу при збільшенні амплітуди сигналу збурення (б).

$$E^* = \rho V_r^2 = \rho(\lambda f_{r1})^2 = 4\rho l^2 f_{r1}^2, \quad (3)$$

де  $\rho$  — густина матеріалу зразка;  $V_r$  — швидкість звуку в стрижні;  $\lambda$  — довжина ультразвукової хвилі, яка при резонансних коливаннях зразка за першою модою дорівнює подвоєній довжині зразка  $l$ , а  $f_{r1}$  — резонансна частота коливань стрижня за першою модою при нульовій амплітуді коливань, встановлена за методикою, що описана в роботі [10].

При підвищенні рівня напруги збурення  $U_{вх}$  на перетворювачі ПЗ можливе виникнення паразитних гармонік, рівень яких залежить від  $U_{вх}$ . Для того щоб уникнути їх впливу на результати вимірювань, коливання збурювали в околі першої моди поздовжніх резонансних коливань і поступово змінювали частоту сигналу збурення. При наближенні цієї частоти до частоти резонансу амплітуда коливань зростала при незмінному рівні  $U_{вх}$ .

### Результати досліджень та їх обговорення

На рис. 3 зображено графіки амплітуди коливань з основною частотою  $f_1 = f_0 = \omega_0/2\pi$  та амплітуди другої ( $2f_1$ ) і третьої ( $3f_1$ ) гармонік в залежності від частоти сигналу збурення  $f_0$  за незмінної амплітуди сигналу збурення, побудовані за результатами опрацювання спектрограм коливань.

Аналіз наведених на рис. 3 результатів свідчить, що другі гармоніки фіксували при коливаннях зразків, виготовлених за всіма технологічними режимами, натомість амплітуда третьої гармоніки перевищувала рівень шуму не у всіх зразках. Амплітуди другої гармоніки за абсолютною величиною були менші за амплітуди основного тону на 2—3 порядки. За незмінної амплітуди сигналу збурення  $U_{вх}$  амплітуди других гармонік  $U_2$  збільшувались з наближенням частоти збурення до резонансної частоти, причому в досліджуваних діапазонах частот амплітуди основного тону коливань  $U_1$  зростали, як правило, менш ніж в десять разів, а амплітуди других гармонік  $U_2$  — в 15—20 разів. Водночас амплітуди третіх гармонік  $U_3$  (якщо вони були присутні) не демонстрували однозначної залежності від амплітуди основного тону (рис. 3, д, е).

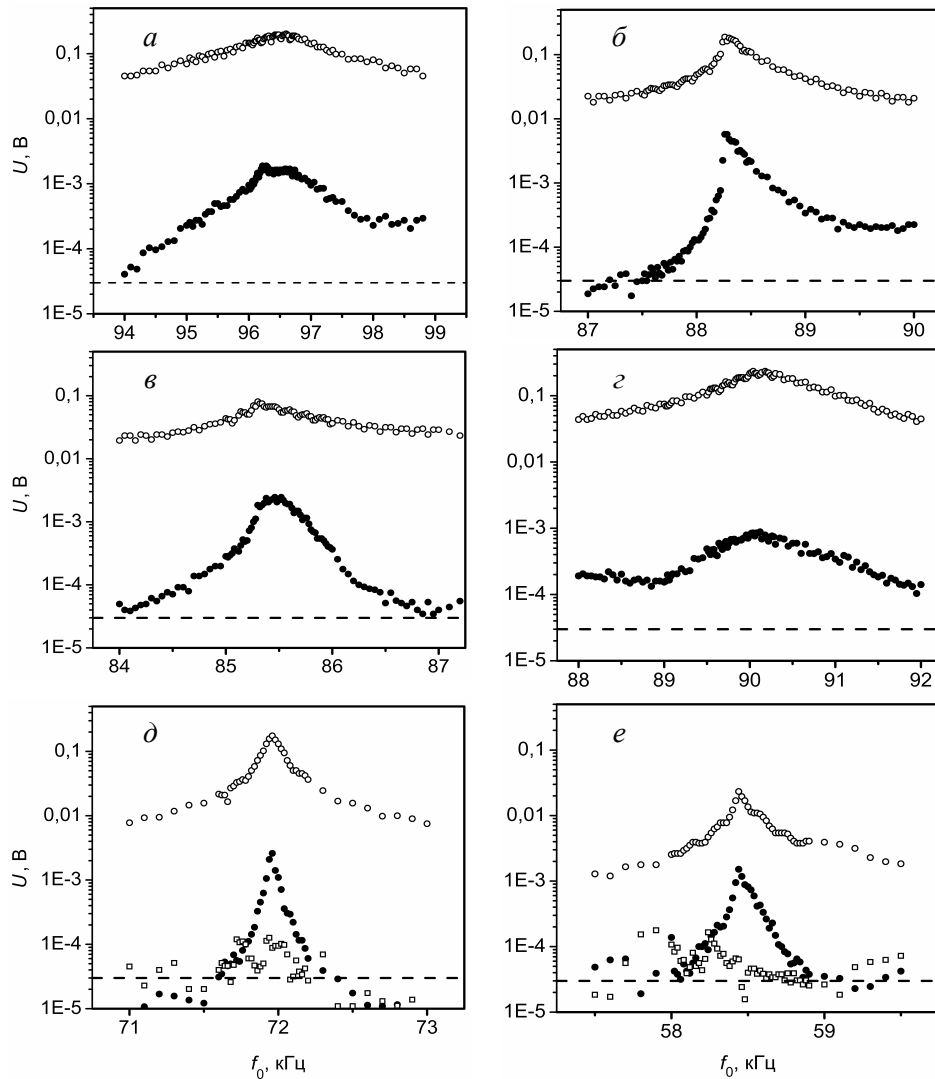


Рис. 3. Залежності амплітуд основного тону ( $\circ$ ), а також другої ( $\bullet$ ) та третьої ( $\square$ ) гармонік сигналу при коливаннях зразків 1 (а), 2 (б), 3 (в), 4 (г), 5 (д) та 6 (е) в околі їх резонансних частот від частоти сигналу збудрення. Штриховою лінією позначений потрошений рівень шуму.

Для детального аналізу поведінки досліджуваних зразків в процесі нелінійних коливань обрано дві характеристики — амплітуда другої гармоніки  $U_2$  та відношення  $U_2/U_1$  в залежності від амплітуди основного тону коливань  $U_1$  при збільшенні частоти збудрення до резонансної частоти (рис. 4).

Одержані дані показують, що зі збільшенням амплітуди основного тону коливань  $U_1$  всіх досліджених зразків амплітуда другої гармоніки  $U_2$  також зростала, причому для всіх зразків, за винятком зразка 4, де залежність  $U_2(U_1)$  була лінійною, це зростання мало прискорений характер (рис. 4). Характерно, що швидкість збільшення амплітуди другої гармоніки зі збільшенням  $U_1$  зростала за лінійним законом (рис. 4, в, г). Від цієї закономірності відхилився лише зразок 2, у якого при досягненні резонансної частоти амплітуда другої гармоніки стрімко зростала, проте це явище вимагає додаткового дослідження.

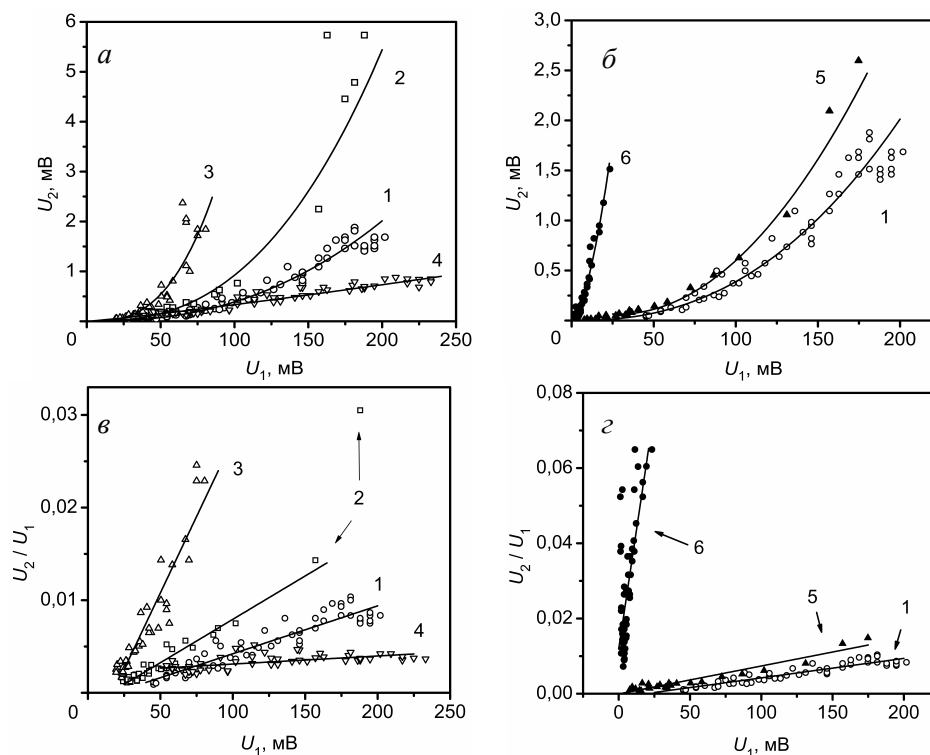


Рис. 4. Залежність амплітуди другої гармоніки  $U_2$  (а, б) та відношення  $U_2/U_1$  від амплітуди основного тону коливань зразків, спечених за 1823 К з вмістом ПЕГ 0,04 (1), 0,08 (2), 0,16 (3), 0,04 + 0,12 (4) та з 4% ПЕГ в пресовці, спечених за 1823 (1), 1673 (5) та 1623 К (6) Вимірювання проводили в дорезонансній області при збільшенні частоти збурення.

Отже, загалом зміну амплітуди другої гармоніки  $U_2$  зі зміною амплітуди основного тону  $U_1$  можна описати диференціальним рівнянням

$$\frac{d^2 U_2}{dU_1^2} = \Gamma,$$

де  $\Gamma$  — константа.

Розв'язком цього рівняння є

$$U_2 = \frac{\Gamma U_1^2}{2} + C_1 U_1 + C_2, \quad (4)$$

де  $C_1 = \left. \frac{dU_2}{dU_1} \right|_{U_1=0}$  — початкова швидкість зміни амплітуди другої гармоніки

з першою, а  $C_2 = U_2|_{U_1=0}$  — початкова амплітуда другої гармоніки.

Умова  $U_1 = 0$  означає відсутність коливань, тому в рівнянні (4)  $C_2 = 0$ , що підтверджується результатами, наведеними на рис. 4, а, б. Зважаючи на те, що при  $U_1 \rightarrow 0$  початкова швидкість  $C_1$  також наближається до нуля, рівняння (4) можна записати у вигляді

$$\Gamma = \frac{2U_2}{U_1^2}. \quad (5)$$

Таким чином, вказане відношення є константою для даного матеріалу і може бути використане як критерій пошкодженості.

### Можливі джерела виникнення гармонік

Для встановлення джерел виникнення гармонік при коливаннях зразків досліджених матеріалів був проведений вейвлет-аналіз їхніх форм коливань, який полягав в розкладанні одержаного з приймального перетворювача сигналу по базису функцій спеціального вигляду [18, 19]. На рис. 5 в частотно-часових координатах наведено картину вейвлет-коефіцієнтів характерних сигналів, одержаних за допомогою вейвлету "мексиканський капелюх", який має вигляд

$$\psi(t) = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} \right) (1-t^2) e^{-t^2/2}, \quad (6)$$

де  $t$  — незалежна змінна (в нашому випадку — час), і який дозволяє виявити локальні максимуми сигналу на різних частотах.

Як свідчить рис. 5, локальні максимуми на частотах, далеких від частоти основного тону, виявлені не були. Втім, наведені зображення наочно демонструють, що форма функції переміщень під час коливання зразка б, спеченого за найнижчої температури і який мав найшвидше зростання амплітуди другої гармоніки (див. рис. 4, з), не є симетричною відносно нульової амплітуди, на відміну від зразка 5. Наведені на рис. 5 результати, а також дані, одержані в роботі [20], дозволяють зробити висновок про те, що принаймні однією характерною особливістю нелінійних коливань зразків є несиметричність переміщень відносно недеформованого стану. Отже, поведінка матеріалу з дефектами повинна описуватись моделлю, що враховує ці особливості.

Для подальшого аналізу використана модель коливань стрижня з матеріалу, що містить двовимірні дефекти, запропонована в роботі [14], в якій вважається, що пружність (жорсткість) стрижня при розтягуванні є меншою, ніж при стисненні. В одновимірному випадку рівняння коливань стрижня з такого матеріалу має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{m} \left( \frac{k_1 + k_2}{2} + \frac{k_1 - k_2}{2} \text{sign}(x) \right) \cdot x - a \frac{dx}{dt} + P \sin \omega t, \quad (7)$$

де  $x$  — переміщення;  $t$  — час;  $m$  — зведена маса;  $k_1$  і  $k_2$  — коефіцієнти жорсткості матеріалу при розтягуванні і стисненні відповідно;  $\text{sign}(x) = x/|x|$ ;  $a$  — коефіцієнт демпфування;  $P \cdot \sin \omega t$  — зовнішня сила;  $\omega$  — колова частота коливань.

На рис. 6, а наведено результати моделювання резонансних коливань, що описуються рівнянням (7), якщо  $m = 1$ ,  $k_1 = 0,5$ ,  $k_2 = 1$ ,  $a = 0,2$  та  $P = 5$ . Значення коефіцієнтів і результати моделювання наведено в безрозмірних одиницях. Також на цьому рисунку наведений графік гармонічної функції, величина періоду якої збігається з періодом коливань модельованого матеріалу, тобто яка має частоту основного тону його коливань, і графік різниці цих двох функцій. Як видно, амплітуда цієї різниці змінюється з частотою, що дорівнює подвоєній частоті основного тону коливань.

На рис. 6, б наведено графік експериментально вимірених значень функції переміщень від часу в процесі коливань зразка б, а також



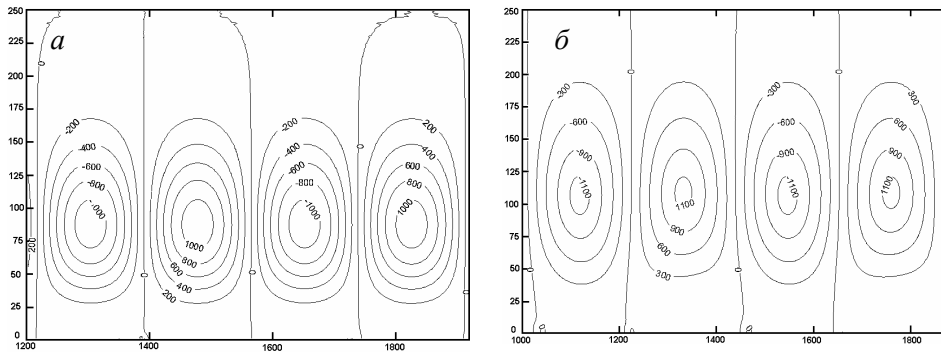


Рис. 5. Залежності локальних максимумів (додатні значення на полі графіку) та локальних мінімумів (від'ємні значення) коефіцієнтів вейвлет-перетворення функцій переміщень зразків 5 (а) та 6 (б) від часу і частоти. За віссю абсцис наведено час у відліках (для обох графіків 1 відлік = 0,04 мкс), за віссю ординат — аналог частоти.

синусоїду частоти основного тону  $\omega_0$  і різницю між цими функціями. Як впливає з порівняння рис. б, а та б, модель, незважаючи на її наближеність, добре описує особливості коливань матеріалу з дефектами, а також показує, що можливим джерелом генерування гармонік, зокрема другої гармоніки, є різна пружна поведінка таких матеріалів в умовах розтягування і стиснення.

За допомогою запропонованої моделі також можна пояснити причини виникнення сталої складової в сигналі при ультразвуковому збуренні матеріалів, що спостерігалась експериментально в даній роботі, а також в роботах [20—22]. Внаслідок різноопорності амплітуда коливань (максимальне переміщення від положення рівноваги) в частині періоду, коли матеріал перебуває в розтягнутому стані, є більшою за амплітуду при стисненні. Тому при гармонічному аналізі спостерігається зміщення

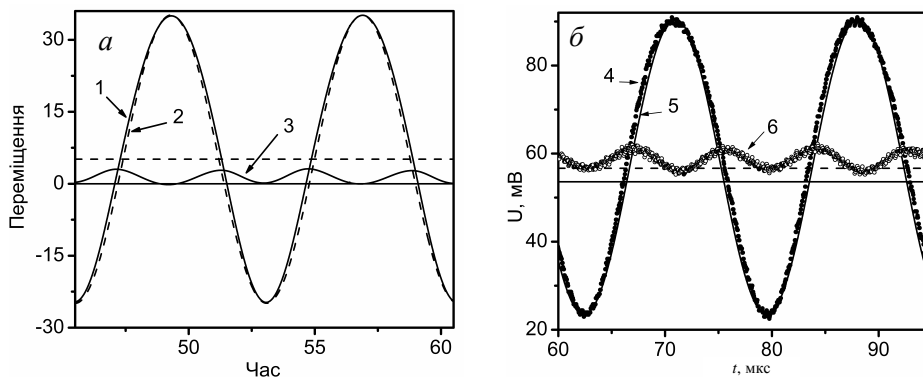


Рис. 6. Результати моделювання резонансних коливань (а) та вимірювань функції напруги приймального перетворювача за поздовжніх коливань зразка б за першою модою (б): 1 — функція  $x(t)$ , розрахована за формулою (7); 2 — гармонічна функція основного тону коливань  $B_{1x} \cos \omega_{0x} t$ ; 3 — функція різниці  $x(t) - B_{1x} \cos \omega_{0x} t$ ; 4 — результати вимірювань напруги  $U(t)$  (чорні точки); 5 — функція основного тону коливань  $B_{1U} \cos (\omega_{0U} t + \varphi_{0U})$ ; 6 — результати обчислення  $U(t) - B_{1U} \cos (\omega_{0U} t + \varphi_{0U})$  (світлі точки). Суцільна пряма позначає рівень напруги при недеформованому стані зразка, штрихова — рівень половини розмаху ("нулів") гармонічних функцій основного тону.

"нуля" гармонічної функції основного тону, що визначається як координата середини розмаху цієї функції, тобто стала складова (рис. 6).

### Висновки

Встановлено, що під час пружних поздовжніх резонансних коливань за першою модою відбувалося відхилення форми коливань від синусоїдальних, що проявилось через появу гармонік в частотному спектрі коливань. При збільшенні амплітуди коливань зразка з частотою основного тону відношення амплітуди другої гармоніки до амплітуди основного тону коливань  $U_2/U_1$  зі збільшенням амплітуди основного тону  $U_1$  зростало лінійно, тобто відношення  $U_2/U_1^2$  є константою і може бути обраним за міру дефектності матеріалу. Аналіз результатів показав, що об'ємна пористість суттєво не впливала на відношення  $U_2/U_1^2$ . Порівняння результатів гармонічного аналізу та вейвлет-аналізу експериментальних даних з результатами моделювання дозволило зробити висновок, що джерелом виникнення другої гармоніки в спектрі резонансних коливань є різний опір зразків розтягувальним і стисним навантаженням, який, ймовірно, визначається наявністю і стабільністю площинних (тріщиноподібних) дефектів під час пружного деформування. Отже, запропонований метод є перспективним для ідентифікації типу дефекту в керамічних виробках, а модель різноопорного матеріалу може бути застосована для оцінки параметрів структури матеріалів за результатами вимірювання характеристик нелінійності коливань.

1. *Suresh S.* Fundamentals of Functionally Graded Materials Processing and Thermo-mechanical Behaviour of Graded Metals and Metal-ceramic Composites / S. Suresh, A. Mortensen. — Cambridge: University Press, 1998. — 161 p.
2. *Vdovychenko O. V.* Effect of polyethylene glycol content in compacts on structure of porous sintered alumina / O. V. Vdovychenko, M. J. Baumann // *Ceramics*. — 2008. — **101**. — P. 99—106.
3. *Richerson D. W.* Modern Ceramic Engineering: Properties, Processing and Use in Design. — N.Y. : Marcel Dekker, 1992. — 860 p.
4. *Роман О. В.* Ультразвуковой и резистометрический контроль в порошковой металлургии / О. В. Роман, В. В. Скороход, Г. Р. Фридман. — Минск : Выш. шк., 1989. — 182 с.
5. *Asmani M.* Influence of porosity on Young's modulus and Poisson's ratio in alumina ceramics / [M. Asmani, C. Kerme, A. Lerich, M. Ourak] // *J. Eur. Ceram. Soc.* — 2001. — **21**. — P. 1081—1086.
6. *Deng Z.-Y.* Microstructure and mechanical properties of porous alumina ceramics fabricated by the decomposition of aluminum hydroxide / [Z.-Y. Deng, T. Fukasawa, M. Ando et al.] // *J. Amer. Ceram. Soc.* — 2001. — **84**. — P. 2638—2644.
7. *Салганик Р. Л.* Механика сред с большим числом трещин // *Изв. АН СССР. Механика тв. тела*. — 1973. — № 4. — С. 149—158.
8. *Sevostianov I.* Recovery of information on the microstructure of porous/ microcracked materials from the effective elastic/conductive properties / I. Sevostianov, L. Gorbatiikh, M. Kachanov // *Mater. Sci. Eng. A*. — 2002. — **318**. — P. 1—14.
9. *Вдовиченко А. В.* Исследование эволюции межчастичных границ в высокоплотных прессовках из железного порошка методом механической резонансной спектроскопии / А. В. Вдовиченко, Ю. Н. Подрезов, В. В. Скороход // *Порошковая металлургия*. — 2008. — № 5—6. — С. 128—137.
10. *Вдовиченко О. В.* Вплив макродефектів структури оксиду алюмінію на нелінійність резонансних механічних коливань // *Современные проблемы физического материаловедения*. — К. : Ин-т пробл. материаловедения НАН Украины. — 2012. — Вып. 21. — С. 89—100.
11. *Hirsecor S.* On the universality of nonclassical nonlinear phenomena and their classification / S. Hirsecor, P. P. Delsanto // *Appl. Phys. Lett.* — 2004. — **84**. — P. 1413—1415.

12. *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 19.01. Refractories, Activatic Carbon, Advanced Ceramic, C830-93, 2000.
13. Зарембо Л. В. Введение в нелинейную акустику / Л. В. Зарембо, В. А. Красильников. — М. : Наука, 1966. — 520 с.
14. Вдовиченко О. В. Моделювання пружних коливань стрижнів з порошкових матеріалів за наявності 2D-дефектів / О. В. Вдовиченко, В. В. Скороход, М. Б. Штерн // Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении. — К. : Ин-т пробл. материаловедения НАН Украины. — 2007. — Вып. 9. — С. 3—7.
15. Guyer R. A. Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class of materials / R. A. Guyer, P. A. Johnson // *Phys. Today*. — 1999. — April. — P. 30—36.
16. Musalek R. Non-linear mechanical behavior of plasma sprayed alumina under mechanical and thermal loading / [R. Musalek, J. Matejicek, M. Vilemova, O. Kovarik] // *J. Therm. Spray Technol.* — 2010. — **19**. — P. 422—428.
17. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. VII: Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М. : Наука, 1987. — 248 с.
18. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. — М. : Мир, 2005. — 671 с.
19. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. — М. : ДМК Пресс, 2005. — 304 с.
20. Вдовиченко О. В. Експериментальні дослідження нелінійної поведінки пористого оксиду алюмінію в процесі пружних коливань // Наукові нотатки: Міжвуз. зб. (за напрямом „Інженерна механіка”). — 2013. — Вип. 35. — 310 с.
21. Korshak B. A. DC effects, sub-harmonics, stochasticity and “memory” for contact acoustic non-linearity / B. A. Korshak, I. Yu. Solodov, E. M. Ballad // *Ultrasonics*. — 2002. — **40**. — P. 707—713.
22. Narasimha K. T. Simplified experimental technique to extract the acoustic radiation induced static strain in solids / K. T. Narasimha, E. Kannan, K. Balasubramaniam // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — **91**. — 134103.

### **Исследования нелинейного упругого поведения оксида алюминия резонансными методами**

А. В. Вдовиченко, Н. Д. Ткачук

*С целью установления возможности применения новых неразрушающих акустических методов для обнаружения дефектов типа трещин в керамических материалах с использованием гармонического анализа и вейвлет-анализа изучено нелинейное упругое поведение образцов пористого оксида алюминия с содержанием порообразователя 4—16%, спеченных при температурах 1623—1823 К в условиях механического резонанса. Исследованы зависимости амплитуды второй гармоники  $U_2$  от амплитуды основного тона колебаний  $U_1$ . Выявлено, что отношение  $U_2/U_1^2$  является константой материала. Установлено, что поведение материала при растяжении и сжатии в процессе упругих колебаний является различным вследствие наличия дефектов типа трещин и их неустойчивости и, в свою очередь, причиной возникновения гармоник.*

**Ключевые слова:**  $Al_2O_3$ , дефекты типа трещин, нелинейные резонансные методы, нелинейные колебания, гармонический анализ.

### **Studies of nonlinear elastic behavior of alumina by resonant techniques**

O. V. Vdovychenko, N. D. Tkachuk

*The nonlinear elastic behavior of the samples of porous alumina, containing 4 to 16% of polyethylene glycol binder sintered at 1623 to 1848 K under condition of mechanical resonance for determine of possibility to use of new non-destructive acoustic techniques with aim to estimate of presence of crack-like defects in ceramics was studied using Fourier analysis and wavelet analysis. The dependences of magnitude of second harmonic  $U_2$  on magnitude of fundamental oscillation  $U_1$  were studied. The ratio  $U_2/U_1^2$  was found to be a constant of materials. It was observed that behavior of materials differed under tension and under compression during elastic oscillations, that caused by presence and instability of crack-like defects and that result in generation of harmonics.*

**Keywords:**  $Al_2O_3$ , crack-like defects, nonlinear resonant techniques, nonlinear oscillations, Fourier analysis.